1. CÁLCULO DE DERIVADAS

Ejercicio 1. (2001)

Calcule las funciones derivadas de las siguientes:

a) **(1 punto)** $f(x)=\dfrac{Lx}{x^2}$ (Lx indica logaritmo neperiano de x)

b) **(1 punto)** $g(x)=(1-x^3)\cos x$

c) **(1 punto)** $h(x)=4x^3-5x+\dfrac{1}{e^x}$

Ejercicio 2. (2001)

Calcule las derivadas de las siguientes funciones (no es necesario simplificar el resultado) :

a) (0.75 puntos) $f(x)=\dfrac{3x-1}{x}-(5x-x^2)^2$

b) (0.75 puntos) $g(x)=(x^2-1)\cdot Lx$

c) (0.75 puntos) $h(x)=2^{5x}$

d) **(0.75 puntos)** $i(x)=(x^3-6x)\cdot(x^2+1)^3$

Ejercicio 3. (2006)

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) **(1 punto)** $f(x)=\dfrac{1-3x}{x}+(5x-2)^3$.

b) **(1 punto)** $g(x)=(x^2+2)\cdot L(x^2+2)$.

c) **(1 punto)** $h(x)=3^{5x}+e^x$.

Ejercicio 4. (2008)

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) **(0.75 puntos)** $f(x)=(x^3+1)\cdot e^{7x}$.

b) **(0.75 puntos)** $g(x)=3^x\cdot L(x)$.

c) **(0.75 puntos)** $h(x)=(x^2+1)\cdot(x^5-6x)^6$.

d) **(0.75 puntos)** $i(x)=\dfrac{(x+1)^2}{x^2-2}$.

Ejercicio 5. (2010)

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) **(0.8 puntos)** $f(x)=\dfrac{e^{3x}}{1+x^2}$.

b) **(0.8 puntos)** $g(x)=\ln\{x(1+3x^2)\}$.

c) **(0.9 puntos)** $h(x)=2^{5x}+\dfrac{1}{x^2}$.

Ejercicio 6. (2005)
Calcule las funciones derivadas de las siguientes:

a) **(0.75 puntos)** $f(x) = \dfrac{e^{5x}}{x^3 - 1}$. b) **(0.75 puntos)** $g(x) = 4x \cdot \mathrm{L}(3x+1)$

c) **(0.75 puntos)** $h(x) = (x^2 - 1)\cdot(x^3 + 2x)$. d) **(0.75 puntos)** $p(x) = \dfrac{x+2}{x-2}$.

Ejercicio 7. (2011)
(2.5 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2^x + x^2}{x}; \quad g(x) = (x^2+1)^2 \cdot \ln(e^{3x}+4); \quad h(x) = \frac{1}{3x} - \frac{5}{x^2 - 2}$$

Ejercicio 8. (2009)
a) **(1.5 puntos)** Halle las funciones derivadas de las funciones definidas por las siguientes expresiones:

$$f(x) = \left(2x^2 - 3\right)^3; \quad g(x) = \frac{\ln(x)}{x}; \quad h(x) = x \cdot e^{3x}.$$

Ejercicio 9. (2005)
(3 puntos) Halle $f'(2)$, $g'(4)$ y $h'(0)$ para las funciones definidas de la siguiente forma

$$f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2}; \quad g(x) = \left(x^2+9\right)^3; \quad h(x) = \mathrm{L}\left(x^2+1\right).$$

Ejercicio 10. (2009)
b) **(1.5 puntos)** Se consideran las funciones: $g(x) = (2x+1)^3$, $h(x) = \dfrac{x-1}{2^x}$

Halle sus funciones derivadas.

Ejercicio 11. (2007)
b) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$g(x) = \frac{3}{(2x-5)^2} + \mathrm{L}(1-x), \quad h(x) = \frac{e^x}{x^3+1}$$

Ejercicio 12. (2009)
b) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$g(x) = (3x+1)^3 \cdot L(x^2+1); \quad h(x) = \frac{e^x}{7x^5 - 4}$$

Ejercicio 13. (2010)
a) **(1.5 puntos)** Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \left(\frac{2-5x}{3}\right)^2 + \frac{1-2x}{x^2}; \quad g(x) = (3x+2)^2 \cdot \ln\left(1+x^2\right).$$

Ejercicio 14. (2000)
a) **(1 punto)** Calcule la derivada de cada una de las funciones: $g(x) = \dfrac{-1}{x}$; $h(x) = x \operatorname{sen} x$

Ejercicio 15. (2006)
b) **(1 punto)** Calcule $g''(2)$ siendo $g(x) = \dfrac{1}{x} - x$

Ejercicio 16. (2007)
b) **(1.5 puntos)** Calcule $g'(3)$, siendo $g(x) = 2x \cdot e^{3x-1}$.

Ejercicio 17. (2004)
b) **(1 punto)** Calcule la derivada de $g(x) = (x+1)\cdot e^{2x+1}$

Ejercicio 18. (2007)
b) **(1 punto)** Para $g(x) = e^{1-x} + \mathrm{L}(x+2)$, calcule $g'(1)$

Ejercicio 19. (2003)
b) **(1 punto)** Halle la función derivada de $g(x) = \dfrac{e^{2x+1}}{(x-1)^2}$

Ejercicio 20. (2011)
a) **(1 punto)** Calcule la función derivada de $f(x) = \dfrac{e^{-2x}}{(-x^2+2)^2}$

Ejercicio 21. (2004)
a) **(1 punto)** Halle la función derivada de la función $f(x) = L\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$

2. CÁLCULO DE LAS TANGENTES.

Ejercicio 22. (2005)
Sea la función $f(x) = x^3 + 3x^2$.
a) **(1 punto)** Obtenga la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = -1$.

Ejercicio 23. (2008)
Dada la función $f(x) = 4 - 3x^2 + x^3$, determine:
c) **(1 punto)** La ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

Ejercicio 24. (2002)
Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$.
b) **(1 punto)** Para $a = 1$, $b = 1$ y $c = 0$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -2$.

Ejercicio 25. (2009)
Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$
b) **(1.5 puntos)** Para $a = b = 1$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 26. (2008)
a) **(1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \dfrac{2}{x}$ en el punto de abscisa 1.

Ejercicio 27. (2008)
a) **(1.5 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)=\frac{3}{x}$ en el punto de abscisa $x=-1$.

Ejercicio 28. (2004)
a) (1.25 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a $y=\frac{1}{x-1}$ en el punto de abscisa $x=2$.

Ejercicio 29. (2006)
Se considera la función $f(x)=\frac{3-x}{2-x}$.
a) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa $x=1$.

Ejercicio 30. (2006)
a) **(1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $g(x)=\frac{3x-2}{x+1}$ en el punto de abscisa $x=1$.

Ejercicio 31. (2006)
b) **(1.5 puntos)** Dada la función $g(x)=\frac{4x-4}{x+4}$, calcule la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x=0$.

Ejercicio 32. (2004)
Sea la función $f(x)=\frac{4x-1}{2x-2}$
b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva $y=f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$.

Ejercicio 33. (2007)
b) **(1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)=\frac{x}{x-2}$ en el punto de abscisa $x=3$.

Ejercicio 34. (2009)
Sea la función $f(x)=\frac{x-1}{2x-1}$.
a) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto (0, 1).

Ejercicio 35. (2011)
b) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)=-2e^{3x}$ en el punto de abscisa $x=0$.

Ejercicio 36. (2006)
a) **(1.5 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f definida de la forma $f(x)=1+\mathrm{L}(2x-1)$ en el punto de abscisa $x=1$.

Ejercicio 37. (2005)

b) **(1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = x \cdot \mathrm{L}x$ en el punto de abscisa 1.

Ejercicio 38. (2004)

b) **(1.5 puntos)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = \frac{2}{x} + Lx$ en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 39. (2009)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} 3^x & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

b) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 40. (2009)

Sea la función $f: R \to R$ definida mediante $f(x)=\begin{cases} e^{-x} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x^3 - x + 1 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$.

c) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 41. (2008)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ ax + b & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

b) **(1 punto)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

Ejercicio 42. (2006)

Sea la función f definida por $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{2x-1} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x^2 + x & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$

b) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 43. (2008)

Sea la función definida de la forma $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{x-1} & \text{si} \quad x < 2 \\ 2x^2 - 10x & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$

c) **(1.25 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 44. (2007)

Sea la función $f : R \to R$, definida por $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x^2 + mx + 5 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

c) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x = 0$

Ejercicio 45. (2006)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si} \quad x < 1 \\ \dfrac{2}{x} & \text{si} \quad \text{x} \geq 1 \end{cases}$

c) **(1 punto)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 46. (2009)

La función derivada de una función f viene dada por $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

c) **(0.75 puntos)** Sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto (2, 5), calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto.

Ejercicio 47. (2004)

b) **(1.5 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 4x + 2$ en su punto de inflexión.

Ejercicio 48. (2000)

b) **(1.5 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = x^3 - 1$ en cada uno de los puntos en los que su pendiente sea igual a 3.

Ejercicio 49. (2004)

b) **(1.25 puntos)** ¿En qué punto de la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$, la recta tangente es paralela a $y = 3x - 5$?

Ejercicio 50. (2007)

a) **(2 puntos)** Halle los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = ax^2 - b$ en el punto (1, 5) sea la recta $y = 3x + 2$.

3. FUNCIONES POLINÓMICAS DE TERCER GRADO.

Ejercicio 51. (2008)

Sea la función $f(x) = x^3 - 6x^2$.

a) **(1 punto)** Determine sus puntos de corte con los ejes.

b) **(1 punto)** Calcule sus extremos relativos y su punto de inflexión.

c) **(1 punto)** Represente gráficamente la función.

Ejercicicio 52. (2005)

Sea la función $f(x) = x^3 + 3x^2$.

b) **(0.5 puntos)** Halle su punto de inflexión.

c) **(1.5 puntos)** Dibuje la gráfica de la función, estudiando previamente la monotonía y los extremos relativos.

Ejercicio 53. (2002)
Sea la función $f(x) = -x^3 + 3x$.
a) **(0.75 puntos)** Determine sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.
b) **(1.5 puntos)** Represéntela gráficamente.
c) **(0.75 puntos)** Obtenga las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de la función que tienen pendiente cero y diga cuáles son los puntos de tangencia.

Ejercicio 54. (2006)
b) **(1.5 puntos)** Calcule los extremos relativos de la función $g(x) = x^3 - 3x$

Ejercicio 55. (2010)
Sea la función $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{3}x^3$. Calcule:
a) **(1 punto)** Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) **(1 punto)** Las coordenadas de sus extremos relativos.
c) **(0.5 puntos)** El punto de la gráfica en el que la pendiente de la recta tangente a dicha gráfica es 4.

Ejercicio 56. (2004)
c) (1 punto) Obtenga los intervalos de concavidad y convexidad de la función
$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$

Ejercicio 57. (2009)
Sea la función $f(x) = x^3 - 1$.
a) **(1 punto)** Calcule los puntos de corte de la gráfica con los ejes, su monotonía y extremos relativos, si los tuviese.
b) **(1 punto)** Determine su curvatura y punto de inflexión.
c) **(1 punto)** Halle los puntos de la gráfica en los que la recta tangente tiene de pendiente 3.

Ejercicio 58. (2011)
b) **(1.25 puntos)** Halle los intervalos de monotonía, los extremos relativos, los intervalos de curvatura y los puntos de inflexión de la función $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$.

Ejercicio 59. (2007)
Para la función $f : R \to R$ definida de la forma $f(x) = 8x^3 - 84x^2 + 240x$, determine:
a) **(1.5 puntos)** Su monotonía y sus extremos relativos.
b) **(1.5 puntos)** Su curvatura y su punto de inflexión.

Ejercicio 60. (2007)
Se considera la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$.
a) **(2 puntos)** Determine los extremos relativos de f ; estudie la monotonía y la curvatura.
b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función f.

Ejercicio 61. (2003)
Los beneficios esperados de una inmobiliaria en los próximos 5 años vienen dados por la función

$$B(t) = t^3 - 9t^2 + 24t. \quad (\ t \text{ indica el tiempo, en años, } 0 \le t \le 5\ ).$$

a) **(2 puntos)** Represente la evolución del beneficio esperado en función del tiempo.
b) **(1 punto)** En ese periodo, ¿cuándo será máximo el beneficio esperado?

Ejercicio 62. (2009)
Dada la función $f(x) = 4 - 3x^2 + x^3$, determine:
a) **(1.5 puntos)** La monotonía y la curvatura de f.
b) **(0.5 puntos)** Los puntos donde la función alcanza sus extremos relativos.

Ejercicio 63. (2006)
b) **(1.5 puntos)** Halle los intervalos de monotonía y los extremos relativos de la función definida por $g(x) = x^3 - 3x^2 + 7$.

Ejercicio 64. (2006)
Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$.
a) **(1.5 puntos)** Determine la monotonía y los extremos relativos de f.
b) **(0.75 puntos)** Calcule su punto de inflexión.
c) **(0.75 puntos)** Teniendo en cuenta los apartados anteriores, represéntela.

Ejercicio 65. (2003)
El número medio de clientes que visitan un hipermercado entre las 11 y las 20 horas está dado por $f(x) = x^3 - 42x^2 + 576x - 2296$, en función de la hora x, siendo $11 \le x \le 20$.
a) **(1 punto)** Halle los extremos relativos de esta función.
b) **(1 punto)** Represente esta función y determine las horas en las que crece el número medio de clientes.
c) **(1 punto)** Halle los valores máximos y mínimos del número medio de clientes que visitan el hipermercado entre las 11 y las 20 horas.

Ejercicio 66. (2003)
Sea la función $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + b$.
b) **(1.5 puntos)** Para $a = -3$ y $b = 2$, calcule sus máximos y mínimos relativos

4. ESTUDIO DE UNA FUNCIÓN A PARTIR DE SU DERIVADA.

Ejercicio 67. (2006)
a) **(1.5 puntos)** De una función f se sabe que la gráfica de su función derivada, f', es la recta de ecuación $y = -2x + 4$. Estudie razonadamente la monotonía de la función f, a la vista de la gráfica de la derivada.

Ejercicio 68. (2009)
La función derivada de una función f viene dada por $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.
a) **(1.5 puntos)** Obtenga los intervalos de monotonía de la función f y los valores de x en los que dicha función alcanza sus extremos locales.
b) **(0.75 puntos)** Determine los intervalos de concavidad y convexidad de la función f.

Ejercicio 69. (2000)

La derivada de una función *f* definida de | en | es: $f'(x) = x^2 + x - 6$.

a) **(1 punto)** Determine, si es posible, para qué valores de *x* alcanza *f* su máximo y su mínimo relativos.

b) **(1 punto)** Calcule un punto de inflexión de esta función y determine si es único o pueden existir otros.

c) **(1 punto)** Sabiendo que $f(0) = 3$, deduzca razonadamente si es $f(1) < 3$ o es $f(1) > 3$.

Ejercicio 70. (2008)

a) **(1.5 puntos)** La gráfica de la derivada de una función f es la recta que pasa por los puntos $(0,-3)$ y $(4,0)$. Estudie la monotonía de la función f.

Ejercicio 71. (2003)

b) **(1.5 puntos)** Estudie el crecimiento y decrecimiento de una función g cuya derivada tiene por gráfica la recta que pasa por los puntos (2, 0) y (3, 1).

Ejercicio 72. (2000)

b) **(2 puntos)** Estudie el crecimiento y decrecimiento de una función cuya función derivada viene dada gráficamente por la recta que pasa por los puntos (-1,0) y (0,1).

Ejercicio 73. (2011)

a) **(1.5 puntos)** La gráfica de la función derivada, f', de una función f es una parábola que corta al eje *OX* en los puntos $(-1,0)$ y $(3,0)$, y tiene su vértice en $(1,-4)$.

Estudie, a partir de ella, la monotonía de la función f e indique la abscisa de cada extremo relativo.

Ejercicio 74. (2007)

a) **(1.5 puntos)** La gráfica de la función derivada de una función *f* es la parábola de vértice (0, 2) que corta al eje de abscisas en los puntos (—3, 0) y (3, 0). A partir de dicha gráfica, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f.

Ejercicio 75. (2001)

La gráfica de la función derivada de una función *f(x)* es una parábola de vértice (1,-4) que corta al eje de abscisas en los puntos (-1,0) y (3,0). A partir de la gráfica de *f '* :

a) **(1.75 puntos)** Estudie el crecimiento y el decrecimiento de *f*. ¿Para qué valores de *x* se alcanzan los máximos y mínimos relativos?

b) **(1.25 puntos)** Esboce la forma de la gráfica de una función cuya derivada sea la parábola dada.

5. MONOTONÍA Y CRECIMIENTO. PARÁMETROS.

Ejercicio 76. (2009)

Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$.

a) **(1.5 puntos)** Determine el valor de los parámetros a y b sabiendo que la función *f* tiene un máximo en $x = 1$ y que $f(1) = 2$.

Ejercicio 77. (2008)

b) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a y b para que la función $g(x) = ax + \frac{b}{x}$ tenga un extremo relativo en el punto (1, 2).

Ejercicio 78. (2006)

b) **(1.5 puntos)** Se considera la función $f(x) = ax^2 - bx + 4$. Calcule los valores de los parámetros a y b para que f tenga un extremo relativo en el punto (1, 10).

Ejercicio 79. (2005)

a) **(1.5 puntos)** Determine a y b en la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + 5$ sabiendo que ésta tiene un máximo en el punto (2, 9).

Ejercicio 80. (2005)

a) **(1.5 puntos)** Sea la función $f(x) = \frac{a}{x} + bx^2$. Calcule los valores de los parámetros a y b para que f tenga un extremo relativo en el punto (1, 3).

Ejercicio 81. (2004)

a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a y b para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ tenga un extremo relativo en el punto (-2, 3).

Ejercicio 82. (2004)

a) **(1.5 puntos)** Dada la función $f(x) = ax^2 + bx$, calcule a y b para que la función tenga un extremo relativo en el punto (1, 4).

Ejercicio 83. (2001)

a) **(1.5 puntos)** Dada la función $f(x) = x^3 + bx + c$, determine los valores de "b" y "c" sabiendo que dicha función alcanza un máximo relativo en el punto (-1 , 3).

Ejercicio 84. (2010)

Sea la función $f(x) = 2x^2 + ax + b$.

a) **(1.25 puntos)** Determine los valores de a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1, 3) y alcanza un extremo local en el punto de abscisa $x = -2$.

b) **(1.25 puntos)** Tomando $a = 8$ y $b = -10$ deduzca la curvatura de su gráfica, el valor mínimo que alcanza la función y los valores donde la función se anula.

Ejercicio 85. (2006)

a) **(2 puntos)** Dada la función $f(x) = a(x-1)^2 + bx$, calcule a y b para que la gráfica de esta función pase por el punto de coordenadas (1, 2) y tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 86. (2008)

b) **(1.5 puntos)** Sea la función $g(x) = x^3 + ax^2 + b$. Calcule a y b sabiendo que su gráfica presenta un punto de inflexión en el punto (2, 5).

Ejercicio 87. (2006)
a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a y b para que la gráfica de la función $f(x) = ax^3 + 3x^2 - 5x + b$ pase por el punto (1, −3) y tenga el punto de inflexión en $x = -1$.

Ejercicio 88. (2003)
Sea la función $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + b$.
a) **(1.5 puntos)** Halle a y b para que la función se anule en $x = 1$ y tenga un punto de inflexión en $x = \frac{-1}{2}$.

Ejercicio 89. (2000)
a) **(1.5 puntos)** Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + b$, calcule a y b para que *f(x)* tenga un punto de inflexión en (−1 , 2).

Ejercicio 90. (2007)
a) **(1.5 puntos)** Determine dónde se alcanza el mínimo de la función $f(x) = 3x^2 - 6x + a$. Calcule el valor de a para que el valor mínimo de la función sea 5.

Ejercicio 91. (2004)
c) **(0.5 puntos)** Sea $g(x) = 2x^2 - 8x + a$. Halle a para que el valor mínimo de g sea 3.

Ejercicio 92. (2001)
b)(1.5 puntos) Calcule "a" para que el valor mínimo de la función $g(x) = x^2 + 2x + a$ sea igual a 8.

Ejercicio 93. (2002)
Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$.
a) **(2 puntos)** Halle el valor de los coeficientes a, b y c, si se sabe que en el punto (0, 0) su gráfica posee un extremo relativo y que el punto (2, −16) es un punto de inflexión.

Ejercicio 94. (2007)
a) **(2 puntos)** Sea la función definida para todo número real x por $f(x) = ax^3 + bx$. Determine a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1, 1) y que en ese punto la pendiente de la recta tangente es -3.
b) **(1 punto)** Si en la función anterior $a = \frac{1}{3}$ y $b = -4$, determine sus intervalos de monotonía y sus extremos.

Ejercicio 95. (2003)
a) **(1.5 puntos)** Sea la función $f(x) = x^2 + ax + b$. Calcule a y b para que su gráfica pase por el punto (0, –5) y que en este punto la recta tangente sea paralela a la recta $y = -4x$.

Ejercicio 96. (2007)
a) **(1.5 puntos)** La función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ tiene un extremo relativo en $x = 2$ y un punto de inflexión en $x = 3$. Calcule los coeficientes a y b y determine si el citado extremo es un máximo o un mínimo relativo.

6. FUNCIONES. PARÁBOLAS.

Ejercicio 97. (2009)

Un almacenista de frutas ha estimado que el beneficio que le produce cada kilogramo (kg) de fresas depende del precio de venta de acuerdo con la función

$$B(x) = -x^2 + 4x - 3$$

siendo $B(x)$ el beneficio por kg y x el precio de cada kg, ambos expresados en euros.

a) **(1.25 puntos)** ¿Entre qué precios se producen beneficios para el almacenista?

b) **(1.25 puntos)** ¿Qué precio maximiza los beneficios?

c) **(0.5 puntos)** Si tiene en el almacén 10000 kg de fresas, ¿cuál será el beneficio total máximo que podrá obtener?

Ejercicio 98. (2008)

El beneficio de una empresa, en miles de euros, viene dado por la función

$$B(x) = -3x^2 + 120x + 675, \quad x \geq 0$$

donde x representa el gasto en publicidad, en miles de euros.

a) **(0.75 puntos)** Calcule el gasto a partir del cual la empresa no obtiene beneficios.

b) **(0.75 puntos)** Calcule el valor de x que produce máximo beneficio. ¿Cuánto es ese beneficio?

c) **(0.75 puntos)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio de la empresa.

d) **(0.75 puntos)** Represente gráficamente la función B.

Ejercicio 99. (2001)

Un agricultor comprueba que si el precio al que vende cada caja de fresas es “x” euros, su beneficio diario, en euros, será:

$$B(x) = -10x^2 + 100x - 210.$$

a) **(1 punto)** Represente la función precio-beneficio.

b) **(1 punto)** Indique a qué precio debe vender cada caja de fresas para obtener el máximo beneficio. ¿Cuál será ese beneficio máximo?

c) **(1 punto)** Determine a qué precios de la caja obtiene pérdidas el agricultor.

Ejercicio 100. (2010)

En una empresa han hecho un estudio sobre la rentabilidad de su inversión en publicidad, y han llegado a la conclusión de que el beneficio obtenido, en miles de euros, viene dado por la expresión , $B(x) = 0.5x^2 -4x +6$,

siendo x la inversión en publicidad, en miles de euros, con x en el intervalo [0, 10]

a) **(1 punto)** ¿Para qué valores de la inversión la empresa tiene pérdidas?

b) **(1 punto)** ¿Cuánto tiene que invertir la empresa en publicidad para obtener el mayor beneficio posible?

c) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el beneficio si no se invierte nada en publicidad? ¿Hay algún otro valor de la inversión para el cual se obtiene el mismo beneficio?

Ejercicio 101. (2009)
Un estudio acerca de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una ciudad indica que el nivel de contaminación viene dado por la función:

$$C(t) = -0.2t^2 + 4t + 25, \quad 0 \le t \le 25 \quad (t = \text{años transcurridos desde el año 2000}).$$

a) **(1 punto)** ¿En qué año se alcanzará un máximo en el nivel de contaminación?
b) **(1 punto)** ¿En qué año se alcanzará el nivel de contaminación cero?
c) **(1 punto)** Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $C(t)$ en $t = 8$. Interprete el resultado anterior relacionándolo con el crecimiento o decrecimiento.

Ejercicio 102. (2002)
El beneficio obtenido por la producción y venta de x kilogramos de un artículo viene dado por la función:

$$B(x) = -0.01x^2 + 3.6x - 180.$$

a) **(1 punto)** Represente gráficamente esta función.
b) **(1 punto)** Determine el número de kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.
c) **(1 punto)** Determine cuántos kilogramos se deben producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas.

Ejercicio 103. (2000)
El beneficio de una empresa viene dado por la función $f(x) = \frac{225}{2} + 20x - \frac{1}{2}x^2$, donde x representa el gasto en publicidad.

a) **(0.5 puntos)** Calcule el gasto x a partir del cual la empresa no obtiene beneficios.
b) **(1 punto)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de esa función.
c) **(1 punto)** Represente gráficamente la función f.
d) **(0.5 puntos)** Calcule el valor de x que produce máximo beneficio. ¿Cuánto es ese beneficio máximo?

Ejercicio 104. (2011)
Las funciones $I(t) = -2t^2 + 51t$ y $G(t) = t^2 - 3t + 96$ con $0 \le t \le 18$ representan, respectivamente, los ingresos y gastos de una empresa, en miles de euros, en función de los años, t, transcurridos desde su inicio y en los últimos 18 años.
a) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de t, desde su entrada en funcionamiento, los ingresos coincidieron con los gastos?
b) **(1 punto)** Determine la función que refleje los beneficios (ingresos menos gastos) en función de t y represéntela gráficamente.
c) **(1 punto)** ¿Al cabo de cuántos años, desde su entrada en funcionamiento, los beneficios fueron máximos? Calcule el valor de ese beneficio.

Ejercicio 105. (2010)
Un depósito lleno de agua se vacía por un sumidero que tiene en la parte baja. El volumen de agua, en m^3, que hay en cada momento en el depósito, desde que empieza a vaciarse, viene dado por la función $V(t) = 8 - t + \frac{t^2}{32}$, donde t es el tiempo en minutos.
a) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la capacidad del depósito?
b) **(0.5 puntos)** ¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse?
c) **(0.8 puntos)** Represente gráficamente la función V.
d) **(0.7 puntos)** Calcule la derivada de esa función en $t = 8$ e interprete su significado.

Ejercicio 106. (2010)

Un consultorio médico abre a las 5 de la tarde y cierra cuando no hay pacientes.

La expresión que representa el número medio de pacientes en función del tiempo en horas, t, que lleva abierto el consultorio es $N(t) = 4t - t^2$.

a) **(1 punto)** ¿A qué hora el número medio de pacientes es máximo? ¿Cuál es ese máximo?

b) **(1 punto)** Sabiendo que el consultorio cierra cuando no hay pacientes, ¿a qué hora cerrará?

c) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente , con $N(t) = 4t - t^2$ con $N(t)_{\rightarrow}0$.

Ejercicio 107. (2004)

La temperatura T, en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo t, en horas, por la expresión:

$$T(t) = 40t - 10t^2 \quad \text{con} \quad 0 \leq t \leq 4.$$

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función T y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.

b) **(1.5 puntos)** ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?

Ejercicio 108. (2003)

Se conoce que el rendimiento de un jugador de fútbol durante los primeros 45 minutos de un partido viene dado por la función $f: [0, 45] \rightarrow \mathrm{R}$ cuya expresión analítica es $f(t) = 7.2t - 0.16t^2$, donde t es el tiempo, expresado en minutos.

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente esta función.

b) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es el máximo rendimiento del jugador? ¿En qué momento lo consigue? ¿En qué instantes tiene un rendimiento igual a 32?

Ejercicio 109. (2001)

Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba de modo que la altura "h" (en metros) a la que se encuentra en cada instante "t" (en segundos) viene dada por la expresión:

$$h(t) = -5t^2 + 40t$$

a) **(0.75 puntos)** ¿En qué instante alcanza la altura máxima? ¿Cuál es esa altura?
b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función $h(t)$.
c) **(0.75 puntos)** ¿En qué momento de su caída se encuentra el objeto a 60 metros de altura?
d) **(0.5 puntos)** ¿En qué instante llega al suelo?

Ejercicio 110. (2000)

La altura, en metros, que alcanza una pelota lanzada hacia arriba en función del tiempo (en segundos) transcurrido desde su lanzamiento, viene dada por la expresión:

$$f(t) = \frac{5t}{2} - \frac{t^2}{2}$$

a) **(1 punto)** Represente gráficamente f.
b) **(1 punto)** ¿Qué altura habrá alcanzado la pelota a los 4 segundos? ¿Al cabo de cuánto tiempo llegará al suelo?
c) **(1 punto)** ¿En qué instante alcanzará la pelota su altura máxima? ¿Cuál es dicha altura?

Ejercicio 111. (2010)
El gerente de una empresa sabe que los beneficios de la misma, , dependen de la inversión, x , según la función $f(x) = -x^2 + 11x - 6$,
(x es la cantidad invertida, en millones de euros).
a) **(0.75 puntos)** Determine los valores de la inversión para los que la función beneficio es no negativa.
b) **(1 punto)** Halle el valor de la inversión para el cual el beneficio es máximo. ¿A cuánto asciende éste?
c) **(0.75 puntos)** ¿Entre qué valores ha de estar comprendida la inversión para que el beneficio sea creciente, sabiendo que éste es no negativo?

Ejercicio 112. (2005)
El beneficio, en millones de euros, de una empresa en función del tiempo t , en años, viene dado por:

$$f(t) = -t^2 + 12t - 31, \quad 4 \le t \le 7.$$

a) **(1.5 puntos)** Represente la gráfica de la función f.
b) **(1.5 puntos)** ¿Para qué valor de t alcanza la empresa su beneficio máximo y a cuánto asciende? ¿Para qué valor de t alcanza su beneficio mínimo y cuál es éste?

Ejercicio 113. (2005)
El valor, en miles de euros, de las existencias de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por la función $f(t) = -4t^2 + 60t - 15, \quad 1 \le t \le 8.$
a) **(1 punto)** ¿Cuál será el valor de las existencias para $t = 2$? ¿Y para $t = 4$?
b) **(1 punto)** ¿Cuál es el valor máximo de las existencias? ¿En qué instante se alcanza?
c) **(1 punto)** ¿En qué instante el valor de las existencias es de 185 miles de euros?

Ejercicio 114. (2000)
El precio en Bolsa de las acciones de una empresa durante las cinco horas que dura una jornada bursátil, medido en pesetas, viene dado por la función C: $[0,5] \rightarrow |$ definida así: $C(t) = 100\,(t^2 - 6t + 25)$, donde t representa el tiempo medido en horas.

a) **(1.5 puntos)** Dibuje la gráfica de C, indicando las subidas y bajadas en el precio de cada acción durante la sesión, así como su precio en el instante inicial.
b) **(1 punto)** ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que alcanzan las acciones a lo largo de la jornada?
c) **(0.5 puntos)** Si la sesión bursátil durara tres horas más y se rigiera por la misma función, ¿cuál sería la tendencia en el precio de las acciones? ¿Cuál sería la cotización al cabo de las ocho horas?

Ejercicio 115. (2006)
Sean las funciones $f(x) = x^2 - 4x + 6$ y $g(x) = 2x - x^2$.
a) **(2 puntos)** Determine, para cada una de ellas, los puntos de corte con los ejes, el vértice y la curvatura. Represéntelas gráficamente.
b) **(1 punto)** Determine el valor de x para el que se hace mínima la función $h(x) = f(x) - g(x)$.

Ejercicio 116. (2011)
Tras un test realizado a un nuevo modelo de automóvil, se ha observado que el consumo de gasolina, $c(x)$, expresado en litros, viene dado por la función

$$c(x) = 7.5 - 0.05x + 0.00025x^2,$$

siendo x la velocidad en km/h y $25 \leq x \leq 175$.
a) **(0.5 puntos)** Determine el consumo de gasolina a las velocidades de 50 km/h y 150 km/h.
b) **(1 punto)** Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función $c(x)$.
c) **(1 punto)** ¿A qué velocidades de ese intervalo se obtiene el mínimo consumo y el máximo consumo y cuáles son éstos?

Ejercicio 117. (2011)
Un banco lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad $R(x)$, en miles de euros, viene dada en función de la cantidad, x, que se invierte, también en miles de euros, por la siguiente expresión:

$$R(x) = -0.001x^2 + 0.4x + 3.5, \quad \text{con } x \geq 10.$$

a) **(0.5 puntos)** Calcule la rentabilidad para una inversión de 100000 euros.
b) **(1.5 puntos)** Deduzca y razone qué cantidad habría que invertir para obtener la máxima rentabilidad.
c) **(0.5 puntos)** ¿Qué rentabilidad máxima se obtendría?

Ejercicio 118. (2001)
El consumo de luz (en miles de pesetas) de una vivienda, en función del tiempo transcurrido, nos viene dado por la expresión:

$$f(t) = -\frac{1}{5}t^2 + 2t + 10 \qquad 0 \leq t \leq 12$$

a) **(1 punto)** ¿En qué periodo de tiempo aumenta el consumo? ¿En cuál disminuye?
b) **(1 punto)** ¿En qué instante se produce el consumo máximo? ¿Y el mínimo?
c) **(1 punto)** Represente gráficamente la función.

7. FUNCIONES. HIPÉRBOLAS.

Ejercicio 119. (2002)
Sea x, en euros, el precio de venta del litro de aceite de oliva virgen extra.
Sea $f(x) = 2 - \dfrac{4}{x+1}$, con $x \geq 0$, la función que representa el balance económico quincenal, en miles de euros, de una empresa agrícola.
a) **(2 puntos)** Represente la función f.
b) **(0.5 puntos)** ¿A partir de qué precio de venta del litro de aceite empieza esta empresa a tener beneficios?
c) **(0.5 puntos)** ¿Están limitadas las ganancias quincenales de esta empresa? ¿Y las pérdidas?

Ejercicio 120. (2002)

Sea la función $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$.

a) **(1.5 puntos)** Indique el dominio de definición de *f*, sus puntos de corte con los ejes, sus máximos y mínimos, si existen, y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) **(1.5 puntos)** Obtenga las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales de *f*, si las tiene, y represente la gráfica de la función.

Ejercicio 121. (2009)

b) **(1.5 puntos)** Determine el dominio y las asíntotas de la función $m(x) = \dfrac{2x+3}{x-4}$

Ejercicio 122. (2005)

Sea la función $f(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$.

a) **(2 puntos)** Determine su dominio, puntos de corte con los ejes, las asíntotas y la monotonía.

b) **(1 punto)** Represente gráficamente esta función.

Ejercicio 123. (2005)

b) **(1.5 puntos)** Calcule las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$.

Ejercicio 124. (2010)

b) **(1 punto)** Halle las asíntotas y los puntos de corte con los ejes de $h(x) = \dfrac{1+2x}{x-2}$

Ejercicio 125. (2005)

b) **(1 punto)** Deduzca razonadamente las asíntotas de la función *g*, definida de la forma

$$g(x) = \frac{3-x}{x-2}.$$

c) **(0.5 puntos)** Determine la posición de la gráfica de la función *g* respecto de sus asíntotas.

Ejercicio 126. (2003)

Sea la función $f(x) = \dfrac{3-x}{x-1}$.

a) **(1 punto)** Determine su dominio y asíntotas. Estudie su continuidad y derivabilidad.

b) **(1 punto)** Determine sus máximos y mínimos relativos, si los hubiere. Estudie su crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad.

c) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.

Ejercicio 127. (2006)

Se considera la función $f(x) = \dfrac{3-x}{2-x}$.

b) **(1 punto)** Estudie su monotonía.

c) **(1 punto)** Calcule sus asíntotas.

Ejercicio 128. (2009)

Sea la función f definida mediante $f(x)=\dfrac{x+1}{2x-1}$.

a) **(0.5 puntos)** Determine los puntos de corte con los ejes

b) **(1 punto)** Estudie su curvatura.

c) **(1 punto)** Determine sus asíntotas.

d) **(0.5 puntos)** Represente la función.

Ejercicio 129. (2001)

Las ganancias de una empresa, en millones de pesetas, se ajustan a la función $f(x)=\dfrac{5x-100}{2x+5}$, donde x representa los años de vida de la empresa, cuando $x \to 0$.

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la función *y= f(x)* , para $x \in (-\infty,+\infty)$, indicando: dominio, corte con los ejes, asíntotas, crecimiento y decrecimiento.

b) **(0.5 puntos)** ¿A partir de qué año la empresa deja de tener pérdidas?

c) **(0.5 puntos)** A medida que transcurre el tiempo, ¿están limitados sus beneficios? En caso afirmativo, ¿cuál es su límite?

Ejercicio 130. (2004)

Sea la función $f(x)=\dfrac{4x-1}{2x-2}$

a) **(2 puntos)** Determine su dominio, los puntos de corte con los ejes, sus asíntotas, y represéntela gráficamente.

Ejercicio 131. (2009)

Sea la función $f(x)=\dfrac{x-1}{2x-1}$.

b) **(1 punto)** Estudie la monotonía de f.

c) **(1 punto)** Halle las asíntotas, los puntos de corte con los ejes y represente gráficamente la función.

Ejercicio 132. (2011)

a) **(1.25 puntos)** Halle el dominio, los puntos de corte con los ejes, y las asíntotas de la función

$$f(x)=\frac{4x}{2x+1}$$

Ejercicio 133. (2004)

b) **(1 punto)** Obtenga las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x+3}{3x-1}$

Ejercicio 134. (2004)

b) **(1 punto)** Obtenga las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x+3}{3x-1}$

8. FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS. CONTINUIDAD Y DERIVAVILIDAD.

Ejercicio 135. (2009)

Sea la función real de variable real $f(x)=\begin{cases}-x+1 & \text{si } x<1\\ x-1 & \text{si } x\geq 1\end{cases}$

a) **(1 punto)** Represente gráficamente la función.
b) **(1 punto)** Estudie la continuidad de la función.
c) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de la función.

Ejercicio 136. (2006)
Consideremos la función

$$f(x)=\begin{cases}x^2-1 & \text{si } x\leq 1\\ x-1 & \text{si } x>1\end{cases}$$

a) **(1 punto)** Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) **(1 punto)** Determine la monotonía de f.
c) **(1 punto)** Represente gráficamente esta función.

Ejercicio 137. (2000)

Sea la función: $f(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{si } x<2\\ x^2-8x+17 & \text{si } x\geq 2\end{cases}$

a) **(1.75 puntos)** Represéntela gráficamente y estudie su continuidad y derivabilidad.
b) **(0.75 puntos)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos.
c) **(0.5 puntos)** Los extremos hallados anteriormente, ¿son puntos donde *fN(x)* = 0 ? Razone la respuesta.

Ejercicio 138. (2006)

Sea la función $f(x)=\begin{cases}2x-\dfrac{x^2}{2} & \text{si } x\leq 4\\ 2x-8 & \text{si } x>4\end{cases}$.

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de esta función.
b) **(1.5 puntos)** Represéntela gráficamente e indique, a la vista de la gráfica, su monotonía y sus extremos.

Ejercicio 139. (2002)
Sea la función

$$f(x)=\begin{cases}3x-3 & \text{si } x\leq 2\\ x^2-6x+11 & \text{si } x>2\end{cases}.$$

a) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.
b) **(1.5 puntos)** Estudie su continuidad y derivabilidad. Calcule sus extremos.
c) **(0.5 puntos)** ¿Existe algún punto donde la pendiente de la recta tangente a su gráfica sea cero? En caso afirmativo, determine cuál es.

Ejercicio 140. (2011)
El beneficio, en miles de euros, alcanzado en una tienda de ropa el pasado año, viene dado por la función $B(t)$ expresada a continuación

$$B(t)=\begin{cases}\frac{1}{8}t^2-t+5 & \text{si} \quad 0\le t\le 6\\ \frac{t+1}{2} & \text{si} \quad 6<t\le 12\end{cases}, \quad t \text{ es el tiempo transcurrido en meses.}$$

a) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de la función al cabo de 6 meses.
b) **(0.5 puntos)** ¿Cuándo fue mínimo el beneficio? ¿Cuál fue dicho beneficio?
c) **(1 punto)** Represente gráficamente la función $B(t)$. ¿Cuándo fue máximo el beneficio? ¿A cuánto ascendió?

Ejercicio 141. (2007)
El beneficio obtenido por una empresa, en miles de euros, viene dado por la función

$$f(x)=\begin{cases}-5x^2+40x-60 & \text{si} \quad 0\le x\le 6\\ \frac{5x}{2}-15 & \text{si} \quad 6<x\le 10\end{cases}$$

donde x representa el gasto en publicidad, en miles de euros.
a) **(0.75 puntos)** Represente la función f.
b) **(0.75 puntos)** Calcule el gasto en publicidad a partir del cual la empresa no tiene pérdidas.
c) **(0.75 puntos)** ¿Para qué gastos en publicidad se producen beneficios nulos?
d) **(0.75 puntos)** Calcule el gasto en publicidad que produce máximo beneficio. ¿Cuál es ese beneficio máximo?

Ejercicio 142. (2006)
El beneficio esperado de una empresa, en millones de euros, en los próximos ocho años viene dado por la función B definida por

$$B(t)=\begin{cases}-t^2+7t & \text{si} \quad 0\le t<5\\ 10 & \text{si} \quad 5\le t\le 8\end{cases}$$

donde t indica el tiempo transcurrido en años.
a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la función B y explique cómo es la evolución del beneficio esperado durante esos 8 años.
b) **(1 punto)** Calcule cuándo el beneficio esperado es de 11.25 millones de euros.

Ejercicio 143. (2009)
a) **(1.5 puntos)** Sea la función $f(x)=\begin{cases}1-2x & \text{si} \quad x\le 0\\ \frac{1}{x+1} & \text{si} \quad x>0\end{cases}$

Estudie su continuidad y su derivabilidad.

Ejercicio 144. (2000)

Dada la función: $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{x}{4} & \text{si} \quad 0\le x\le 2 \\ -\dfrac{1}{x} & \text{si} \quad 2<x \end{cases}$

a) **(1 punto)** Dibuje la gráfica de esta función.
b) **(2 puntos)** Estudie su continuidad, asíntotas, monotonía y extremos

Ejercicio 145. (2005)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & \text{si} \quad x<0 \\ -\dfrac{1}{x} & \text{si} \quad x\ge 0 \end{cases}$.

a) **(1.5 puntos)** Dibuje la gráfica de f y estudie su monotonía.
b) **(0.75 puntos)** Calcule el punto de la curva en el que la pendiente de la recta tangente es -1.
c) **(0.75 puntos)** Estudie la curvatura de la función.

Ejercicio 146. (2011)

Se considera la función dada por $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{2}{x+2} & \text{si} \quad x\le 0 \\ \dfrac{2}{x-2} & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de f.
b) **(1 punto)** Halle las ecuaciones de las asíntotas de esta función

Ejercicio 147. (2001)

Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2+x & \text{si } x<0 \\ x^2-x & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.
b) **(0.5 puntos)** Estudie su continuidad.
c) **(1 punto)** Obtenga, si existe, la derivada de f en $x = 1/2$, $x = -1/2$ y $x = 0$.
d) **(0.5 puntos)** Indique si posee máximos y mínimos relativos y en qué puntos.

Ejercicio 148. (2007)

Se considera la función definida por

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-8x+6 & \text{si} \quad x\le 1 \\ \\ -2x^2+8x-6 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de f.

b) **(1 punto)** Represente la gráfica de f.

c) **(0.5 puntos)** Indique los extremos relativos de la función.

Ejercicio 149. (2004)

Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si} \quad x<1 \\ \\ -x^2+4x-2 & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}.$$

a) **(1 punto)** Analice su continuidad y su derivabilidad.

b) **(1.5 puntos)** Estudie la monotonía, determine sus extremos y analice su curvatura.

c) **(0.5 puntos)** Represente la gráfica de la función.

Ejercicio 150. (2004)

Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} 9-x^2 & \text{si} \quad x\le 3 \\ \\ -2x^2+16x-30 & \text{si} \quad x>3 \end{cases}.$$

a) **(1 punto)** Estudie su continuidad y derivabilidad.

b) **(1 punto)** Estudie su monotonía y calcule sus extremos relativos.

c) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.

Ejercicio 151. (2001)

El estudio de la rentabilidad de una empresa revela que una inversión de *x* millones de pesetas produce una ganancia de *f(x)* millones de pts, siendo:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{50}+\dfrac{8x}{25}-\dfrac{8}{5} & \text{si } 0\le x\le 5 \\ \dfrac{5}{2x} & \text{si } x>5 \end{cases}.$$

a) **(1 punto)** Represente la función *f(x)*.

b) **(0.75 puntos)** Halle la inversión que produce máxima ganancia.

c) **(0.75 puntos)** Halle el valor de la inversión que produce ganancia nula.

d) **(0.5 puntos)** Razone lo que ocurre con la rentabilidad si la inversión se incrementa indefinidamente.

Ejercicio 152. (2010)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x} & \text{si} \quad x\le 1 \\ x^2-4x+5 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}.$

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función.

b) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.

Ejercicio 153. (2003)

Sea la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-3} & si\ \ x\le 4\\ x^2-9x+21 & si\ \ x>4\end{cases}$.

a) **(1.5 puntos)** Estudie su continuidad y derivabilidad.

b) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función y determine máximos y mínimos relativos, si los hubiere, así como el crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 154. (2009)

Sea la función $f(x)=\begin{cases}x^2+x & \text{si} \quad x<0\\ \dfrac{x}{x+1} & \text{si} \quad x\ge 0\end{cases}$.

a) **(2 puntos)** Analice la continuidad y la derivabilidad de la función en su dominio

b) **(0.5 puntos)** Determine la asíntota horizontal, si la tiene.

c) **(0.5 puntos)** Determine la asíntota vertical, si la tiene.

Ejercicio 155. (2007)

Se considera la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-3}{x+1} & \text{si} \quad x\le 0\\ x^2+2x-3 & \text{si} \quad x>0\end{cases}$.

a) **(1.5 puntos)** Estudie su derivabilidad en $x=0$.

b) **(1.5 puntos)** Determine si existen asíntotas y obtenga sus ecuaciones

Ejercicio 156. (2008)

Sea la función definida de la forma $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{x-1} & \text{si} \quad x<2\\ 2x^2-10x & \text{si} \quad x\ge 2\end{cases}$

a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de f.

b) **(1.25 puntos)** Estudie la derivabilidad de f en $x=2$.

Ejercicio 157. (2006)

Sea la función f definida por $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2x-1} & \text{si} \quad x\le 0\\ x^2+x & \text{si} \quad x>0\end{cases}$

a) **(2 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de f

Ejercicio 158. (2004)
(2 puntos) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+7 & \text{si} \quad x\le 3 \\ \dfrac{4}{x-2} & \text{si} \quad x>3 \end{cases}.$$

Ejercicio 159. (2008)

Sea la función definida de la forma $f(x)=\begin{cases} e^x & \text{si} \quad x\le 0 \\ x^2+x+1 & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$.

a) **(1 punto)** ¿Es f continua en $x=0$? ¿Es continua en su dominio?
b) **(1 punto)** ¿Es f derivable en $x=0$? ¿Es derivable en su dominio?
c) **(1 punto)** Estudie la monotonía de f.

Ejercicio 160. (2009)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} 3^x & \text{si} \quad x\le 1 \\ x^2-6x+8 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$.

a) **(2 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f

Ejercicio 161. (2009)

Sea la función $f:\ R\to R$ definida mediante $f(x)=\begin{cases} e^{-x} & \text{si} \quad x\le 0 \\ x^3-x+1 & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$

a) **(1 punto)** ¿Es f continua en $x=0$? ¿Es continua en su dominio?
b) **(1 punto)** ¿Es f derivable en $x=0$? ¿Es derivable en su dominio?

Ejercicio 162. (2005)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} 2^x & \text{si} \quad x<1 \\ \dfrac{2}{x} & \text{si} \quad \text{x}\ge 1 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de f.
b) **(0.5 puntos)** Calcule sus asíntotas.

Ejercicio 163. (2010)
Sean las funciones

$$f(x)=\begin{cases} x^3-x^2+2 & \text{si} \quad -1\le x\le 0 \\ -x^3-x^2+2 & \text{si} \quad 0<x\le 1 \end{cases}, \qquad h(x)=\begin{cases} -x^2+x+2 & \text{si} \quad -1\le x\le 0 \\ -x^2-x+2 & \text{si} \quad 0<x\le 1 \end{cases}.$$

a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f en $x=0$.
b) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función h en $x=0$.
c) **(0.5 puntos)** Si las dos funciones anteriores representan el perfil de un arco puntiagudo de una catedral y el de un arco redondeado (sin picos) de un túnel, indique, razonadamente, la que corresponde a la catedral y la que corresponde al túnel.

Ejercicio 164. (2002)

Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} 5 & \text{si } x\le 2 \\ x^2-6x+10 & \text{si } 2<x<5 \\ 4x-15 & \text{si } x\ge 5 \end{cases}$$

a) **(1.5 puntos)** Represéntela gráficamente.
b) **(1.5 puntos)** Estudie su continuidad y derivabilidad

Ejercicio 165. (2003)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} (x+1)^2 & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad 0<x<2. \\ \dfrac{x}{4} & si \quad x\ge 2 \end{cases}$

a) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.
b) **(1 punto)** Estudie su continuidad y derivabilidad.
c) **(1 punto)** Calcule sus extremos y asíntotas horizontales y verticales

Ejercicio 166. (2003)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad 1<x\le 2. \\ \dfrac{x-1}{2} & si \quad x>2 \end{cases}$

a) **(2 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de f en $x = 1$ y en $x = 2$
b) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.

Ejercicio 167. (2000)

Sea la función: $f(x)=\begin{cases} x^2/2 & \text{si } x<2 \\ -x+4 & \text{si } 2\le x<4 \\ (x-4)^2 & \text{si } x\ge 4 \end{cases}$

a) **(1 punto)** Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.
c) **(1 punto)** Halle sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 168. (2001)

Sea la función:

$$f(x)=\begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x\le 1 \\ 3x^2-12x+9 & \text{si } 1<x\le 3 \\ -2x^2+16x-30 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

a) **(2 puntos)** Dibuje su gráfica y, a la vista de ella, estudie monotonía y extremos.

b) **(1 punto)** Estudie su continuidad y derivabilidad.

Ejercicio 169. (2000)

Sea $f(x)=\begin{cases} 2^x & \text{si } x \le -1 \\ -x^2+3 & \text{si } -1<x<2 \\ x-3 & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la función y, a la vista de su gráfica, determine sus máximos y mínimos relativos, así como su crecimiento y decrecimiento.
b) **(1 punto)** Estudie su continuidad y derivabilidad.

Ejercicio 170. (2011)
Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} -x+4 & \text{si} \quad x<2 \\ \dfrac{4}{x} & \text{si} \quad 2 \le x < 4 \\ x^2-4x+1 & \text{si} \quad x \ge 4 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de f.
b) **(0.5 puntos)** Determine los extremos locales de f.
c) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 171. (2010)

Sea la función definida por $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & \text{si} \quad x \le 0 \\ x^3-4x^2 & \text{si} \quad 0<x\le 4 \\ 1-\dfrac{4}{x} & \text{si} \quad x>4 \end{cases}$.

a) **(1.75 puntos)** Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) **(0.75 puntos)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 172. (2002)
Sea

$$f(t)=\begin{cases} -t^3+5t^2 & \text{si } 0 \le t < 3 \\ -t^2+12t-9 & \text{si } 3 \le t \le 5 \\ 2t+16 & \text{si } 5 < t \le 10 \end{cases} .$$

a) **(2 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de f en t =3 y t =5.
b) **(1 punto)** Razone si f posee algún punto de inflexión y calcúlelo, en caso afirmativo

8. FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS. PARÁMETROS.

Ejercicio 173. (2007)

Sea la función $f : R \to R$, definida por $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x^2 + mx + 5 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

a) **(1 punto)** Calcule m para que la función sea continua en $x = 1$.
b) **(1 punto)** Para ese valor de m, ¿es derivable la función en $x = 1$?

Ejercicio 174. (2011)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ 4 - \dfrac{a}{x} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Halle el valor de a para que dicha función sea continua y estudie la derivabilidad de f para ese valor de a.
b) **(1 punto)** Para $a = 1$, ¿existe alguna asíntota vertical de esa función? ¿Y horizontal? Razone las respuestas y calcule, en caso afirmativo, dichas asíntotas.

Ejercicio 175. (2007)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-k}{x+1} & \text{si} \quad x > 0 \\ x^2 + 2x + 1 & \text{si} \quad x \leq 0 \end{cases}$.

a) **(2 puntos)** Calcule el valor de k para que la función f sea continua en $x = 0$. Para ese valor de k , ¿es f derivable en $x = 0$?
b) **(1 punto)** Para $k = 0$, calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

Ejercicio 176. (2010)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2ax + 3 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ ax^2 - 6x + 5 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$.

a) **(0.5 puntos)** Calcule el valor de a para que f sea continua en $x = 1$.
b) **(2 puntos)** Para $a = 1$, represente su gráfica y, a la vista de ella, indique su monotonía y las coordenadas de sus extremos locales.

Ejercicio 177. (2005)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x^2 + ax & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$.

a) **(1.5 puntos)** Para $a = -2$ represente gráficamente la función f, e indique sus extremos relativos.
b) **(1.5 puntos)** Determine el valor de a para que la función f sea derivable.

Ejercicio 178. (2011)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} 1-2x^2 & \text{si} \quad x\le 1 \\ x^2-2ax+3 & \text{si} \quad 1<x\le 3 \\ -x^2+8x-15 & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$

a) **(0.75 puntos)** Calcule el valor de a para que *f* sea continua en $x = 1$.
b) **(1.75 puntos)** Para a =2 estudie la continuidad y la derivabilidad de *f*.

Ejercicio 179. (2000)

Se considera la siguiente función: $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{2}{x+1} & \text{si } x<-2 \\ -x^2-2x+a & \text{si } -2\le x<0 \\ \dfrac{2}{x+1} & \text{si } 0\le x \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Halle el valor de a para que *f* sea continua. Para dicho valor de a, ¿es *f* derivable?
b) **(1.5 puntos)** Para el caso de $a = 2$, dibuje la gráfica de *f*.

Ejercicio 180. (2003)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} -4x-3 & si \quad x\le -1 \\ 2x^2-1 & si \quad -1<x<1. \\ \dfrac{k+2}{x} & si \quad x\ge 1 \end{cases}$

a) **(2 puntos)** Calcule el valor que debe tomar el parámetro k para que la función sea continua en R y estudie su derivabilidad para el valor de k obtenido.
b) **(1 punto)** Dibuje la gráfica de la función para $k = -1$.

Ejercicio 181. (2000)

Dada la función $f(x)=\begin{cases} 2x+a & \text{si } x\le -1 \\ -x^2+2 & \text{si } -1<x\le 1 \\ Lx & \text{si } x>1 \end{cases}$ (L indica logaritmo neperiano)

a) **(1 punto)** Calcule el valor de "a" para que *f* sea continua en $x =$!1.
b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función anterior si $a = 3$.
c) **(1 punto)** Justifique la existencia o no de derivada en los puntos $x =$!1 y $x = 1$ para la función obtenida en el apartado anterior.

Ejercicio 182. (2007)

a) **(1.5 puntos)** Sea la función $f(x)=\begin{cases} 2x^2-3x+a & \text{si} \quad x\le 0 \\ x^2+bx+1 & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$

Halle a y b para que la función sea continua y derivable.

Ejercicio 183. (2005)

(3 puntos) Sea f la función definida por:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+1 & \text{si} \quad x<1 \\ x^2+bx+3 & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}.$$

Determine los valores que deben tener a y b para que f sea derivable.

Ejercicio 184. (2003)

a) **(2 puntos)** Sea la función $f(x)=\begin{cases} -(x-1)^2+b, & si \quad x\le 2 \\ a(x-3)^2+3, & si \quad x>2 \end{cases}.$

Halle a y b para que la función sea continua y derivable en $x=2$

Ejercicio 185. (2002)

a) **(2 puntos)** Determine los valores de a y b para que sea derivable la función

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx-3 & \text{si } x\le 1 \\ 2bx-4 & \text{si } x>1 \end{cases}.$$

b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función f si $a=1$ y $b=2$.

Ejercicio 186. (2001)

(3 puntos) Determine los valores que han de tomar "a" y "b" para que la función:

$$f(x)=\begin{cases} 4x+b & \text{si} \quad x<1 \\ ax^2+6x-7 & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}$$

sea derivable.

Ejercicio 187. (2008)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2+4 & \text{si} \quad x\le 1 \\ ax+b & \text{si} \quad x>1 \end{cases}.$

a) **(2 puntos)** Calcule a y b, sabiendo que $f(2)=7$ y que f es continua en $x=1$.

Ejercicio 188. (2008)

Sea la función f definida mediante $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & \text{si} \quad x<1 \\ L(x) & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}.$

a) **(1.5 puntos)** Determine a y b sabiendo que f es continua y tiene un mínimo en $x=-1$.

b) **(1.5 puntos)** Para $a=-1$ y $b=1$, estudie la derivabilidad de f en $x=-1$ y en $x=1$.