PROBABILIDAD CONDICIONADA

La mayoría de estos problemas han sido propuestos en exámenes de selectividad de los distintos distritos universitarios españoles.

---

1. En un grupo de amigos el 80 % están casados. Entre los casados, el 75 % tiene trabajo. Finalmente, un 5 % no están casados y tampoco tiene trabajo.
a) ¿Qué porcentaje no tienen trabajo?
b) Si uno tiene trabajo, ¿qué probabilidad hay de que esté casado?
c) ¿Qué porcentaje están casados entre los que no tienen trabajo?

Solución
Sean los sucesos:

C = estar casado; S = soltero; T = tener trabajo; P = estar en paro

Se sabe que:

$p(C) = 0,8 \Rightarrow p(S) = 0,2$
$p(T/C) = 0,75 \Rightarrow p(P/C) = 0,25 \rightarrow$ (T/C = tener trabajo en el supuesto de estar casado; P/C = estar en paro si está casado)
$p(S \cap P) = 0,05$

(a) Por la probabilidad total:

$$p(P) = p(C \cap P) + p(S \cap P) = p(C) \cdot p(P/C) + p(S \cap P) = \\ = 0,80 \cdot 0,25 + 0,05 = 0,25$$

El 25 % no tiene trabajo.

(b) Por la probabilidad condicionada se tiene:

$$p(T/C) = \frac{p(T \cap C)}{p(C)} \Rightarrow p(T/C) = \frac{0,80 \cdot 0,75}{0,80} = 0,75$$

El 75 % de los los que trabajan están casados.

(c) Igualmente:

$$p(C/P) = \frac{p(C \cap P)}{p(P)} = \frac{0,80 \cdot 0,25}{0,25} = 0,80$$

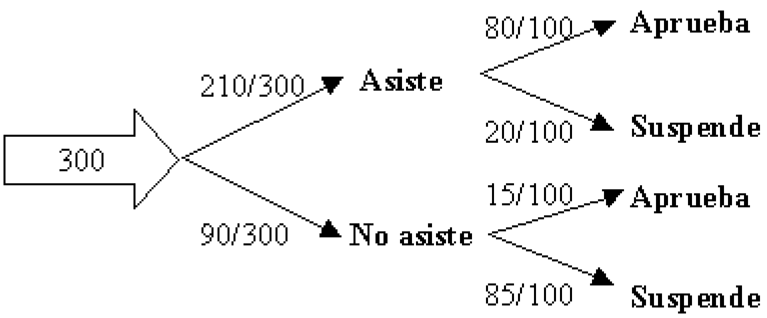
El 80 % de los parados están casados.

2. En una asignatura de primer curso de una titulación universitaria, asisten a clase regularmente 210 alumnos de los 300 que hay matriculados. Además se sabe que aprueban el 80 % de los alumnos que asisten a clase y el 15 % de los que no asisten. Calcular la probabilidad de los cuatro sucesos siguientes:

a) Se elige al azar un alumno matriculado y resulta que:
   i) ha asistido a clase.
   ii) no ha asistido a clase y ha aprobado
   iii) ha aprobado

b) Se elige al azar un alumno de entre los que han aprobado y resulta que ha asistido a clase.
(3´5 puntos)

Solución:
Con los datos del problema podemos confeccionar el siguiente diagrama de árbol:



a) Con esto:

i) P(ha asistido a clase) = $\dfrac{210}{300} = \dfrac{7}{10}$

ii) P(no ha asistido a clase y ha aprobado) =
= P(no ha asistido a clase) · P(ha aprobado si no ha asistido a clase) =
$= \dfrac{90}{300} \cdot \dfrac{15}{100} = \dfrac{9}{200}$

iii) P(Aprobado) = P(Asiste) · P(Aprueba/asiste) + P(No asiste) · P(Aprueba/no asiste)
$= \dfrac{210}{300} \cdot \dfrac{80}{100} + \dfrac{90}{300} \cdot \dfrac{15}{100} = \dfrac{121}{200}$

b) P(Asiste/Aprueba) = $\dfrac{\text{P(asiste y aprueba)}}{\text{P(ha aprobado)}} = \dfrac{\dfrac{210}{300} \cdot \dfrac{80}{100}}{\dfrac{121}{200}} = \dfrac{112}{121}$

3. Las probabilidades de aprobar los exámenes de Historia, Lengua e Inglés, para un alumno determinado, son: 2/3, 4/5 y 3/5, respectivamente. Obtener las probabilidades de:

a) Suspender las tres asignaturas.
b) Suspender sólo una de las tres.
c) Suspender Lengua si se sabe que sólo suspendió una asignatura de las tres.

Solución:

Suponemos que se trata de tres sucesos independientes.

Llamamos H, L e I a los sucesos aprobar Historia, Lengua e Inglés, respectivamente. Sus contrarios los designamos por nH, nL, nI

Las probabilidades respectivas son:

$$P(H) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(nH) = \frac{1}{3} \qquad P(L) = \frac{4}{5} \Rightarrow P(nL) = \frac{1}{5} \qquad P(I) = \frac{3}{5} \Rightarrow P(nI) = \frac{2}{5}$$

Con esto:

a) $P(\text{suspender las tres}) = P(nH) \cdot P(nL) \cdot P(nI) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2}{75}$

b) $P(\text{suspender sólo una de las tres}) = P(HLnI, HnLI, nHLI) =$

$$= \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{5} + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{16}{75} + \frac{6}{75} + \frac{12}{75} = \frac{34}{75}$$

c) $P(\text{suspender L/suspendió sólo una}) = \dfrac{P(\text{suspender sólo L})}{P(\text{suspender sólo una})} = \dfrac{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{34}{75}} = \dfrac{6}{34}$

4. En una segunda vuelta de unas elecciones presidenciales de un país sudamericano en la que sólo quedan dos candidatos A y B, el 45% de los votantes votan al candidato A de los cuáles un 54% proviene del sur del país. Del 55% de los que votan al candidato ganador B, el 60% proviene del norte del país. Elegido un votante al azar, calcula la probabilidad de que:

1) provenga del sur del país,
2) haya votado al candidato A y sea del norte del país.

Solución:

1) $P(A) = 0{,}45$; $P(Sur/A) = 0{,}54 \Rightarrow P(Norte/A) = 0{,}46$

$P(B) = 0{,}55$; $P(Norte/B) = 0{,}60 \Rightarrow P(Sur/B) = 0{,}40$

$P(Sur) = P(A) \cdot P(Sur/A) + P(B) \cdot P(Sur/B) = 0{,}45 \cdot 0{,}54 + 0{,}55 \cdot 0{,}40 = 0{,}463$

2) $P(A \text{ y del Norte}) = P(A \cap Norte) = P(A) \cdot P(Norte/A) = 0{,}45 \cdot 0{,}46 = 0{,}207$

5. En una población hay el doble de mujeres que de hombres. El 25 % de las mujeres son rubias y el 10 % de los hombres también son rubios. Calcular:

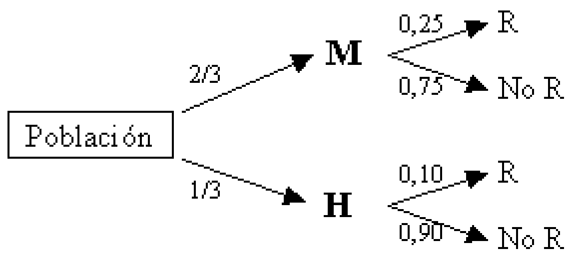
a) Si se elige al azar una persona y resulta ser rubia, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea hombre y no sea rubio?

Solución:
Se tienen las siguientes probabilidades:

P(Mujer) = P(M) = 2/3; P(Hombre) = P(H) = 1/3
P(Rubia) = P(R/M) = 0,25; P(Rubio) = P(R/H) = 0,10

Podemos formar el siguiente diagrama de árbol:



Por la probabilidad total se tiene:

P(de que una persona sea rubia) = P(R) = P(M) · P(R/M) + P(H) · P(R/H) =

$$= \frac{2}{3}\cdot 0{,}25 + \frac{1}{3}\cdot 0{,}10 = 0{,}2$$

En consecuencia, P(No R) = 0,80.

a) Con esto, utilizando la fórmula de Bayes:

$$P(M/R) = \frac{P(M)\cdot P(R/M)}{P(R)} = \frac{(2/3)\cdot 0{,}25}{0{,}2} = \frac{5}{6}$$

b) P(sea hombre y no sea rubio) = P(H) · P(No R/H) = (1/3) · 0,90 = 3/10.

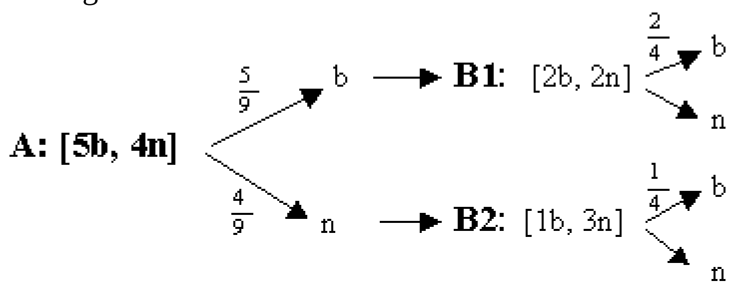
6. Una urna A contiene 5 bolas blancas y 4 negras y otra urna B contiene 1 blanca y 2 negras. Se extrae una bola al azar de la urna A y se introduce en la B. Después se extrae de la urna B una bola al azar.

a) Calcular la probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea blanca.

b) En el supuesto de que la bola extraída de la urna B ha sido blanca, calcular la probabilidad de que la bola extraída de la urna A también ha sido blanca.

Solución:

Construimos el diagrama de árbol siguiente, donde “b” es obtener bola blanca y “n” obtener bola negra.



Si la bola extraída en la urna A ha sido blanca se formaría la urna B1; si la bola extraída en A fuese negra, se formaría la urna B2.

a) Por la probabilidad total,

$$P(b) = P(b \text{ de } A) \cdot P(b \text{ de } B1) + P(n \text{ de } A) \cdot P(b \text{ de } B2) = \frac{5}{9}\cdot\frac{2}{4}+\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{4}=\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$$

b) $$P(b \text{ de } A/b) = \frac{P(b \text{ de } A)\cdot P(b \text{ de } B1)}{P(b)} = \frac{\frac{5}{9}\cdot\frac{2}{4}}{\frac{14}{36}}=\frac{5}{7}$$

7. Sean A y B dos sucesos con P(A) = 0,5; P(B) = 0,3 y $P(A\cap B) = 0,1$. Calcular las probabilidades siguientes:

$P(A\cup B)$, $P(A/B)$, $P(A/A\cap B)$ y $P(A/A\cup B)$.

Solución:

Hay que conocer las dos igualdades siguientes:

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \text{ y } P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Con esto:

$P(A\cup B) = 0,5 + 0,3 - 0,1 = 0,7$

$$P(A/B) = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3}$$

$$P(A/A\cap B) = \frac{P(A\cap A\cap B)}{P(A\cap B)} = \frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B)} = 1$$. Efectivamente, siempre que se da la intersección se da A.

$$P(A/A\cup B) = \frac{P(A\cap (A\cup B))}{P(A\cup B)} = \frac{P(A)}{P(A\cup B)} = \frac{0,5}{0,7} = \frac{5}{7}$$

8. En una empresa, el 20 % de los trabajadores son mayores de 45 años, el 8 % desempeña algún puesto directivo y el 6 % es mayor de 45 años y desempeña algún puesto directivo.
a) ¿Qué porcentaje de trabajadores tiene más de 45 años y no desempeña ningún cargo directivo?
b) ¿Que porcentaje de trabajadores no es directivo ni mayor de 45 años?
c) Si la empresa tiene 150 trabajadores, ¿cuántos son directivos y no tiene más de 45 años?

Solución:
Se tienen las siguientes probabilidades:

P(mayor de 45 años) = P(+45) = 0,20 ⇒ P(–45) = 0,80
P(ser directivo) = P(D) = 0,08
P(ser directivo y mayor de 45 años) = P(D∩+45) = 0,06 ⇒ P(D∩–45) = 0,02

a) Por la probabilidad condicionada se tiene:

P(Directivo en el supuesto de ser mayor de 45 años) =

$$= P(D/+45) = \frac{P(D \cap +45)}{P(+45)} = \frac{0,06}{0,20} = 0,30$$

En consecuencia,

P(no ser directivo en el supuesto de ser mayor de 45 años) = P(No D/+45) =
= 1 – P(D/+45) = 1 – 0,30 = 0,70

Por otra parte,

P(+45∩No D) = P(+45) · P(No D/+45) = 0,20 · 0,70 = 0,14

El 14 % de los trabajadores de esa empresa tiene más de 45 años y no es directivo.

b) Como antes,

P(Directivo en el supuesto de ser menor de 45 años) =

$$= P(D/-45) = \frac{P(D \cap -45)}{P(-45)} = \frac{0,02}{0,80} = 0,025$$

Luego,

P(No ser directivo en el supuesto de ser menor de 45 años) =
= P(No D/–45) = 1 – 0,025 = 0,975

Por tanto:

P(No D∩–45) = P(–45∩No D) = P(–45) · P(No D/–45) = 0,80 · 0,975 = 0,78

El 78 % de los trabajadores de esa empresa tiene menos de 45 años y no es directivo.

c) Si la empresa tiene 150 trabajadores, como P(D∩–45) = 0,02, habría 150 · 0,02 = 3 directivos con no más de 45 años.

9. Dos expertos, E_1 y E_2, realizan peritaciones para una cierta compañía de seguros. La probabilidad de que una peritación haya sido realizada por E_1 es 0,55 y por E_2 es 0,45. Si una peritación ha sido realizada por E_1, la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es de 0,98 y si ha sido realizada por E_2, la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es de 0,90. Un siniestro ha supuesto a la compañía el pago de una indemnización. Hallar la probabilidad de que la peritación haya sido realizada por E_2.

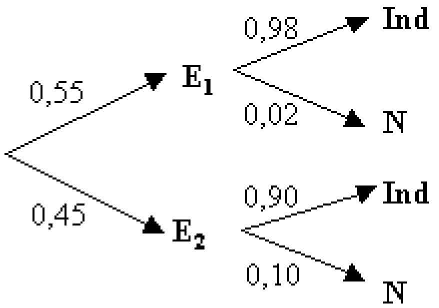
Solución:
Se tienen las siguientes probabilidades:

$P(E_1) = 0{,}55$, $P(E_2) = 0{,}45$,

P(Indemnización si la inspección la hace E_1) = $P(Ind/E_1) = 0{,}98$

P(Indemnización si la inspección la hace E_2) = $P(Ind/E_2) = 0{,}90$

Podemos confeccionar el diagrama de árbol:



Por la probabilidad total,

$$P(Ind) = P(E_1) \cdot P(ind/E_1) + P(E_2) \cdot P(Ind/E_2) = 0{,}55 \cdot 0{,}98 + 0{,}45 \cdot 0{,}90 = 0{,}944$$

Por Bayes:

$$P(E_2/Ind) = \frac{P(E_2)\cdot P(Ind/E_2)}{P(Ind)} = \frac{0{,}45\cdot 0{,}90}{0{,}944} = \frac{0{,}405}{0{,}944} = 0{,}429$$

10. En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.

a) Calcule la probabilidad de que el número premiado termine en 5.
b) Calcule la probabilidad de que el número premiado termine en 55.
c) Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcule la probabilidad de que el número premiado hoy termine también en 5.

Solución:

a) Uno de cada 10 números termina en 5. Por tanto P(termine en 5) = $\frac{1}{10}$.

b) Uno de cada 100 números termina en 55. Por tanto P(termine en 55) = $\frac{1}{100}$.

c) Cada día el experimento es independiente, por tanto la probabilidad de una terminación no se ve condicionada por las terminaciones de otros días. En consecuencia,

P(termine hoy en 5/ayer terminó en 5) = $\frac{1}{10}$

11. En una urna U_1 hay 4 bolas blancas, numeradas del 1 al 4, y 2 bolas negras, numeradas del 1 al 2, mientras que en la urna U_2 hay 2 bolas blancas, numeradas del 1 al 2, y 4 bolas negras, numeradas del 1 al 4. Si se extraen al azar dos bolas, una de cada urna, hallar: (a) La probabilidad de que tengan el mismo número. (b) La probabilidad de que sean del mismo color.

Solución:
Designamos por b y n los sucesos bola blanca y negra, respectivamente.
Se tiene las siguientes probabilidades:

$$P(b/U_1) = \frac{4}{6};\ P(n/U_1) = \frac{2}{6};\ P(1/U_1) = P(2/U_1) = \frac{2}{6};\ P(3/U_1) = P(4/U_1) = \frac{1}{6}$$

$$P(b/U_2) = \frac{2}{6};\ P(n/U_2) = \frac{4}{6};\ P(1/U_2) = P(2/U_2) = \frac{2}{6};\ P(3/U_2) = P(4/U_2) = \frac{1}{6}$$

Con esto, si se extrae una bola, al azar, de cada urna se tiene:

a) P(mismo número) = P(1 y 1) + P(2 y 2) + P(3 y 3) + P(4 y 4) =

$$= \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6} + \frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{10}{36}$$

b) P(mismo color) = P(b y b) + P(n y n) = $\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6} + \frac{2}{6}\cdot\frac{4}{6} = \frac{16}{36}$

12. Se dispone de dos urnas, en cada una de las cuales hay 40 bolas. En la urna A la mitad son blancas, mientras que la urna B sólo contiene bolas negras. Se intercambian (al azar) una bola de A y otra de B. Si a continuación se extrae una bola de A, ¿cuál es la probabilidad de que no sea negra?

Solución:
Inicialmente se tiene:

Urna A: [20 blancas, 20 otro color]

La bola que se extrae de A puede blanca o no. La que se extrae de B es negra.

Si la bola extraída de A ha sido blanca se tiene una urna A1 compuesta así:

Urna A1: [19 blancas, 21 de otro color]

Si la bola extraída de A no ha sido blanca se tiene una urna A2 compuesta así:

Urna A2: [20 blancas, 20 de otro color]

Con esto, si se extrae una bola al azar de la nueva urna A, por la probabilidad total, se tendrá:

P(no sea blanca) = P(A1) · P(no blanca/A1) + P(A2) · P(no blanca/A2) =

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{21}{40} + \frac{1}{2}\cdot\frac{20}{40} = \frac{41}{80}$$

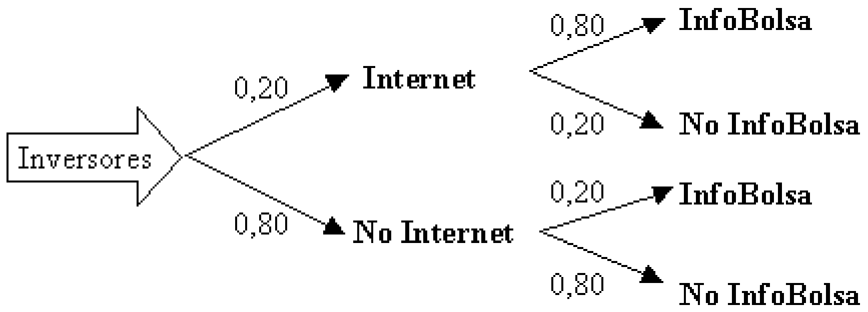
13. En un colectivo de inversores bursátiles, el 20 % realiza operaciones vía Internet. De los inversores que realizan operaciones vía Internet, un 80 % consulta InfoBolsaWeb. De los inversores bursátiles que no realizan operaciones vía Internet sólo un 20 % consulta InfoBolsaWeb. Se pide:

a) Obtener la probabilidad de que un inversor bursátil elegido al azar en ese colectivo consulto InfoBolsaWeb.
b) Si se elige al azar un inversor bursátil de este colectivo y resulta que consulta InfoBolsaWeb, ¿cuál es la probabilidad de que realice operaciones por Internet?

Solución:
Las probabilidades dadas son:

P(Internet) = 0,20 $\Rightarrow$ P(no Internet) = 0,80
P(InfoBolsa/Internet) = 0,80 $\Rightarrow$ P(No InfoBolsa/Internet) = 0,20
P(InfoBolsa/No Internet) = 0,20 $\Rightarrow$ P(No InfoBolsa/No Internet) = 0,80

El diagrama de árbol sería el siguiente.



(a) Con esto:

P(inversor consulte InfoBolsa) =
= P(Internet) · P(InfoBolsa/Internet) +
+ P(no Internet) · P(InfoBolsa/No Internet) =
= 0,20 · 0,80 + 0,80 · 0,20 = 0,32

(b) P(Internet/InfoBolsa) = [P(Internet) · P(InfoBolsa/Internet)] : P(InfoBolsa) =

$$= \frac{0{,}20 \cdot 080}{0{,}32} = \frac{1}{2}$$

14. Los tigres de cierto país proceden de tres reservas: el 30 % de la primera, el 25 % de la segunda y el 45 % de la tercera. La proporción de tigres albinos de la primera reserva es 0,2 %, mientras que dicha proporción es 0,5 % en la segunda, y 0,1 % en la tercera. ¿Cuál es la probabilidad de que un tigre de ese país sea albino?

Solución:
Con los datos del problema se puede construir la siguiente tabla.

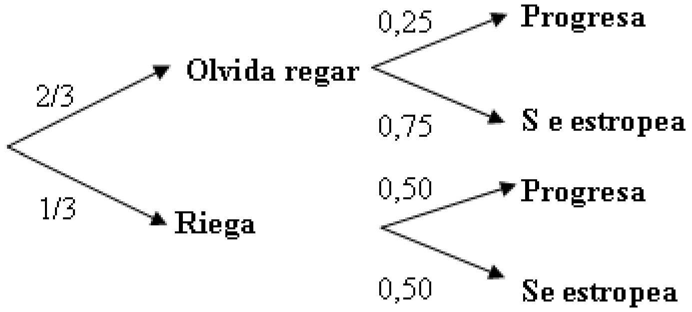
	Reserva I	Reserva II	Reserva III	Total
Total tigres (%)	30	25	45	100
Albinos por reserva (%)	0,2 % de 30 = 0,06	0,5 % de 25 = 0,125	0,1 % de 45 = 0,045	0,23

Con esto, y como puede leerse directamente en la tabla:

P(tigre albino) = P(Reserva I) · P(Albino/Reserva I) +
+ P(Reserva II) · P(Albino/Reserva II) +
+ P(Reserva III) · P(Albino/Reserva III) =
= 30 · 0,002 + 25 · 0,005 + 45 · 0,001 = 0,23

15. Una persona cuida de su jardín pero es bastante distraída y se olvida de regarlo a veces. La probabilidad de que se olvide de regar el jardín es 2/3. El jardín no está en muy buenas condiciones, así que si se le riega tiene la misma probabilidad de progresar que de estropearse, pero la probabilidad de que progrese si no se le riega es de 0,25.
Si el jardín se ha estropeado, ¿cuál es la probabilidad de que la persona olvidara regarlo?

Solución:
La situación puede concretarse en el siguiente diagrama de árbol.



La probabilidad de que el jardín se estropee, E, es:
P(E) = P(Olvida regar) · P(E/olvida regar) + P(Riega) · P(E/Riega) =
= 2/3 · 0,75 + 1/3 · 0,50 = 2/3
Si se ha estropeado, la probabilidad de que se olvidara regar, P(Olvidara/E), es

$$\text{P(Olvidara/E)} = \frac{P(Olvide)\cdot P(E/Olvida)}{P(E)} = \frac{(2/3)\cdot 0{,}75}{2/3} = 0{,}75$$

16. En el departamento de lácteos de un supermercado se encuentran mezclados y a la venta 100 yogures de la marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que un yogur esté caducado es 0,01 para la marca A; 0,02 para la marca B y 0,03 para la marca C. Un comprador elige un yogur al azar.
a) Calcular la probabilidad de que el yogur esté caducado.
b) Sabiendo que el yogur elegido está caducado, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca B?

Solución:
Con los datos del problema se puede construir la siguiente tabla.

	Marca A	Marca B	Marca C	Total
Número	100	60	40	200
Probabilidad de estar caducado	0,01	0,02	0,03	
Número esperado de yogures en mal estado	100 · 0,01 = 1	60 · 0,02 = 1,2	40 · 0,03 = 1,2	3,6

Con esto, y como puede leerse directamente en la tabla:

a) P(un yogur esté caducado) = P(marca A) · P(caducado/marca A) +
+ P(marca B) · P(caducado/marca B) +
+ P(marca C) · P(caducado/marca C) =

$$= \frac{100}{200}\cdot 0{,}01 + \frac{60}{200}\cdot 0{,}02 + \frac{40}{200}\cdot 0{,}03 = \frac{3{,}6}{200} = 0{,}018$$

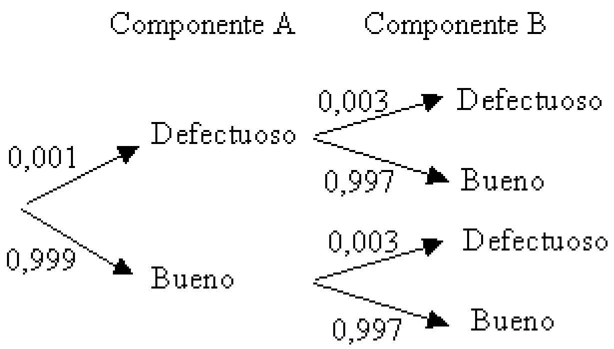
b) $$\text{P(marca B/caducado)} = \frac{\text{P(marca B)}\cdot\text{P(caducado/marca B)}}{\text{P(caducado)}} = \frac{\frac{60}{200}\cdot 0{,}02}{\frac{3{,}6}{200}} = \frac{1{,}2}{3{,}6} = \frac{1}{3}$$

17. Una fábrica produce un elemento mecánico ensamblando dos componentes A y B. Se sabe que la probabilidad de que el componente A sea defectuoso es de 0,001 y la de que B no lo sea es de 0,997. Se elige al azar un elemento, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) Solamente el componente A es defectuoso.
b) Ninguno de los componentes es defectuoso.
c) Ambos componentes son defectuosos.
d) Solamente uno de los componentes es defectuoso.

Solución:

Con los datos del problema podemos confeccionar el siguiente diagrama de árbol.



a) P(Sólo A sea defectuoso) = P(A def) · P(B bueno) = 0,001 · 0,997 = 0,000997

b) P(Ninguno defectuoso) = P(A bueno) · P(B bueno) = 0,999 · 0,997 = 0,996003

c) P(Ambos defectuosos) = P(A def) · P(B def) = 0,001 · 0,003 = 0,000003

d) P(Sólo uno defectuoso) = P(A def) · P(B bueno) + P(A bueno) · P(B def) =
= 0,001 · 0,997 + 0,999 · 0,003 = 0,999997

18. El estudio sobre los créditos concedidos por un banco multinacional el pasado año revela que el 42 % de dichos créditos se ha concedido a clientes españoles, el 33% a clientes del resto de la Unión Europea y el 25 % a clientes del resto del mundo. De esos créditos, los créditos hipotecarios suponen, respectivamente, el 30 %, el 24 % y el 14 %. Elegido un cliente al azar que ha recibido un crédito, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito concedido no sea hipotecario?

Solución:
Si se denota por ES, UE y RM los sucesos “cliente español”, “del resto de la Unión Europea” y “del resto del mundo”, respectivamente; y por H el suceso “el crédito es hipotecario” se tiene:

$P(ES) = 0{,}42$; $P(UE) = 0{,}33$; $P(RM) = 0{,}25$

Tenemos también las siguientes probabilidades condicionadas:

$P(H/ES) = 0{,}30$; $P(H/UE) = 0{,}24$; $P(H/RM) = 0{,}14$

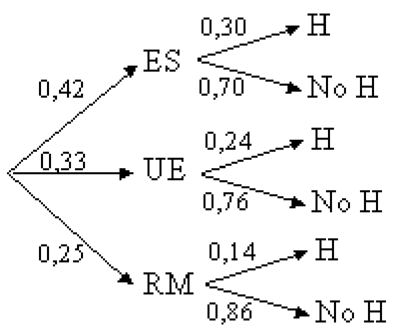
Con esto:

$$P(H) = P(ES) \cdot P(H/ES) + P(UE) \cdot P(H/UE) + P(RM) \cdot P(H/RM) =$$
$$= 0{,}42 \cdot 0{,}30 + 0{,}33 \cdot 0{,}24 + 0{,}25 \cdot 0{,}14 = 0{,}2402$$

En consecuencia, la probabilidad de que el crédito concedido no sea hipotecario es:

$$P(\text{No } H) = 1 - P(H) = 1 - 0{,}2402 = 0{,}7598$$

Nota: Puede convenir hacer un diagrama de árbol como el siguiente.



$P(\text{no } H) = 0{,}42 \cdot 0{,}70 + 0{,}33 \cdot 0{,}76 + 0{,}25 \cdot 0{,}86 = 0{,}7598$

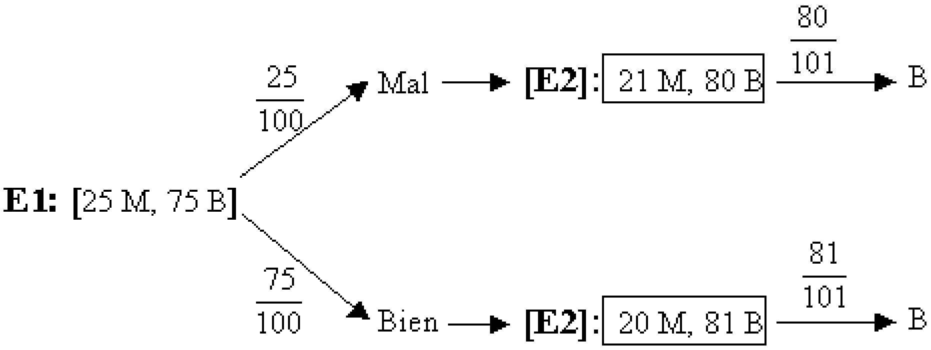
19. En una biblioteca hay dos estanterías con 100 libros cada una. En la primera hay 25 libros en mal estado y en la segunda 20. Un estudiante coge al azar un libro de la primera estantería y lo deja en la segunda. ¿Cuál es la probabilidad de que otro estudiante coja al azar un libro en buen estado de la segunda estantería?

Solución:
Inicialmente las estanterías B1 y B2 están así:

E1: [25 mal, 75 bien] E2: [20 mal, 80 bien]

La probabilidad de obtener un libro en mal estado de E1 es P(M/E1) = 25/100; y en buen estado, P(B/E1) = 75/100.

Con esto, la situación posterior será:

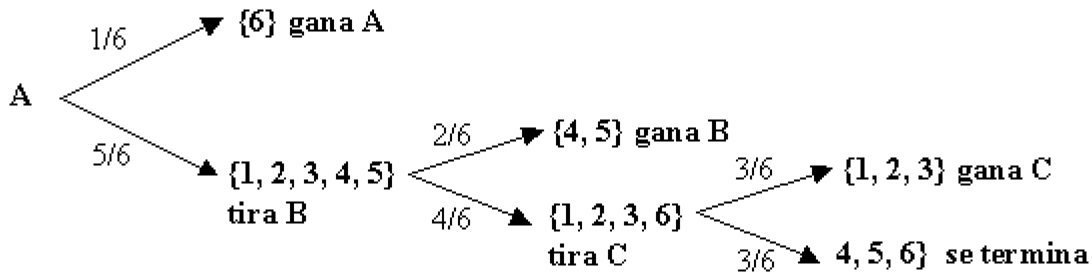


Luego, por la probabilidad total se tendrá:

$$P(B) = \frac{25}{100}\cdot\frac{80}{101}+\frac{75}{100}\cdot\frac{81}{101}=\frac{323}{404}$$

20. Tres amigos juegan con un dado de la siguiente forma. Cada uno lanzará el dado a lo sumo una vez. Si el primero en lanzar saca un seis, gana y se acaba la partida; si no saca un seis, lanza el segundo, que gana si obtiene un cuatro o un cinco, acabando la partida. Si tampoco gana éste, lanza el dado el tercero, que gana si obtiene tres, dos o uno. Aunque no gane el tercero, la partida se termina.
Hallar la probabilidad que tiene cada uno de ganar y la probabilidad de que la partida termine sin ganador.

Solución:
La secuencia del juego se indica en el siguiente diagrama de árbol.



Con esto:

P(de que gane A) = $\frac{1}{6}$

P(de que gane B) = P(no A) · P(gane B/no A) = $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{10}{36}$

P(de que gane C) = P(no A) · P(no gane B/no A) · P(gane C/no A y no B) = $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{10}{36}$

P(de que se termine sin ganador) = P(no A) · P(no B/no A) · P(no C/no A y no B) =

$$= \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{10}{36}$$

21. En una asociación, en la que el 60 % de sus miembros son mujeres, la mitad de estas y el 20 % de los varones asistieron a cierta reunión. Si se elige al azar un miembro de dicha asociación, ¿cuál es la probabilidad de que sea uno de los asistentes? Si la persona elegida no asistió a la reunión, ¿cuál es la probabilidad de que se trate de una mujer?

Solución:
Con los datos del enunciado se puede formar la siguiente tabla:

Asociados	Mujeres	Hombres	Total
Porcentaje	60	40	100
Acude a la reunión	(50%) 0,5 · 50 = 30	(20%) 0,2 · 40 = 8	38
No acude a la reunión	30	32	62

Por tanto, la probabilidad de que un miembro de esa asociación acuda a la reunión es del 38 %. Esto es, 0,38.

De cada 62 personas asociadas que no acuden a la reunión, 30 de ellas son mujeres. Por tanto, la probabilidad pedida será 30/62 = 0,484.

De otra manera:
Utilizando la fórmula de la probabilidad total se tiene:
P(acudir a la reunión) = P(mujer) · P(acudir/mujer) + P(hombre) · P(acudir/hombre) =
= 0,60 · 0,50 + 0,40 · 0,20 = 0,38

Por tanto, P(no acudir) = 1 – 0,38 = 0,62.

Por Bayes,

$$P(\text{mujer/no acude}) = \frac{P(\text{mujer})\cdot P(\text{no acudir/mujer})}{P(\text{no acudir})} = \frac{0{,}60\cdot 0{,}50}{0{,}62} = \frac{30}{62}$$