

## EXAMEN DE RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS 2º BAC CC SS

NOMBRE ..... Calificación .....

**EJERCICIO 1 ( 1'5 puntos )** Una bolsa contiene dos monedas equilibradas. Una de las monedas tiene cara y cruz y la otra dos caras. Se elige al azar una moneda de la bolsa, se lanza dos veces consecutivas y se obtienen dos caras. Calcula la probabilidad de que la moneda elegida sea la de dos caras.

**EJERCICIO 2 ( 2 puntos)** El peso en gramos de las bolsitas de azúcar fabricadas por una máquina se puede aproximar por una distribución normal de media 5 gramos y desviación típica 0,5 gramos.

- a) Se toma una muestra de tamaño 49. Si se sabe que la media muestral es menor que 5,14 gramos, calcula la probabilidad de que sea mayor que 4,8 gramos.
- b) Las bolsitas se envasan en cajas de 100 unidades. Calcula la probabilidad de que la caja pese más de 501 gramos.

**EJERCICIO 3 ( 2 puntos)** En un cierto punto de una autopista está situado un radar que controla la velocidad de los vehículos que pasan por dicho punto. La probabilidad de que el vehículo que pasa por el radar sea un coche es 0,5, de que sea un camión 0,3 y de que sea una motocicleta 0,2. El 6% de los coches superan la velocidad permitida y esto ocurre en el 2% de los camiones y en el 12% de las motocicletas. En un momento dado, un vehículo pasa por el radar,

- a) Calcule la probabilidad de que supere la velocidad máxima permitida
- b) Calcule la probabilidad de que no supere la velocidad máxima permitida si es una motocicleta.
- c) Calcule la probabilidad de que no sea un camión sabiendo que supera la velocidad máxima permitida.

**EJERCICIO 4 (1,5 puntos)** Se tienen dos sucesos A y B tales que  $P(A \cap \bar{B}) = 2P(\bar{A} \cap B)$ ,  $P(A \cap B) = 0,25$  y  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,3$ . Calcule  $P(A)$ ,  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,3$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(B/A)$ .

**EJERCICIO 5 (1,5 puntos)** Se supone que la estancia, en días, de un paciente en un hospital se puede aproximar por una variable aleatoria normal de desviación típica igual a 9 días. De una muestra aleatoria simple formada por 20 pacientes se ha obtenido una media muestral igual a 8 días.

- a) Determinése un intervalo de confianza al 95% para la media poblacional.
- b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que ese intervalo de confianza tenga una longitud inferior o igual a 4 días?

**EJERCICIO 6 (1,5 puntos)** Se supone que el gasto que hacen los individuos de una cierta población en regalos de Navidad se puede de aproximar por una variable aleatoria normal de media  $\mu$  y desviación típica igual a 45 €.

- a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene un intervalo de confianza (251'6, 271'2) con un nivel de confianza del 98%. Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.
- b) Si se toma una muestra de tamaño 64, calcúlese el error máximo cometido para estimar  $\mu$  con un nivel de confianza del 90%.

## SOLUCIÓN

**EJERCICIO 1** Sea  $M_1$  = "Se elige la moneda con cara y cruz",  $M_2$  = "se elige la de 2 caras"

$C \cap C = (M_1 \cap C \cap C) \cup (M_2 \cap C \cap C)$ , luego

$$P(2 \text{ caras}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{5}{8}. \text{ Aplicamos el teorema de Bayes:}$$

$$P(M_2/2 \text{ caras}) = \frac{P(M_2 \cap C \cap C)}{P(C \cap C)} = \frac{1/2}{5/8} = \frac{8}{10}$$

**EJERCICIO 2**

a) Por el teorema central del límite,  $\bar{X}$  es  $N(5, 0,071)$

$$P(\bar{X} > 4,8 / \bar{X} < 5,14) = \frac{P(4,8 < \bar{X} < 5,14)}{P(\bar{X} < 5,14)} = \frac{P(-2,82 < Z < 1,97)}{P(Z < 1,97)} = 0,9975$$

$$P(-2,82 < Z < 1,97) = P(Z < 1,97) - P(Z > 2,82) = 0,9756 - 0,024 = 0,9516$$

b) Por el teorema central del límite,  $\sum x_i$  es  $N(n\mu, \sigma\sqrt{n})$ . Una caja de 100 bolsas es una muestra de tamaño 100 luego tenemos una  $N(500, 0,71)$

$$P(\sum x_i > 501) = P(Z > 1,41) = 1 - P(Z < 1,41) = 0,0793$$

**EJERCICIO 3**

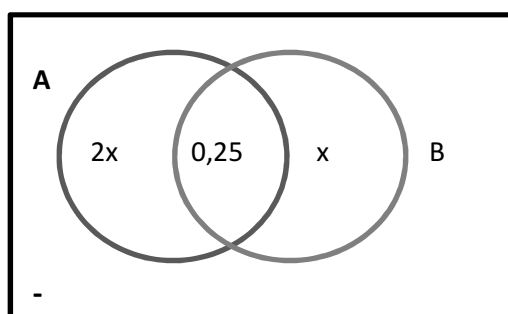
|        | COCHE | CAMIÓN | MOTO |     |
|--------|-------|--------|------|-----|
| NO SUP | 47    | 29,4   | 17,6 | 94  |
| SUPERA | 3     | 0,6    | 2,4  | 6   |
|        | 50    | 30     | 20   | 100 |

a)  $P(\text{Supere}) = 6/100 = 0,06$

b)  $P(\text{No supere} / \text{Es una motocicleta}) = 17,6/20 = 0,88$

c)  $P(\text{No camión} / \text{Supera}) = 5,4/6 = 0,9$

**EJERCICIO 4** Como  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,3$ ,  $P(A \cup B) = 0,7$ . Nos fijamos en el dibujo y tenemos:



$$3x + 0,25 = 0,7 ; \text{ resolvemos y } x = 0,15$$

$$P(A) = 0,55, P(\bar{B}) = 0,6, P(B/A) = 0,4545$$

### EJERCICIO 5

a)  $(\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (8 - 1,96 \cdot 2,012, 8 + 1,96 \cdot 2,012) =$   
**(4,056, 11,943)**

b) La amplitud del intervalo de confianza es  $2E = 2z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4$ . Sustituyendo datos:  
 $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2$  ;  $1,96 \cdot \frac{9}{\sqrt{n}} = 2$  ;  $\sqrt{n} = 8,82$      $n = 78$

### EJERCICIO 6 .

a) Para un nivel del 98% ,  $z_{\alpha/2} = 2,33$

$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 251,6$$

$$\bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 271,2$$

Sumando  $2\bar{X} = 522,8$  luego  $\bar{X} = 261,4$

Restando:  $2z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 19,6$  ;  $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 9,8$  ;  $2,33 \cdot \frac{45}{\sqrt{n}} = 9,8$

$$\sqrt{n} = 10,7 \quad n = 115$$

b) Para un nivel de confianza del 90%  $z_{\alpha/2} = 1,65$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,65 \cdot \frac{45}{8} = 9,28 \text{ aprox.}$$