Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2007

Problema 1 Calcular el área finita de la región del plano comprendida entre las parábolas: $y = -x^2 + 4x + 1$ e $y = x^2 - 6x + 9$.

Solución:

Encontramos los puntos de corte entre las dos parábolas

$$-x^2 + 4x + 1 = x^2 - 6x + 9 \Longrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Longrightarrow x = 1, \;\; x = 4$$

$$\int_1^4 [(-x^2 + 4x + 1) - (x^2 - 6x + 9)]\, dx = \int_1^4 (-2x^2 + 10x - 8)\, dx =$$

$$= \left[\frac{-2x^3}{3} + 5x^2 - 8x\right]_1^4 = 9$$

$$\acute{A}rea = |9| = 9\, u^2$$

Problema 2 Representar gráficamente la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

analizando:

a) Dominio, simetrías y puntos de corte.

b) Intervalos de existencia de la función.

c) Asíntotas.

d) Monotonía, máximos y mínimos.

e) Curvatura y puntos de inflexión.

Solución:

a) $Dom(f) = R - \{-1\}$,simetrías no tiene, y el único punto de corte es el $(0, 0)$.

b)

$$\frac{x^2}{x+1} > 0 \Longrightarrow$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, \infty)$
$C(x)$	$-$	$+$

c) Asíntotas:

- Verticales: $x = -1$

$$\lim_{x \longrightarrow -1^+} \frac{x^2}{x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow -1^-} \frac{x^2}{x+1} = -\infty$$

- Horizontales: No hay

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2}{x+1} = \infty$$

- Oblicuas: $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2+x} = 1$$

$$n = \lim_{x \longrightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - x \right) = \lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{-x}{x+1} \right) = -1$$

La asíntota oblicua es $y = x - 1$

d)

$$f'(x) = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = 0 \Longrightarrow x = -2 \text{ y } x = 0$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 0)$	$(0, \infty)$
$C'(x)$	$+$	$-$	$+$
$C(x)$	Creciente	Decreciente	Creciente

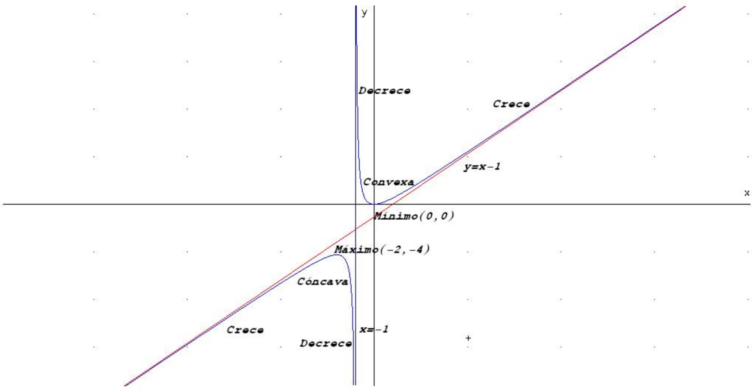
Luego tenemos un Máximo en el punto $(-2, -4)$ y un Mínimo en el punto $(0, 0)$.

e)

$$f'(x) = \frac{2}{(x+1)^3} = 0 \Longrightarrow \text{sin solución}$$

Luego no hay puntos de Inflexión.

	$(-\infty, -1)$	$(-1, \infty)$
$C''(x)$	$-$	$+$
$C(x)$	Convexa	Cóncava


y
x
Decrece
Crece
y=x-1
Convexa
Minimo(0,0)
Maximo(-2,-4)
Cóncava
Crece
x=-1
Decrece