

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato C.S.

Materia: Derivadas.

Fecha: 7 - Febrero - 12

Alumno.....

1. Las ganancias anuales brutas de una compañía fueron $G(x) = \sqrt{10x^2 + x + 236}$ miles de dólares x años después de su constitución en enero de 2000.

(a) ¿A qué ritmo estaban cambiando las ganancias anuales brutas de la compañía en enero de 2004? ¿Crecen o decrecen? ¿Qué representa dicho número?

(b) ¿Cuál ha sido la variación real de las ganancias de enero de 2004 a enero de 2005?

(2 puntos)

2. (a) Aplicando la definición de derivada, determina $f'(2)$ siendo $f(x) = \sqrt{7x+2} + 1$

(b) Determina la ecuación de la recta tangente a $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 2$ paralela a la recta de ecuación $y = x$.

(2'5 puntos)

3. Determina a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 5} + a, & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{4b}{(x+1)^2}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$ sea

derivable en $x = 2$. Razona la respuesta.

(2'5 puntos)

4. Calcula la función derivada de las siguientes funciones:

$$(a) y = \ln\left(e^{2x+5} + \sqrt{\frac{2x}{x+1}}\right)$$

$$(b) y = \frac{5}{\sqrt[5]{2x^3+2}}$$

$$(c) y = (1 - \sqrt{3x+1}) \cdot e^{\sqrt{3x+1}}$$

$$(d) y = 2x + \sqrt{2x + \sqrt{2x + \frac{1}{\sqrt{2x}}}}$$

(3 puntos)

Soluciones

1. (a) $G'(x) = \frac{20x + 1}{2\sqrt{10x^2 + x + 236}}$

$$G'(4) = \frac{81}{2\sqrt{160 + 4 + 236}} = \frac{81}{40} = 2'025 \text{ md / año}$$

Estimamos un crecimiento de 2'025 md del año 2004 al 2005.

(b) $G(5) - G(4) = \sqrt{250 + 5 + 236} - \sqrt{160 + 4 + 236} = 2'1585 \text{ md}$ es el crecimiento real de las ganancias del 2004 al 2005.

2. (a) $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7x + 2} - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x - 14}{(x - 2)(\sqrt{7x + 2} + 4)} =$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{7}{\sqrt{7x + 2} + 4} = \frac{7}{8}$

(b) pendiente de la tangente en $x = f'(x) = 3x^2 - 6x + 1$

La recta tangente es paralela a la recta $y = x \Rightarrow m_g = 1$

Por lo tanto, $3x^2 - 6x + 1 = 1 \Rightarrow x(3x - 6) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$

Tenemos dos soluciones:

Recta que pasa por el punto $P(0, -2)$ y de pendiente 1: $y = x - 2$

Recta que pasa por el punto $Q(2, -4)$ y de pendiente 1: $y = x - 6$.

3. **f continua en $x = 2$** $\Leftrightarrow f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

$$\left[\begin{array}{l} f(2) = 3 + a \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} (\sqrt{x^2 + 5} + a) = 3 + a \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4b}{(x + 1)^2} = \frac{4b}{9} \end{array} \right] \Leftrightarrow 3 + a = \frac{4b}{9}$$

f derivable en $x = 2$ $\Leftrightarrow f'_-(2) = f'_+(2)$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}}, & x < 2 \\ -\frac{8b}{(x + 1)^3}, & x > 2 \end{cases}, \quad f'_-(2) = \frac{2}{3} = \frac{-8b}{27} = f'_+(2)$$

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato C.S.

Resolviendo el sistema: $\begin{cases} 27 + 9a = 4b \\ 18 = -8b \end{cases} \Leftrightarrow a = -4, b = -\frac{9}{4}$

$$4. (a) y' = \frac{1}{e^{2x+5} + \sqrt{\frac{2x}{x+1}}} \cdot \left[2e^{2x+5} + \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x}{x+1}}} \cdot \frac{2}{(x+1)^2} \right]$$

$$(b) y' = (-1)(2x^3 + 2)^{-6} \cdot 6x^2 = \frac{-6x^2}{\sqrt[5]{(2x^3 + 2)^6}}$$

$$(c) y' = -\frac{3}{2\sqrt{3x+1}} \cdot e^{\sqrt{3x+1}} + (1 - \sqrt{3x+1}) \cdot e^{\sqrt{3x+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+1}} = \frac{-3}{2} \cdot e^{\sqrt{3x+1}}$$

$$(c) y' = 2 + \frac{1}{2\sqrt{2x + \sqrt{2x + \frac{1}{\sqrt{2x}}}}} \cdot \left[2 + \frac{1}{2\sqrt{2x + \frac{1}{\sqrt{2x}}}} \cdot \left(2 - \frac{1}{\sqrt{(2x)^3}} \right) \right]$$

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato C.S.
