EJERCICIOS CAPÍTULO 4 (tema 12 del solucionario santillana – a partir de la pág 729)

014 Sin hallar la integral, calcula la derivada de $A(x) = \int_0^x 4t^2 \, dt$.

015 Determina $[F(x)]_4^7$, sabiendo que $F(x)$ es una primitiva de la siguiente función:

$$f(x) = -x^2 - 2$$

017 Resuelve estas integrales definidas.

a) $\int_{-2}^{2} (2x^3 - 4x + 3)\, dx$

b) $\int_0^e -\frac{3x}{x^2+1}\, dx$

018 Calcula las integrales definidas.

a) $\int_0^{\pi} (2 \operatorname{sen} x - 4x)\, dx$

b) $\int_1^4 \frac{x-2}{x^2}\, dx$

019 Calcula, utilizando integrales, primero, y aplicando la fórmula del área del triángulo, después, el área comprendida entre la función $y = -\frac{3}{2}x + 3$ y los ejes de coordenadas.

020 Halla, mediante integrales, el área del triángulo determinado por los puntos (0, 6), (2, 0) y (7, 0).

021 Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x$.

022 Halla el área de la región que delimitan las gráficas de las funciones $y = x^3 - 2x$ e $y = -x^2$.

032 Aplicando las propiedades de la integral definida, calcula:

a) $\int_0^4 (2 + x)\, dx$

b) $\int_{-3}^{2} x^2\, dx$

c) $\int_0^2 (x^2 - 3x + 5)\, dx$

d) $\int_{-1}^{1} |x|\, dx$

045 Calcula la derivada de la función $F(x) = \int_0^x te^{t^2}\, dt$ en el punto $x = 3$.

046 Dada $F(x) = \int_1^x t \operatorname{sen} t \, dt$, estudiar si $x = \pi$ es una raíz de $F'(x)$.

047 Sea $F(x) = \int_0^x \operatorname{sen} t^2 \, dt$. Calcula la segunda derivada de la función F.

(Galicia. Septiembre 2005. Bloque 3. Pregunta 2)

048 Sea la función $F(x) = \int_1^x \frac{\operatorname{sen} t}{t} \, dt$ definida para $x \geq 1$. Halla sus máximos y mínimos relativos.

(La Rioja. Junio 2005. Propuesta A. Ejercicio 4)

049 Dada la función $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} \, dt$, ¿tiene $F(x)$ puntos de inflexión?

Justifica la respuesta.

(Galicia. Junio 2007. Bloque 3. Opción 1)

053 Calcula las siguientes integrales definidas.

a) $\int_1^5 (2 + 4x^3)\, dx$

b) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{sen} 2x \, dx$

c) $\int_1^9 \left(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}\right) dx$

d) $\int_0^1 2xe^{x^2}\, dx$

e) $\int_0^1 (2e^x - 4x^2)\, dx$

f) $\int_2^3 \left(2^x + \sqrt{2x}\right) dx$

g) $\int_2^4 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$

h) $\int_{-4}^3 \left|x^2 - 4\right| dx$

i) $\int_{-1}^1 \left|x - 2\right| dx$

j) $\int_1^4 \frac{3}{\sqrt{x}}\, dx$

k) $\int_0^{\pi} \cos^2 x \, dx$

l) $\int_1^e \ln x^2 \, dx$

m) $\int_0^2 3xe^x \, dx$

n) $\int_0^{\pi/2} x \operatorname{sen} 2x \, dx$

ñ) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x \, dx$

o) $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1 - x^4}}\, dx$

050 Calcula la derivada de esta función:

$$F(x) = \int_1^{2x} (t + t^2)\, dt$$

064 Calcular: $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 2x}$

(Madrid. Septiembre 2006. Opción A. Ejercicio 1)

065 Calcule la siguiente integral: $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}\, dx$

(Murcia. Septiembre 2006. Bloque 4. Cuestión A)

068 Calcular la integral: $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3x + 2}\, dx$

(Murcia. Septiembre 2007. Bloque 4. Cuestión A)

071 Sea $I = \displaystyle\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1 + x^2}}\, dx$.

a) Expresa I aplicando el cambio de variable $t = 1 + x^2$.

b) Calcula el valor de I.

(Andalucía. Junio 2006. Opción A. Ejercicio 2)

072 Sea $I = \displaystyle\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1 + x} - 1}\, dx$.

a) Exprésala aplicando el cambio de variable $\sqrt{1 + x} - 1 = t$.

b) Calcula I.

(Andalucía. Septiembre 2005. Opción B. Ejercicio 2)

073 Calcular la integral: $\displaystyle\int_1^e \ln x^2\, dx$

(Murcia. Junio 2007. Bloque 4. Cuestión A)

074 Hallad $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x^3}{\sqrt{x^2 + 1}}\, dx$.

(La Rioja. Junio 2008. Propuesta A. Ejercicio 2)

075 Calcular el valor de a para que la integral entre 0 y a de la función xe^x sea igual a 1.

(Canarias. Septiembre 2007. Opción B. Cuestión 2)

076 Se considera la función $f(x) = \dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$.

Determinar el valor del parámetro a tal que: $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx = \frac{1}{4}$

(Madrid. Septiembre 2005. Opción A. Ejercicio 2)

077 La función $f\colon [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \le x \le 8 \\ \dfrac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

es continua en $[0, +\infty)$. Calcular $\displaystyle\int_0^{10} f(x)\,dx$.

(Aragón. Junio 2006. Opción B. Cuestión 2)

078 Sea: $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a\cos x & \text{si } 0 \le x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \ge \pi \end{cases}$. Calcular $\displaystyle\int_0^{2\pi} f(x)\,dx$.

(Aragón. Septiembre 2007. Opción A. Cuestión 2)

080 Sea $f(x)$ una función derivable en $(0, 1)$ y continua en $[0, 1]$, tal que $f(1) = 0$ y $\displaystyle\int_0^1 2x f'(x)\,dx = 1$. Utilizar la fórmula de integración por partes para hallar $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$.

(Madrid. Junio 2005. Opción A. Ejercicio 1)

081 Sea $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la función dada por $f(x) = ax^2 + b$. Halla los valores de a y b sabiendo que $\displaystyle\int_0^6 f(x)\,dx = 6$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa 3 vale -12.

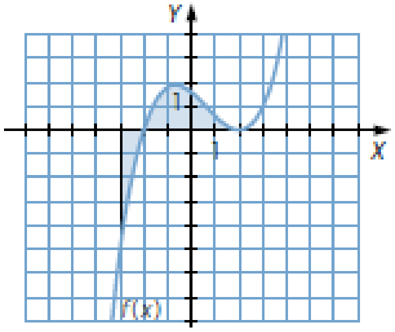
(Andalucía. Año 2006. Modelo 4. Opción A. Ejercicio 1)

082 Calcular un polinomio de tercer grado $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que verifica:

- Tiene un máximo relativo en $x = 1$.
- Tiene un punto de inflexión en el punto de coordenadas $(0, 1)$.
- Se verifica: $\displaystyle\int_0^1 p(x)\,dx = \frac{5}{4}$

(Madrid. Junio 2005. Opción A. Ejercicio 2)

088 Determina el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x) = (x-2)^2(x+2)$ y el eje X en el intervalo $[-3, 2]$.



092 Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación $f(x) = \left|x^2 - 4\right|$ y las rectas $x = -1$, $x = 4$ e $y = 0$.

(C. Valenciana. Junio 2006. Ejercicio A. Problema 3)

097 Sea $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la función definida por $f(x) = x\left|x-2\right|$.

a) Esboza la gráfica de f.

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

(Andalucía. Septiembre 2007. Opción A. Ejercicio 2)

098 La parábola $f(x) = 4 - x^2$, su recta tangente en $x = 1$ y el eje Y limitan un recinto finito en el plano. Dibujar un esquema de dicho recinto y hallar su área mediante cálculo integral.

(País Vasco. Julio 2007. Bloque D. Problema D)

100 Calcula el área encerrada por la función $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$ y los ejes X e Y.

(Murcia. Junio 2007. Bloque 4. Cuestión B)

102 Dada la función: $f(x) = \dfrac{x^2 - 12}{x^2 + 4}$ calcular el área de la región acotada encerrada por su gráfica y el eje X.

(Madrid. Junio 2007. Opción B. Ejercicio 1)

110 Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 7x^2 + 12x$ en el punto de abscisa 1. Calcula el área del recinto limitado por esa recta, la curva y el eje Y.

113 Hállese el área del recinto limitado por la parábola $y = -x^2$ y la recta $y = 2x - 3$.

(Castilla y León. Junio 2006. Prueba A. Cuestión 4)

115 Hallar el área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones:

$$y = x^2 - 4 \qquad y = 3x - 6$$

(Castilla y León. Junio 2007. Prueba B. Cuestión 4)

116 Calcula el área de la región del plano encerrada por las gráficas de las funciones:

$$f(x) = 2x \qquad g(x) = 6 + 3x - x^2$$

(Navarra. Junio 2007. Grupo 2. Opción D)

118 Representa gráficamente el recinto plano limitado por las parábolas $y = 1 - x^2$ e $y = 2x^2$ y calcula su área.

(Extremadura. Junio 2007. Opción A. Ejercicio 2)

123 Sean $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ y $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ las funciones definidas mediante $f(x) = x^3 + 3x^2$ y $g(x) = x + 3$.

a) Esboza las gráficas de f y g calculando sus puntos de corte.

b) Calcula el área de cada uno de los dos recintos limitados entre las gráficas de f y g.

(Andalucía. Junio 2007. Opción A. Ejercicio 2)

136 Calcula el valor de m para que el área del recinto limitado por la recta $y = mx$ y la curva $y = x^3$ sea 2 unidades cuadradas.

(Galicia. Junio 2006. Bloque 3. Opción 2)

137 La curva $y = x^2 - 2x + 1$ y la recta que pasa por los puntos $A(1, 0)$ y $B(3, 4)$ limitan un recinto finito en el plano.

a) Traza un esquema gráfico de dicho recinto.

b) Halla su área.

(Asturias. Septiembre 2006. Bloque 6)

138 El área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones $y = \dfrac{x^2}{a}$ e $y = \sqrt{ax}$, con $a > 0$, es 3. Calcula el valor de a.

(Andalucía. Junio 2006. Opción B. Ejercicio 2)