003 Halla el valor de cada incógnita para que las dos matrices sean iguales.

$$\begin{pmatrix} x+1 & 3 & 0 \\ z+1 & x+2 & z-1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & y+1 & 0 \\ y+2 & 3 & y \end{pmatrix}$$

004 Escribe un ejemplo de las siguientes matrices.

a) Una matriz fila con cuatro columnas.
b) Una matriz columna con cuatro filas.
c) Una matriz cuadrada de orden 4.

007 Realiza la siguiente operación con matrices:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

008 Averigua los elementos que faltan si $A + B = C$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & a & b \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & c & d \\ e & 3 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} f & 7 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

009 Haz la siguiente operación con matrices:

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 5 & -2 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

013 Realiza los productos que sean posibles entre las matrices A, B y C.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

017 Calcula $(A \cdot B)^t$, siendo A y B las siguientes matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

019 Completa la siguiente matriz para que sea antisimétrica.

$$\begin{pmatrix} a & 1 & b \\ c & 0 & -3 \\ 2 & d & e \end{pmatrix}$$

020 Estudia si la matriz $A + B$ es simétrica.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ -3 & -3 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

021 Completa los elementos que faltan en la matriz para que sus filas sean linealmente dependientes.

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & b & 2 \\ -9 & a & 0 & c \end{pmatrix}$$

028 Halla, por el método de Gauss-Jordan, la inversa de la matriz:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

030 Una empresa de autobuses tiene tres líneas: *A*, *B* y *C*.

El lunes salieron 5 autobuses en la línea *A*, 3 en la *B* y 4 en la *C*. El martes salieron 2 autobuses en la línea *A*, 1 en la *B* y 4 en la *C*. El miércoles salió 1 autobús en la línea *A*, 3 en la *B* y 5 en la *C*. Represéntalo en forma de matriz.

039 Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Realiza, si es posible, los siguientes productos.

a) AB b) BA c) AC d) BC

043 Con las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, calcula, si es posible:

a) $2A - 3B$ b) $2A \cdot 3B$ c) $A(B + C)$ d) $A - 3B$

046 Sea A una matriz $m \times n$.

a) ¿Existe una matriz B tal que BA sea una matriz fila? Si existe, ¿qué dimensión tiene?

b) ¿Se puede encontrar una matriz B tal que AB sea una matriz fila? Si existe, ¿qué dimensión tiene?

c) Busca una matriz B tal que $BA = (0 \quad 0)$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(Asturias. Junio 2001. Bloque 2)

048 Con las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,

calcula $(A + B)^2$ y $A^2 + 2AB + B^2$. ¿Por qué no coinciden los resultados? ¿Cuál sería la fórmula correcta para el cuadrado de una suma de matrices?

049 Se consideran las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Se pide:

a) Hallar $(A - I)^2$.

b) Calcular A^4 haciendo uso del apartado anterior.

(Madrid. Año 2006. Modelo. Opción B. Ejercicio 4)

050 Sean $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $N = M + I$, donde I denota la matriz identidad de orden n.

Calcula N^2 y M^3.

(Galicia. Junio 2001. Bloque 1. Pregunta 1)

053 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcular A^{10}.

(Madrid. Año 2008. Modelo. Opción B. Ejercicio 3)

054 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y sea n un número natural cualquiera.

Encuentra el valor de A^n para cada n y halla $A^{350} - A^{250}$.

(País Vasco. Junio 2003. Bloque A. Cuestión A)

055 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Encuentra la regla del cálculo de las potencias sucesivas de A, es decir, de A^n para cualquier número natural n.

057 Calcula $A^{2.000}$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

058 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$. Se pide:

a) Comprobar que $A^3 - 2A^2 = 0$. b) Hallar A^n.

(Madrid. Año 2005. Modelo. Opción B. Ejercicio 2)

061 Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Hallar A^n para todo entero positivo n.

(Aragón. Junio 2001. Opción A. Cuestión 1)

062 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Halla el valor o los valores de a para que se cumpla la identidad $A^2 + 2A + I = 0$, siendo I la matriz identidad de orden 3 y 0 la matriz nula de orden 3.

(Aragón. Junio 2000. Opción A. Cuestión 1)

063 Sean A, I y B las matrices dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ -3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Contestar razonadamente a la siguiente pregunta: ¿Existe algún valor de $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que la igualdad $(A - \lambda I)^2 = B$ sea cierta?

En caso afirmativo, hallar dicho valor de λ.

(País Vasco. Julio 2007. Bloque A. Cuestión A)

067 Con las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, comprueba que se cumplen las siguientes propiedades.

a) $(A^t)^t = A$

b) $(A + B)^t = A^t + B^t$

c) $(AB)^t = B^tA^t$

092 Halla la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(Navarra. Junio 2004. Grupo 1. Opción B)

097 Comprueba que la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ es la matriz

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -3 & 5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

(Baleares. Junio 2005. Opción B. Cuestión 4)

106 Calcula la matriz A que haga que: $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

(La Rioja. Septiembre 2006. Propuesta A. Ejercicio 3)

107 Calcula la matriz X tal que $A^2X = A$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(Extremadura. Septiembre 2007. Opción B. Ejercicio 3)

108 Hallar una matriz X tal que $A^{-1}XA = B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(Madrid. Junio 2005. Opción B. Ejercicio 2)

110 Encuentra una matriz X que verifique $AX + B = I$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad.

111 Considera las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Calcula la matriz X que verifica $AX + B = I$, donde I representa la matriz identidad.

(Baleares. Septiembre 2007. Opción A. Cuestión 1)

113 Resuelve la ecuación matricial $AX + C = B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

(Galicia. Septiembre 2005. Bloque 1. Pregunta 1)

117 Resolver la ecuación matricial $B(2A + I) = AXA + B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(Canarias. Septiembre 2007. Opción A. Cuestión 3)

118 Calcular una matriz cuadrada X sabiendo que verifica $XA^2 + BA = A^2$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(Madrid. Septiembre 2007. Opción B. Ejercicio 1)

119 Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Halla x para que se cumpla $A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} 8 & 18 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$.