EJERCICIOS CAPÍTULO 1 (tema 7 del solucionario santillana – pág 397)

013 Halla los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^7$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[7]{x}$ e) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^7}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^7$ d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt[7]{x}$ f) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^7}$

014 Calcula estos límites.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} 7^x$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{7}\right)^x$ e) $\lim\limits_{x\to+\infty} 7^{\frac{1}{x}}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} 7^x$ d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\sqrt{7}\right)^x$ f) $\lim\limits_{x\to-\infty} 7^{\frac{1}{x}}$

017 Resuelve los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{2x+1}$ c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x^2+x-1}{\sqrt{x^2+3}}$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x^2+x-1}{\sqrt{x^2+3}}$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x^2-12x+9}{\sqrt[3]{x^5+5x-2}}$

018 Calcula estos límites.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}+x}{x}$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x-\sqrt{6+x}}{2x+4}$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{7x+\sqrt{3x-2}}{2x}$ d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+2x}{6x-3}$

019 Calcula los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2-1}{x}-\frac{1+2x^2}{2x-1}\right)$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(2x-\sqrt{1+4x}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{9x^2+3x}-3x\right)$

020 Sustituye *a, b, c* y *d* por números de modo que:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+ax}-x\right)=1$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{9x^2+7}-cx\right)=0$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2+bx-3}-2x\right)=-\frac{1}{4}$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{dx^2+x-5}-2x\right)=+\infty$

021 Calcula los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x-1}$

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1-\frac{3}{x}\right)^{6x+2}$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(2-\frac{4x-1}{4x}\right)^{3x+2}$

d) $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x}{x+3}\right)^{3x+1}$

027 Resuelve los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x+1}{3x+3}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2x^2+2x}{x^2-3x}$

028 Calcula estos límites.

a) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{\sqrt{25-x^2}}{x-5}$

b) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{2x^2-18}{\sqrt{x^2-9}}$

---

029 Determina si la función $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$ es continua en $x = -2$ y $x = 2$.

030 Halla si la función $f(x) = |x-3|$ es continua en $x = -3$ y $x = 0$.

031 Determina si esta función es continua.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2-3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

032 Calcula a para que esta función sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{x} & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2+a & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

---

075 Calcula $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{x^2-3x+2}{x^2-2x+1}$.

(Navarra. Junio 2001. Opción D. Pregunta 1)

077 Se considera la función $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. Calcula $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

(Baleares. Septiembre 2008. Opción B. Cuestión 3)

074 Resuelve estos límites.

a) $\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$ $\qquad$ $\lim_{x \to 2^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$

b) $\lim_{x \to 3^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$ $\qquad$ $\lim_{x \to 3^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$

c) $\lim_{x \to 3^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 9}$ $\qquad$ $\lim_{x \to 3^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 9}$

d) $\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$ $\qquad$ $\lim_{x \to 2^+} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$

076 Determina los límites siguientes y, en caso de resultar infinito, halla los límites laterales.

a) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$ $\qquad$ $\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$

b) $\lim_{x \to -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$ $\qquad$ $\lim_{x \to -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^3 + x^2 - 8x - 12}$

c) $\lim_{x \to 1} \frac{3x^3 - 18x^2 + 27x}{5x^2 - 20x + 15}$ $\qquad$ $\lim_{x \to 3} \frac{3x^3 - 18x^2 + 27x}{5x^2 - 20x + 15}$

078 Obtén los resultados de estos límites.

a) $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$

b) $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$

c) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x - 2}}{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}}$

d) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

e) $\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

f) $\lim_{x \to 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$

088 Calcula $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{4 + x} - \sqrt{4 - x}}{4x}$.

(Madrid. Junio 2003. Opción A. Ejercicio 1)

089 Calcula $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$.

(Andalucía. Año 2001. Modelo 4. Opción A. Ejercicio 2)

091 Si $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 3 \\ \dfrac{3}{x+5} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$, determina los límites:

a) $\lim\limits_{x \to -1} g(x)$

b) $\lim\limits_{x \to -5} g(x)$

c) $\lim\limits_{x \to 3} g(x)$

d) $\lim\limits_{x \to 6} g(x)$

e) $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

f) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

092 Sea la función: $h(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x-2} & \text{si } x < -2 \\ x^2 + 4x + 4 & \text{si } -2 \leq x < 3 \\ 2^{x+1} + 9 & \text{si } x > 3 \end{cases}$. Calcula estos límites.

a) $\lim\limits_{x \to -5} h(x)$

b) $\lim\limits_{x \to 2} h(x)$

c) $\lim\limits_{x \to 5} h(x)$

d) $\lim\limits_{x \to -2} h(x)$

e) $\lim\limits_{x \to 3} h(x)$

f) $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$

---

096 ¿En qué puntos presentan una discontinuidad estas funciones y de qué tipo son?

a) $y = \dfrac{5}{x-2}$

b) $y = \dfrac{6x}{x^2 - 2x + 3}$

c) $y = \dfrac{3x-6}{x^2 - 2x + 1}$

d) $y = \dfrac{2x+2}{x^2 - 2x - 3}$

e) $y = \dfrac{x^2 - x}{2x^2 + 4x - 6}$

f) $y = \dfrac{2x^2 + 4x + 6}{x^2 - x}$

099 La función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ no está definida para $x = 0$. Definir $f(0)$ de modo que $f(x)$ sea una función continua en ese punto.

(Aragón. Septiembre 2006. Opción B. Cuestión 2)

100 Estudiar la continuidad de la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ y clasificar sus diferentes tipos de discontinuidad.

(Murcia. Septiembre 2006. Bloque 3. Cuestión A)

102 Estudia la continuidad en $x = -1$ y $x = 2$ de la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 + 4x - 1 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 11 + \ln(x-1) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Clasifica los tipos de discontinuidades.

103 Estudia la continuidad de la siguiente función en los puntos $x = 0$ y $x = 3$.

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x-4} & \text{si } x < 0 \\ x-1 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \dfrac{1}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

104 Estudia si la función:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq -1 \\ 1 - x^2 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ -3 & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

es continua en los puntos $x = -1$ y $x = 2$.

(Castilla-La Mancha. Junio 2005. Bloque 1. Pregunta A)

105 Estudiar la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 9}{x-3} & \text{si } x \neq 3 \\ 6 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

en el punto $x = 3$.

(Galicia. Junio 2000. Bloque 1. Pregunta 2)

106 Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

determina k para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$.

(Castilla-La Mancha. Junio 2001. Bloque 3. Pregunta A)

110 Estudia la continuidad de esta función, y especifica los tipos de discontinuidades que presente.

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & \text{si } x < -1 \\ 2 & \text{si } x = -1 \\ \dfrac{8}{3-x} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

115 Expresa estas funciones como funciones definidas a trozos, y estudia su continuidad.

a) $y = |x|$

b) $y = |x + 5|$

c) $y = |3 - 2x|$

d) $y = |x^2 - x - 6|$

e) $y = |6 - x^2|$

116 Se considera la función $f(x) = \left| sen\, 4x - \frac{1}{2} \right|$. Estudia su continuidad en el intervalo $(0, \pi)$.

(Cantabria. Junio 2001. Bloque 1. Opción B)

117 Encontrar el valor de k para el cual la función $f(x) = \begin{cases} \frac{6-x}{2} & \text{si } x < 2 \\ x^2 + kx & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ es continua.

(Aragón. Junio 2008. Bloque 3. Opción B)

118 Se sabe que la función $f: (-1, +\infty) \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } -1 < x < 0 \\ \frac{x^2 + a}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

es continua en $(-1, +\infty)$. Halla el valor de a.

(Andalucía. Junio 2004. Opción B. Ejercicio 1)

120 Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq -2 \\ ax^2 + bx & \text{si } -2 < x \leq 4 \\ x - 4 & \text{si } 4 < x \end{cases}$, determina a y b de modo que sea continua.

(Castilla-La Mancha. Septiembre 2001. Bloque 2. Pregunta A)

122 Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función continua definida por:

$$f(x) = \begin{cases} |2-x| & \text{si } x < a \\ x^2 - 5x + 7 & \text{si } x \geq a \end{cases}$$

donde a es un número real. Determina a.

(Andalucía. Año 2003. Modelo 3. Opción B. Ejercicio 2)

124 Considera la función $f: (-\infty, 10) \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} a^x - 6 & \text{si } x < 2 \\ |x - 5| & \text{si } 2 \leq x < 10 \end{cases}$$

Determina el valor de $a > 0$ sabiendo que f es continua.

(Andalucía. Año 2001. Modelo 6. Opción A. Ejercicio 1)