1. **(a)** Sabiendo que $P(A)=0'45$, $P(\overline{B})=0'35$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0'85$, calcula $P(B)$, $P(A\cap B)$, $P(A \mid \overline{B})$, $P(A\cup B)$ y $P(B \mid A)$.

(b) ¿Los sucesos A y B son incompatibles? Razona la respuesta.

(c) ¿Los sucesos A y B son independientes? Razona la respuesta.

2. Ambrosio sale cada mañana a dar un paseo por la alameda (A), por el río (R) o por el monte (M). Se puede encontrar (E) o no (no E) con el pesadísimo de Filiberto. Se sabe que va a la alameda el 20 % de las veces y al río el 30 %, y que se encuentra con Filiberto el 80 % de las veces que va a la alameda y el 10 % de las que va al río. Nunca se lo encuentra en el monte.

(a) Describe el proceso en un diagrama en árbol e incorpora las probabilidades de cada tramo.

(b) Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos: (R **y** E), (R **y** no E), (A **y** E), (A **o** E), (M **y** no E).

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que un cierto día se encuentre a Filiberto?

(d) Un día volvió a casa y contó que se había encontrado a Filiberto. Halla la probabilidad de que fuera en el río.

3. Se ha realizado una encuesta a un grupo de estudiantes de bachillerato. Entre las conclusiones está que un 40 % han recibido clases de informática. Además, el 80 % de aquellos que han recibido clases de informática tienen ordenador en casa. También que un 10 % de los estudiantes a los que se les pasó la encuesta tienen ordenador en casa y no han recibido clases de informática. Elegido al azar un estudiante encuestado, calcula la probabilidad de que:

(a) Tenga ordenador en casa.

(b) Tenga ordenador en casa y haya recibido clases de informática.

(c) No tenga ordenador en casa o haya recibido clases de informática.

(d) Haya recibido clases de informática, sabiendo que tiene ordenador en casa.

4. Calcula las siguientes integrales:

(a) $\int \frac{x+\sqrt{x}}{x}\cdot dx$ **(b)** $\int \frac{(x+2)}{x^2+4x+4}\cdot dx$ **(c)** $\int \frac{e^{3x}}{\sqrt{1-e^{3x}}}\cdot dx$

(d) $\int\left(\frac{4}{x^2}-\frac{2}{\sqrt{x}}+5\sqrt[3]{x}\right)\cdot dx$ **(e)** $\int \frac{4x^3-2x+7}{x^2}\cdot dx$

(f) $\int\left[\frac{1}{2x}-\frac{2}{x^2}+\frac{3}{\sqrt{x}}\right]\cdot dx$ **(g)** $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\cdot dx$

(h) $\int \frac{5(2x^3-x)}{\sqrt{x^4-x^2+6}}\cdot dx$ **(i)** $\int \frac{6x-9}{x^2-3x+7}\cdot dx$

5. Sea $f(x)=x^3-3x^2-x+3$.
(a) Calcula una primitiva de f(x). De entre todas las primitivas determina la que pasa por el punto P(2,0).
(b) Justifica que $F(x)=x^4+2x-4$ no es primitiva de f(x).
(c) Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f(x), el eje OX y las rectas x = 0 y x = 2.

6. Un estudio indica que dentro de x horas una central nuclear estará arrojando material contaminante a un **ritmo** de $100\cdot e^{-0'5\cdot x}$ **mSv por hora**. ¿Cuánto material contaminante arrojará la central en las próximas 4 horas?

7. Después de x horas en el estudio, un esforzado alumno de 2º de bachillerato puede realizar $(2+6\sqrt{x})$ **ejercicios** complejísimos **por hora.** ¿Cuántos ejercicios realizará entre las 9 A.M. y las 12 A.M. si ha comenzado a estudiar a las 8 A.M.?

8. Calcula el área del recinto limitado por las curvas $y=\sqrt{x}$ e $y=x^3$.

Soluciones

1. **(a)** Sabiendo que $P(A)=0'45$, $P(\overline{B})=0'35$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0'85$

$P(B)=1-P(\overline{B})=1-0'35=0'65$

$P(A\cap B)=1-P(\overline{A\cap B})=1-P(\overline{A}\cup\overline{B})=1-0'85=0'15.$

$P(A\mid\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{P(\overline{B})}=\frac{0'45-0'15}{0'35}=\frac{0'30}{0'35}=\frac{6}{7}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0'45+0'65-0'15=0'95$

$P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0'15}{0'45}=\frac{1}{3}$

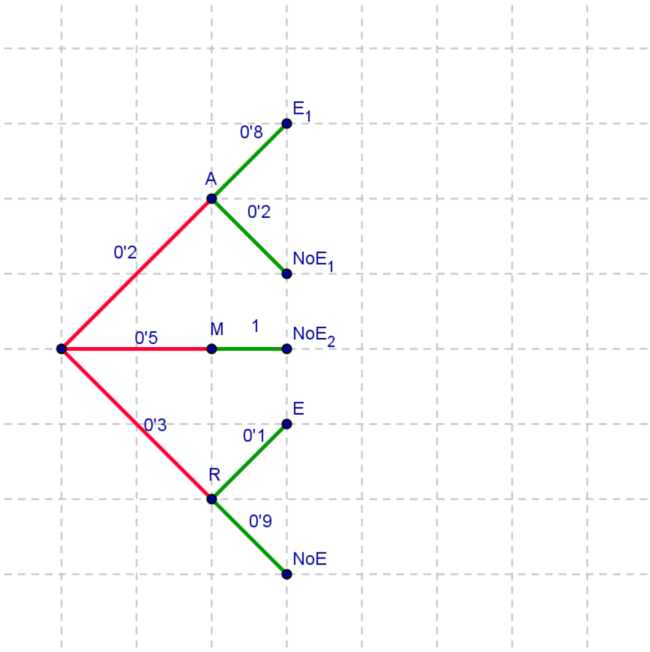
(b) Los sucesos A y B NO son incompatibles ya que

$P(A\cap B)=0'15\neq 0\Rightarrow A\cap B\neq\emptyset.$

(c) Los sucesos A y B NO son independientes ya que

$P(B\mid A)=\frac{1}{3}\neq P(B)=0'65.$

2.



(b) $P(R \cap E) = 0'3 \cdot 0'1 = 0'03$

$P(R \cap NoE) = 0'3 \cdot 0'9 = 0'27$

$P(A \cap E) = 0'2 \cdot 0'8 = 0'16$

$P(A \cup E) = P(A) + P(E) - P(A \cap E) = 0'2 + 0'2 \cdot 0'8 + 0'3 \cdot 0'1 - 0'2 \cdot 0'8 = 0'23$

$P(M \cap NoE) = 0'5 \cdot 1 = 0'5$

(c) $P(E) = 0'2 \cdot 0'8 + 0'3 \cdot 0'1 = 0'19$

(d) $P(R \mid E) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0'03}{0'19} = \frac{3}{19}$

3.

	recibe clases Informática	NO recibe clases de Informática	
Tiene ordenador	**32**	**10**	**42**
NO tiene ordenador	**8**	**50**	**58**
	40	**60**	**100**

(a) $P(O) = \frac{42}{100} = 0'42.$

(b) $P(O \cap I) = \frac{32}{100} = 0'32.$

(c) $P(\overline{O} \cup I) = \frac{8+50+32}{100} = 0'9$

(d) $P(I \mid O) = \frac{32}{42}.$

4. Calcula las siguientes integrales:

(a) $\int \frac{x+\sqrt{x}}{x} \cdot dx = \int\left(1+x^{\frac{-1}{2}}\right) \cdot dx = x+2\sqrt{x}+C$

(b) $\int \frac{(x+2)}{x^2+4x+4} \cdot dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x+4}{x^2+4x+4} \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot \ln|x^2+4x+4|+C$

(c) $\int \frac{e^{3x}}{\sqrt{1-e^{3x}}} \cdot dx = \frac{-1}{3}\int(-3 \cdot e^{3x}) \cdot (1-e^{3x})^{\frac{-1}{2}} dx = 2\sqrt{1-e^{3x}}+C$

(d)
$\int\left(\frac{4}{x^2}-\frac{2}{\sqrt{x}}+5\sqrt[3]{x}\right)dx = \int\left(4x^{-2}-2x^{\frac{-1}{2}}+5x^{\frac{1}{3}}\right)dx = \frac{-4}{x}-4\sqrt{x}+\frac{15}{20}x^{\frac{4}{3}}+C$

(e) $\int \frac{4x^3-2x+7}{x^2} \cdot dx = \int(4x-\frac{2}{x}+7x^{-2})dx = 2x^2-2\ln|x|-\frac{7}{x}+C$

(f) $\int\left[\frac{1}{2x}-\frac{2}{x^2}+\frac{3}{\sqrt{x}}\right] \cdot dx = \frac{1}{2}\ln|x|+\frac{2}{x}+6\sqrt{x}+C$

(g) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \cdot dx = 2\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}dx = 2 \cdot e^{\sqrt{x}}+C$

(h) $\int \frac{5(2x^3-x)}{\sqrt{x^4-x^2+6}} \cdot dx = \frac{5}{2}\int(4x^3-2x)(x^4-x^2+6)^{\frac{-1}{2}}dx = 5\sqrt{x^4-x^2+6}+C$

(i) $\int \frac{6x-9}{x^2-3x+7} \cdot dx = 3\int \frac{2x-3}{x^2-3x+7}dx = 3\ln|x^2-3x+7|+C$

5. **(a)** $\int(x^3-3x^2-x+3)dx = \frac{1}{4}x^4-x^3-\frac{1}{2}x^2+3x+C$

Una primitiva cualquiera de f(x) se obtiene dando a la constante C un valor real, por ejemplo C=5: $F_1(x) = \frac{1}{4}x^4-x^3-\frac{1}{2}x^2+3x+5$.

La primitiva que pasa por el punto P(2,0) es $F_2(x) = \frac{1}{4}x^4-x^3-\frac{1}{2}x^2+3x$, porque:

$F(2)=0,\ F(x) = \frac{1}{4}x^4-x^3-\frac{1}{2}x^2+3x+C \Rightarrow 4-8-2+6+C=0 \Rightarrow C=0$

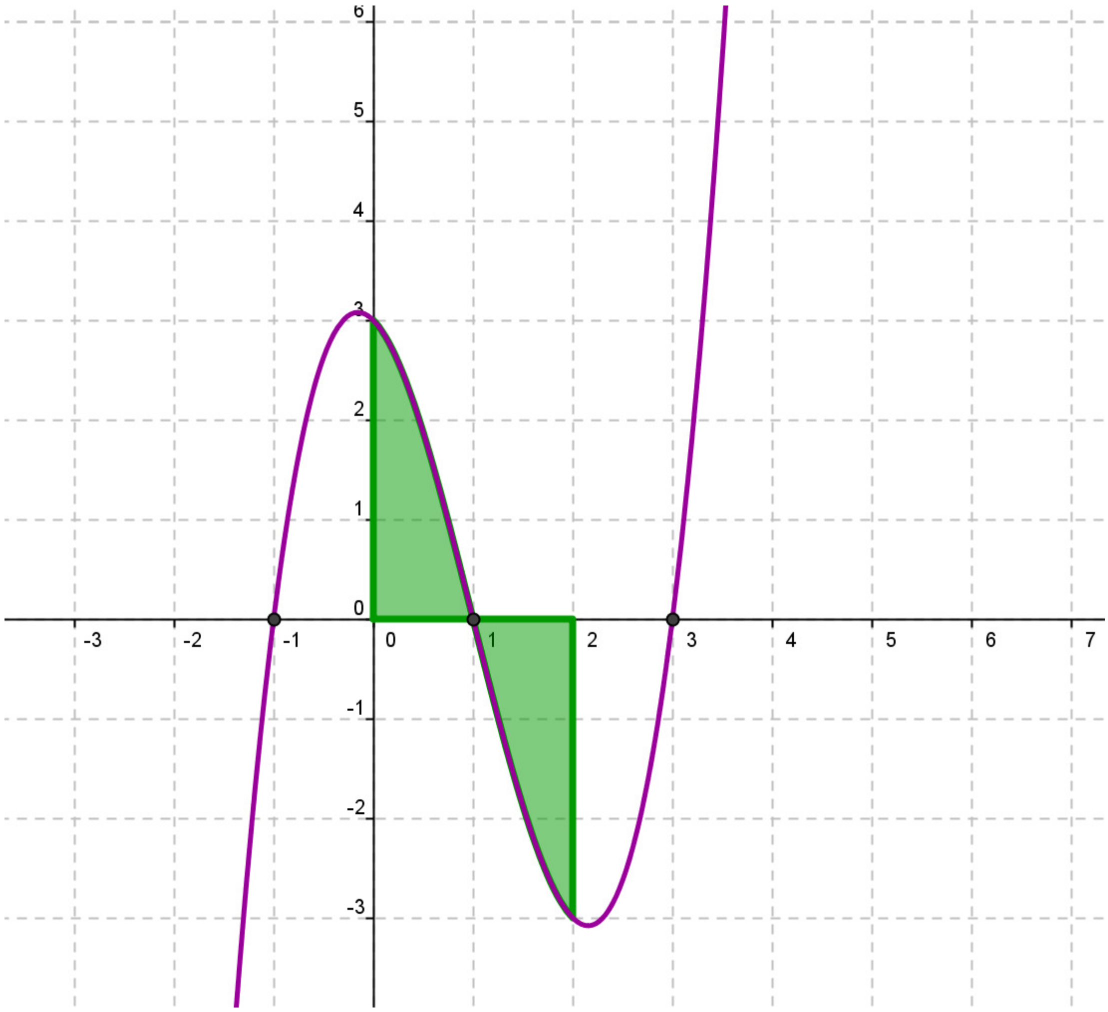
(b) $F(x)=x^4+2x-4$ no es primitiva de f(x) porque sus primitivas son:

$F(x) = \frac{1}{4}x^4-x^3-\frac{1}{2}x^2+3x+C$

(c) Podemos comprobar que la función f(x) en el intervalo (0,1) es positiva y en el intervalo (1,2) es negativa. Por lo tanto el área del recinto coloreado en verde es:

$\int_0^1(x^3-3x^2-x+3)dx-\int_1^2(x^3-3x^2-x+3)dx =$

$[\frac{1}{4}x^4-x^3-\frac{1}{2}x^2+3x]_0^1-[\frac{1}{4}x^4-x^3-\frac{1}{2}x^2+3x]_1^2 = \frac{7}{4}+\frac{7}{4} = \frac{7}{2}\ u.\ \text{sup}.$



6.

$\int_0^4 100 \cdot e^{\frac{-x}{2}} \cdot dx = -200 \int_0^4 (\frac{-1}{2}) \cdot e^{\frac{-x}{2}} \cdot dx = -200[e^{\frac{-x}{2}}]_0^4 = -200\left[\frac{1}{e^2} - 1\right] =$

$\backsimeq 172'93\ mSv$

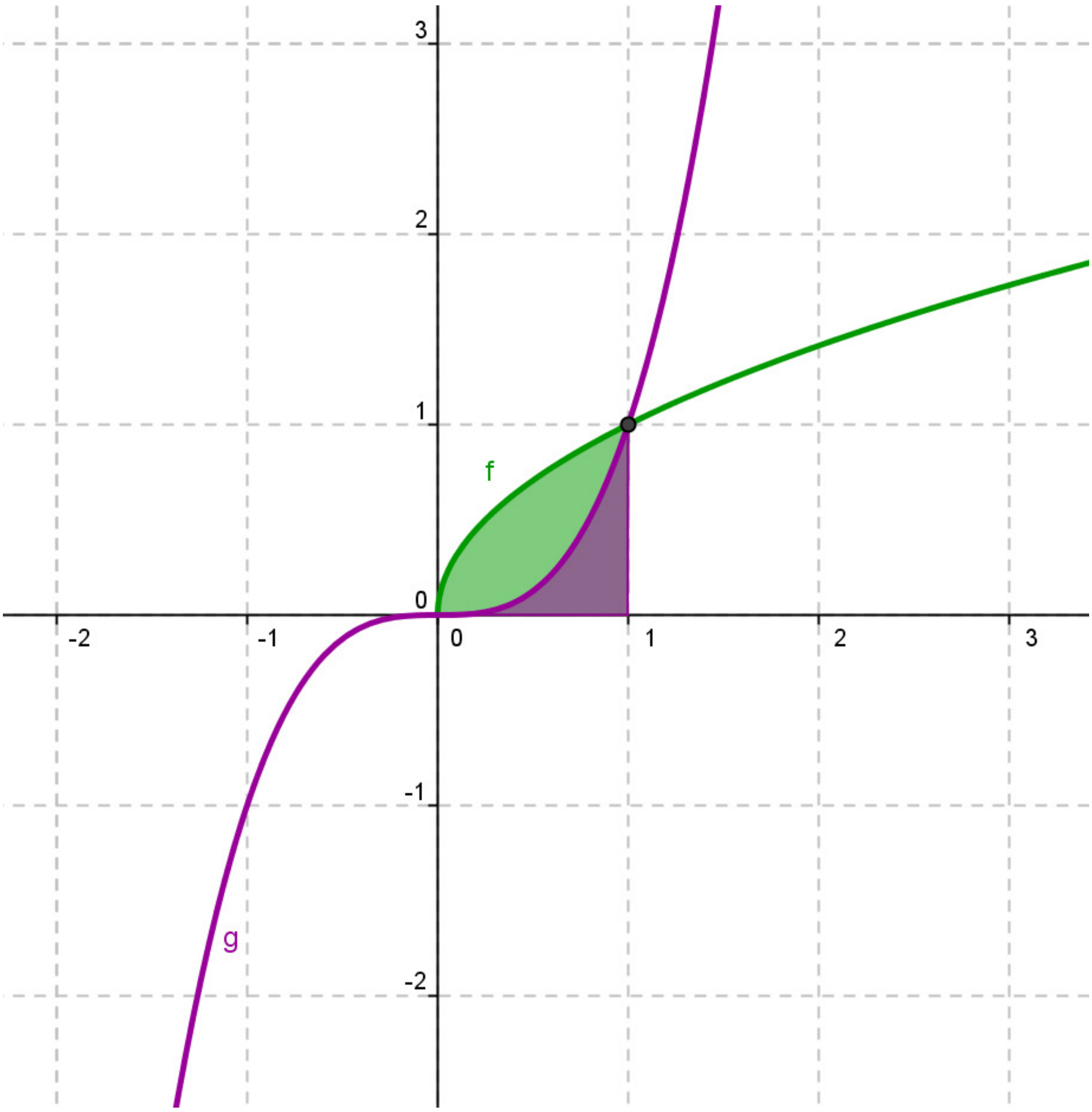
7. $\int_1^4 (2 + 6\sqrt{x})dx = \left[2x + 4\sqrt{x^3}\ \right]_1^4 = (8+32) - (2+4) = 34\ ejercicios$

8. Representamos las dos funciones y determinamos sus puntos de corte.

$\left\{\begin{array}{c} y = \sqrt{x} \\ y = x^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{x} = x^3 \Rightarrow x = x^6 \Rightarrow x(x^5 - 1) = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} P(0,0) \\ Q(1,1) \end{array}\right\}$

Por lo tanto el área del recinto verde es:

$\int_0^1 (\sqrt{x} - x^3)dx = \left[\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \frac{1}{4}x^4\right]_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}\ u.\ sup.$



3
2
1
0
-1
-2
-2
-1
0
1
2
3
f
g