

EXAMEN DE ESTADÍSTICA PROBABILIDAD 2ª BACHILLERATO

NOMBRE Calificación

EJERCICIO 1 Tres bolsas idénticas contienen bolas de cristal. La primera contiene 6 bolas lisas y 4 rugosas. La segunda, 5 lisas y dos rugosas, la tercera 4 lisas y 7 rugosas. Se elige una bolsa al azar y se extra una bola. Calcula la probabilidad de que: (1,5 puntos)

- a) Calcula la probabilidad de que sea rugosa.
- b) Si la bola extraída ha resultado ser rugosa, cuál es la probabilidad de que hay sido de la tercera bolsa?

EJERCICIO 2 Se supone que el precio, en euros, de un refresco, puede aproximarse por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 0,09 euros. Se toma una muestra aleatoria simple del precio del refresco en 10 establecimientos y resulta: (2 puntos)

1,50 1,60 1,10 0,90 1,00 1,60 1,40 0,90 1,30 1,20

- a) Determinése un intervalo de confianza al 95% para μ
- b) Calcúlese el tamaño mínimo que ha de tener la muestra elegida para que el valor absoluto de la diferencia entre ls medias muestral y poblacional sea menor o igual que 0,10 euros con una probabilidad mayor o igual que 0,99.

EJERCICIO 3 Para estimar la media de una población con distribución normal con desviación típica igual a 5, se ha extraído na muestra de tamaño 100 con la que se ha obtenido un intervalo de confianza (173.42 , 175.56) para dicha media poblacional.

- a) Calcúlese la media de la muestra seleccionada. (1 + 1 puntos)
- b) Calcúlese el nivel de confianza del intervalo obtenido.

EJERCICIO 4 Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$P(A \cap B) = 0,1$, $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,6$ y $P(A/B) = 0,5$. Calcúlense: $P(B)$; $P(A \cup B)$, $P(A)$ y $P(\bar{B}/\bar{A})$. ¿Son A y B independientes? (1,5 puntos)

EJERCICIO 5 Los tigres de un cierto país provienen de tres reservas: el 30% de la primera, el 25% de la segunda y el 45% de la tercera. La proporción de tigres albinos en l primera es del 0,2%, mientras que dicha proporción es del 0,5% en la segunda y 0,1% en la tercera.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un tigre sea albino? (0,75 puntos)
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un tigre no se albino sabiendo que no viene de la primera reserva? (0,75 puntos)

EJERCICIO 6 Se supone que la presión sistólica de una población se puede aproximar por una normal de media 98 mm y desviación típica 15 mm. Se toma una muestra de tamaño 9. Si se sabe que la media muestral es mayor que 100 mm, probabilidad de que sea menor que 104 mm. (1,5 puntos)

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 Sea $B_i = \text{"La bola viene de la bolsa } i\text{"}$ ($i = 1, 2, 3$) y sean $L = \text{"La bola es lisa"}$ y $R = \text{"La bola es rugosa"}$.

a) Aplicando el teorema de la probabilidad total: $R = (B_1 \cap R) \cup (B_2 \cap R) \cup (B_3 \cap R)$.

$$\text{Tenemos } P(R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{11} = 0.1333 + 0.0952 + 0.2121 = \mathbf{0.4406}$$

b) Aplicando el teorema de Bayes, $P(B_3/R) = \frac{P(B_3 \cap R)}{P(R)} = \frac{0.2121}{0.4406} = \mathbf{0.4814}$

EJERCICIO 2 Calculamos primero la media de la muestra: $\bar{X} = 1,25$

a) Para un nivel de confianza del 95%, $z_{\alpha/2} = 1,96$. El intervalo sería

$$(1,25 - 1,96 \cdot \frac{0,09}{\sqrt{10}}, 1,25 + 1,96 \cdot \frac{0,09}{\sqrt{10}}) = (\mathbf{1.194}, \mathbf{1.306})$$

b) Queremos que el error sea menor o igual que 0,10 euros con una confianza del 99%.

$$\text{Para este nivel de confianza } z_{\alpha/2} = 2,58. \quad E = 2,58 \cdot \frac{0,09}{\sqrt{n}} \leq 0,10 ; \sqrt{n} \geq 2,32 \text{ de donde } n \geq 5,38 \text{ o } \mathbf{n \geq 6}.$$

EJERCICIO 3

a) $(\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (173.42, 175.56)$. Igualando $\bar{X} = \mathbf{174,49}$

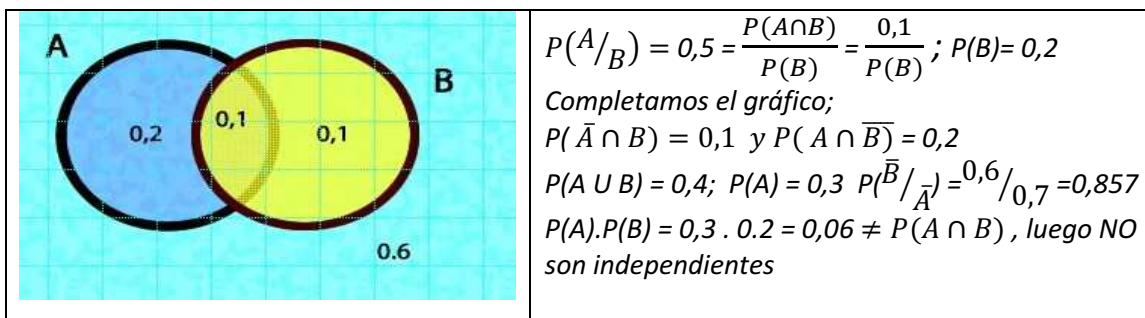
$$\text{b) } \bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 173,42$$

$$\bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 175,56$$

$$\text{Restando las dos ecuaciones tenemos que } 2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.14 ; \quad 2 z_{\alpha/2} \cdot \frac{5}{\sqrt{100}} = 2.14$$

$$z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,14 ; p = \mathbf{96,76\%}$$

EJERCICIO 4



EJERCICIO 5

	RES1	RES2	RES3		$a) P(AL) = 0,230/100 = 0,0023$ $b) P(\overline{AL}/\overline{R1}) = 69,83/70 = 0,9976$
AL	0,06	0,125	0,045	0,230	
$\overline{AL}$	29,94	24,875	44,955	99,77	
	30	25	45	100	

EJERCICIO 6

Por el teorema central del límite, la media muestral es $N(98, 15/3) = N(98, 5)$

$$P(\bar{X} < 104 / \bar{X} > 100) = \frac{P(100 < \bar{X} < 104)}{P(\bar{X} > 100)} = \frac{0,2295}{0,3446} = 0,666$$

Tipificamos: $P(100 < \bar{X} < 104) = P(0,40 < Z < 1,20) = P(Z < 1,20) - P(Z < 0,40) =$

$$0,8849 - 0,6554 = 0,2295$$

$$P(\bar{X} > 100) = P(Z > 0,40) = 1 - 0,6554 = 0,3446$$