

■ Discutir y resolver los siguientes SS.EE.LL., e indicar de qué tipo se tratan:

$$1. \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 11 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 24 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=4, y=5, z=2$)

$$2. \quad \left. \begin{array}{l} -x + y + z = 3 \\ x - y + z = 7 \\ x + y - z = 1 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=4, y=2, z=5$)

$$3. \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=1, y=-2, z=3$)

$$4. \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 6 \\ x + z = 4 \\ y + z = 5 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=1, y=2, z=3$)

$$5. \quad \left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ y + z = 8 \\ x + z = 6 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=5, y=7, z=1$)

$$6. \quad \left. \begin{array}{l} x - y + z = 3 \\ 2y + 3z = 15 \\ 3x + y = 12 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=3, y=3, z=3$)

$$7. \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ 2x - y + 3z = 4 \\ x - 2y + 2z = 1 \end{array} \right\}$$

Ayuda: la 3ª fila es comb. lin. de las otras
(comp. indtdo.; $x=5-4\lambda, z=-2+3\lambda, y=\lambda$)

$$8. \quad \left. \begin{array}{l} x + y - z + t = -8 \\ x - y + z + t = 2 \\ x + y + z - t = 6 \\ -x + y + z + t = -4 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=1, y=-2, z=3, t=-4$)

$$9. \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z + t = 2 \\ 2x - y - z - 2t = 5 \\ 3x + 2y + 3z - t = 20 \\ -x + y - z + 2t = -10 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=1, y=2, z=3, t=-4$)

$$10. \quad \left. \begin{array}{l} x - y + z = 2 \\ x + 2y - 3z = -4 \\ x - y + z = 1 \end{array} \right\}$$

(incompatible)

$$11. \quad \left. \begin{array}{l} 4x - 3y = -5 \\ 6x - 5y = -9 \end{array} \right\}$$

(comp. dtto.; $x=1, y=3$)

$$12. \quad \left. \begin{array}{l} 2x + 3y - 7z = -1 \\ 3x + 4y - 6z = 5 \\ 5x - 2y + 4z = -7 \end{array} \right\}$$

Ayuda: simplificar los pasos intermedios
(comp. dtto.; $x=-1, y=5, z=2$)

$$13. \quad \left. \begin{array}{l} x - y + z = -1 \\ x + y + z = 1 \\ x + 3y + z = 3 \end{array} \right\}$$

Ayuda: la 3ª fila es comb. lin. de las otras
(comp. indtdo.; $x=-\lambda, y=1, z=\lambda$)

$$14. \begin{cases} x-2y+z=0 \\ -3x+3z=4 \\ -2x+y+z=2 \end{cases}$$

(comp. indtdo.; $x=\lambda-4/3, y=\lambda-2/3, z=\lambda$)

$$15. \begin{cases} y+9z=2 \\ 2x+y+3z=-1 \\ -x+3z=-2 \end{cases}$$

(incompatible)

$$* 16. \begin{cases} x-y+z=-1 \\ -x+y-z=1 \\ x-y-z=0 \end{cases}$$

(comp. indtdo.; $x=\lambda, y=1/2+\lambda, z=-1/2$)

$$17. \begin{cases} y-t+w=1 \\ 2x+y+z-t+2w=2 \\ 2x-y+z+t=0 \\ 4x-3y+2z+3t-w=-1 \end{cases}$$

(comp. indtdo.; $x=(1-\lambda-v)/2, y=1+\mu-w; \lambda, \mu, v$ arbitrarios)

$$18. \begin{cases} x-2y+z=1 \\ 2x+y-z=0 \\ 3x-y=1 \\ x+3y-2z=0 \end{cases}$$

(incompatible)

■ Sistemas homogéneos:

$$23. \begin{cases} 2x-y+z=0 \\ x-2y+3z=0 \\ y-z=0 \end{cases}$$

($x=0, y=0, z=0$)

$$24. \begin{cases} 7x+9y+9z=0 \\ 3x+2y+z=0 \\ x+y-z=0 \end{cases}$$

($x=0, y=0, z=0$)

$$19. \begin{cases} 2x-2y+z=1 \\ x+y-z=-2 \\ 3x-y=-1 \\ x+2y-z=-1 \end{cases}$$

(comp. dtdo.; $x=0, y=1, z=3$)

$$20. \begin{cases} 2x+y-4z=1 \\ x-y-2z=3 \\ 4x-y-8z=2 \end{cases}$$

(incompatible)

$$21. \begin{cases} x+y-2z-3t=0 \\ x+y-3z+2t=-2 \\ 2x-y+z-t=1 \\ x+2y-2z+2t=3 \end{cases}$$

(comp. dtdo.; $x=1, y=3, z=2, t=0$)

22. Inventar un sistema que sea compatible determinado, otro indeterminado y otro incompatible.

$$25. \begin{cases} -3x+y-2z=0 \\ x-2y+z=0 \\ -x-3y=0 \end{cases}$$

($x=-3\lambda/5, y=\lambda/5, z=\lambda$)

$$26. \begin{cases} 4x+12y+4z=0 \\ 2x-13y+2z=0 \\ 12x-12y+12z=0 \end{cases}$$

($x=-\lambda, y=0, z=\lambda$)

■ Problemas de planteamiento de sistemas:

27. En un almacén un mayorista compra 5 unidades de un producto A, 4 de B y 3 de C, pagando un total de 8.600 €. Otro cliente compra 2 paquetes de A, 7 de B y 4 de C, gastando 7.300 €. Un tercer cliente compra 8 de A, 13 de B y 5 de C, pagando lo que los otros dos juntos. ¿Cuánto vale cada producto?. (Solución: $A=1.000$, $B=300$ y $C=800$ €.)
28. Una gran multinacional destina 900.000 € para gratificar a sus 51 empleados. Concede 25.000 € a los empleados de nivel A, 20.000 a los de nivel B y 15.000 a los de nivel C. Teniendo en cuenta que para los de nivel B destina en total el doble que para los del A, ¿cuántos empleados hay en cada nivel?. (Solución: $A=6$, $B=15$ y $C=30$ empleados)
29. (P.A.U. UCLM) La suma de las edades de tres personas es, en el momento actual, 73 años. Dentro de 10 años la edad de la mayor de ellas será el doble de la edad de la persona más joven. Hace doce años la persona con edad intermedia tenía el doble de años que la más joven. Hallar las edades de las tres personas. (Solución: 15, 18 y 40 años)
30. La edad de un padre es igual a la suma de las de sus dos hijos. Cuando pasen tantos años como tiene el hijo mayor, el padre tendrá 70 años y la suma de las edades de los tres será de 164 años. ¿Qué edad tiene ahora cada uno?. (Solución: 22, 24 y 46 años)
31. Tres amigos suben a una báscula de dos en dos: Andrés y Benjamín suman 173 kg, Andrés y Carlos 152 kg, mientras que entre Benjamín y Carlos pesan 165 kg. ¿Cuánto pesa cada uno?. (Solución: Andrés=80 kg; Benjamín=93 kg; Carlos=72 kg)
32. Un modisto ofrece cuatro tipos de tejido de gran calidad a distintos precios. Un comprador gastó 7.000 € en 2 m del primero, 3 m del segundo y 1 m del tercero. Otro gastó 6.500 € comprando 1 m del primero, 2 m del segundo y 2 m del cuarto. Un tercero compró 3 m del primero, 3 m del tercero y 2 m del cuarto, gastando 7.000 €. Al vendedor le sobraron 2 m, 1 m, 2 m y 1 m respectivamente, por un valor de 5.750 €. ¿Cuál era el precio de cada tejido?. (Solución: 1.000, 1.500, 500 y 1.250 €, respectivamente)
33. En una mesa de una cafetería tomaron dos cafés, 1 refresco y dos té, costándoles 5,30 €. En otra mesa pagaron 8,40 € por tres cafés, 3 refrescos y 1 té. Por otra parte, dos amigos tomaron un café y un refresco en la barra, donde el precio es un 10% más barato, pagando 2,25 €. ¿Qué cuesta cada bebida?. (Solución: café=1 €, refresco=1,50 €, té=0,90 €)
34. Un especulador tiene colocado su dinero en tres depósitos bancarios diferentes X, Y y Z. El dinero invertido en X le produce un 4% de beneficio, en Y un 7%, y en Z un 6%. Sus beneficios totales fueron de 327.000 € anuales. Debido a la bajada de tipos motivada por la crisis, el segundo año el rendimiento es del 3.5% en X, el 6% en Y y el 5% en Z, siendo sus beneficios de 278.000 €. ¿Cuánto dinero tiene invertido en cada depósito si en total tiene 5.000.000 €?. (Solución: $X=200.000$ €; $Y=3.100.000$ €; $Z=1.700.000$ €.)