LEY DE LAPLACE

pág. 232 **7** Dada una baraja de 40 cartas, al extraer una, determina la probabilidad de sacar:

a) Un oro.

b) Un as.

c) Una figura.

a) A: "extraer una carta de oros de la baraja"

Con la LEY DE LAPLACE

$$P(A) = \frac{10}{40} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

b) B: "extraer un as"

$$P(B) = \frac{4}{40} = \boxed{\frac{1}{10}}$$

c) C: "extraer una figura"

$$P(C) = \frac{12}{40} = \boxed{\frac{3}{10}}$$

pág. 232 **8** Al lanzar dos dados y realizar el experimento de sumar los puntos, determina la probabilidad de obtener:

a) 3

b) 7

c) 12

a) A: "los dados suman 3".

$$P(A) = \frac{2}{36} = \boxed{\frac{1}{18}}$$

b) B: "los dados suman 7".

$$P(B) = \frac{6}{36} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

c) C: "los dados suman 12"

$$P(C) = \boxed{\frac{1}{36}}$$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

(TB SE PUEDE HACER UN DIAGRAMA DE ÁRBOL).

pág. 232

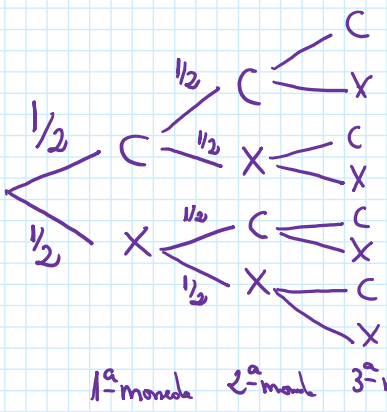
9 Determina cuál es la probabilidad de que, al lanzar tres monedas a la vez, obtengas:

a) Tres caras.

b) Como mínimo una cara (este suceso se puede interpretar como el suceso contrario de salir todo cruces).

c) Más cruces que caras.

Hacemos el diagrama de árbol:



$E = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX\}$

a) $P(CCC) = \boxed{\frac{1}{8}}$

b) A: "sale como mínimo una cara"

$\bar{A}$: "no sale ninguna cara" "sólo salen cruces".

Como $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

$$P(\bar{A}) = \frac{1}{8}$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{8} = \boxed{\frac{7}{8}}$$

c) T: "salen más cruces que caras"

$$P(T) = \frac{4}{8} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

DEFINICIÓN AXIOMÁTICA DE PROBABILIDAD.

10 En un experimento aleatorio se dan cuatro sucesos elementales: A, B, C y D. Sabiendo que $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}1$, $P(C) = 0{,}4$, determina la probabilidad del suceso D.

$P(A)+P(B)+P(C)+P(D)=1$

$0{,}3+0{,}1+0{,}4+p(D)=1$; $\boxed{P(D)=0{,}2}$

11 Se ha trucado una moneda de modo que la probabilidad de salir cara sea el triple que la de salir cruz. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cruz al realizar un lanzamiento?

$P(C)=3P(X)$

$P(C)+P(X)=1 \cdot 3P(X)+P(X)=1$; $\boxed{P(X)=\frac{1}{4}}$

12 Un dado se ha trucado para que la probabilidad de que salga cada una de sus caras sea proporcional al número que aparece en ellas. Calcula la probabilidad de obtener un 4 al lanzar el dado.

$P(1)=x$
$P(2)=2x$
$P(3)=3x$
$P(4)=4x$
$P(5)=5x$
$P(6)=6x$

$P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$

$x+2x+3x+4x+5x+6x=1$

$21x=1$

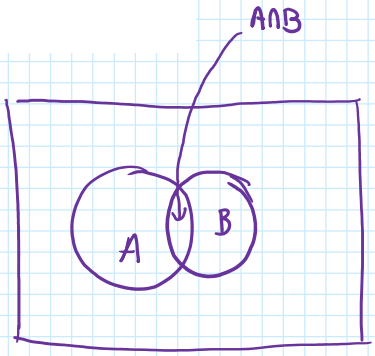
$x=\frac{1}{21}$

luego $\boxed{P(4)=\frac{4}{21}}$

13 Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0{,}7$; $P(B) = 0{,}5$ y $P(A \cap B) = 0{,}4$. Calcula:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$



a) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$P(A\cup B)=0{,}7+0{,}5-0{,}4=\boxed{0{,}8}$

b) $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})$

Además: $P(A\cup B)+P(\overline{A\cup B})=1$

$P(\overline{A\cup B})=1-0{,}8=0{,}2$ luego $\boxed{P(\overline{A}\cap\overline{B})=0{,}2}$

PROBABILIDAD CONDICIONADA

14 En un club deportivo, el 70 % de los socios practica la natación, el 25 % juega al tenis y el 20 % practica los dos deportes. Si escogemos al azar a uno de los socios, indica cuál es la probabilidad de que:

a) Si juega al tenis, practique la natación.

b) Si practica la natación, juegue al tenis.

c) Practique algún deporte.

$p(N) = 0{,}7$

$p(T) = 0{,}25$

$p(N \cap T) = 0{,}2$

a) $p(N/T) = \dfrac{p(N \cap T)}{p(T)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}25} = \boxed{\dfrac{4}{5}}$

b) $p(T/N) = \dfrac{p(T \cap N)}{p(N)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}7} = \boxed{\dfrac{2}{7}}$

c) $P(T \cup N) = p(T) + p(U) - p(T \cap N)$

$P(T \cup N) = 0{,}25 + 0{,}7 - 0{,}2 = \boxed{0{,}75}$

15 En una ciudad llueve 3 de cada 10 días. Los semáforos se estropean 1 de cada 10 días de lluvia. Calcula la probabilidad de que mañana llueva y no funcionen los semáforos.

$P(\text{lluvia}) = \dfrac{3}{10}$

$P(\text{semáforo estropeado} / \text{lluvia}) = \dfrac{1}{10}$

$P(\text{semáforo estropeado} / \text{lluvia}) = \dfrac{P(\text{estropeado} \cap \text{lluvia})}{P(\text{lluvia})}$

$P(\text{semáforo estropeado} \cap \text{lluvia}) = P(\text{semáforo estropeado} / \text{lluvia}) \cdot P(\text{lluvia})$

$P(\text{semáforo estropeado} \cap \text{lluvia}) = \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{3}{10} = \boxed{\dfrac{3}{100}}$

SUCESOS DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES

16 Lanzamos un dado tres veces consecutivas. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos.

a) Salir tres 6.

b) No obtener ningún 6.

c) Obtener como mínimo un 6.

d) Obtener tres resultados distintos.

a) $P(6 \cap 6 \cap 6) = P(6) \cdot P(6) \cdot P(6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{216}}$

b) $P(\bar{6} \cap \bar{6} \cap \bar{6}) = P(\bar{6}) \cdot P(\bar{6}) \cdot P(\bar{6}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \boxed{\frac{125}{216}}$

c) El suceso "obtener como mínimo un 6" y "no obtener ningún 6" son contrarios luego:

$P(\text{obtener como mínimo un 6}) = 1 - \frac{125}{216} = \boxed{\frac{91}{216}}$

d) $P(1^{\text{er}} \text{ número} \cap \text{número distinto} \cap \text{número distinto}) = \frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{120}{216} = \boxed{\frac{5}{9}}$

17 Se lanzan dos dados y dos monedas; calcula las probabilidades de los sucesos siguientes.

a) Salir dos 6 y dos caras.

b) Salir dos 6, una cara y una cruz.

c) Salir dos parejas, tanto en los dados como en las monedas.

a) $P(6 \cap 6 \cap C \cap C) = \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{144}}$

b) $P(\text{Dos 6, una cara y una cruz}) = \frac{1}{36} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{144} = \boxed{\frac{1}{72}}$

c) $P(\text{dos parejas}) = \frac{6}{36} \cdot \frac{2}{4} = \frac{12}{144} = \boxed{\frac{1}{12}}$

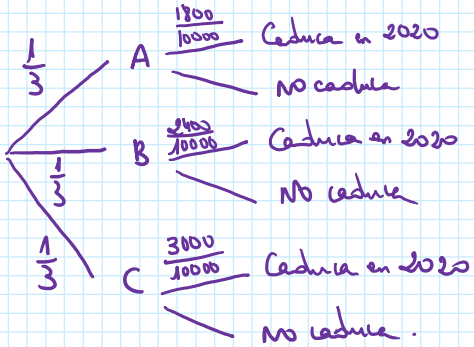
TEOREMA DE PROBABILIDAD TOTAL

18 Se tienen 30 dados normales y 3 cargados: la probabilidad de obtener un 6 en los dados cargados es el triple que la de no obtenerlo. Elegimos al azar un dado y lo lanzamos. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 6?

$P(6) = P(\text{dado normal}) \cdot P(6/\text{dado normal}) + P(\text{dado cargado}) \cdot P(6/\text{dado cargado})$

$P(6) = \frac{30}{33} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{33} \cdot \frac{3}{4} = \frac{30}{198} + \frac{9}{132} = \frac{29}{132}$

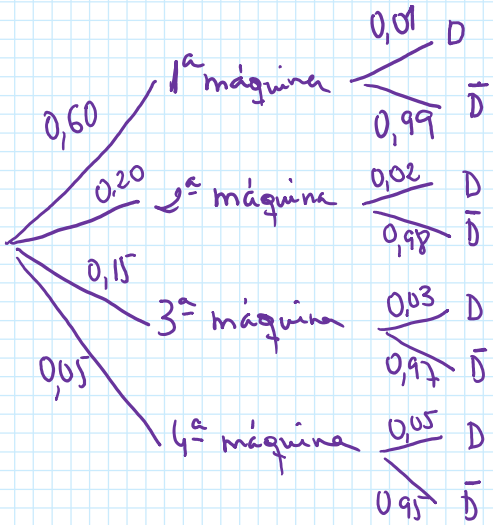
19 En un polígono industrial se almacenan 30 000 latas de refresco procedentes de las fábricas *A*, *B* y *C* a partes iguales. Se sabe que en 2020 caducan 1 800 latas de la fábrica *A*, 2 400 procedentes de la *B* y 3 000 que proceden de la *C*. ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una lata al azar caduque en 2020?



$P(\text{caduca en 2020}) = P(A) \cdot P(\text{caduca}/A) + P(B) \cdot P(\text{caduca}/B) + P(C) \cdot P(\text{caduca}/C)$

$P(\text{caduca en 2020}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1800}{10000} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2400}{10000} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3000}{10000} = \frac{6}{25} = 0{,}24$

20 Una empresa que fabrica latas de refrescos utiliza 4 máquinas distintas. Con la primera fabrica el 60 % de la producción; con la segunda, el 20 %; con la tercera, el 15 %, y con la cuarta, el 5 %. Las máquinas fabrican un porcentaje de latas defectuosas del 1 %, 2 %, 3 % y 5 %, respectivamente. Si se escoge al azar una lata, ¿cuál es la probabilidad de que no sea defectuosa?



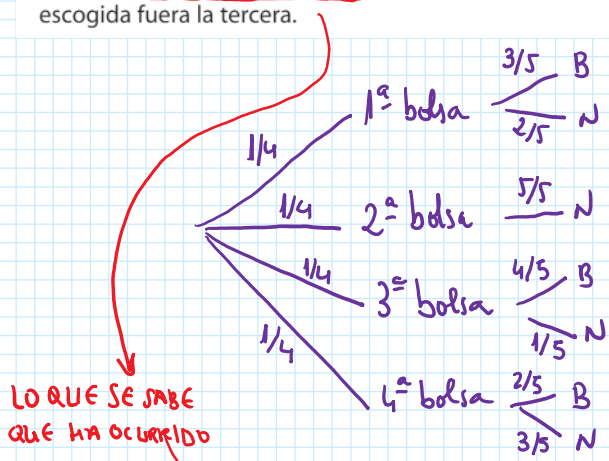
$P(\bar{D}) = P(1^{\text{ª}}\text{ máquina}) \cdot P(\bar{D}/1^{\text{ª}}\text{ máq}) + P(2^{\text{ª}}\text{ máq}) \cdot P(\bar{D}/2^{\text{ª}}\text{ máq}) + P(3^{\text{ª}}\text{ máq}) \cdot P(\bar{D}/3^{\text{ª}}\text{ máq}) + P(4^{\text{ª}}\text{ máq}) \cdot P(\bar{D}/4^{\text{ª}}\text{ máq})$

$P(\bar{D}) = 0{,}60 \cdot 0{,}99 + 0{,}20 \cdot 0{,}98 + 0{,}15 \cdot 0{,}97 + 0{,}05 \cdot 0{,}95 =$

$= \boxed{0{,}983}$

TEOREMA DE BAYES

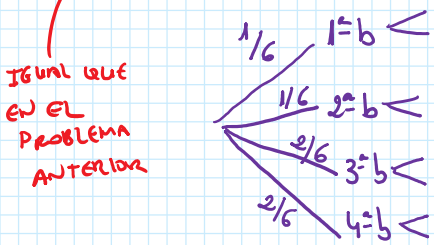
21 Se tienen 4 bolsas con 5 bolas cada una. La primera bolsa tiene 3 bolas blancas y 2 negras; la segunda bolsa, 5 negras; la tercera bolsa, 4 blancas y 1 negra, y la última y cuarta bolsa, 2 blancas y 3 negras. Se escoge una bolsa al azar y se extrae una bola que resulta ser negra. Determina cuál es la probabilidad de que la bolsa escogida fuera la tercera.



$$P(3ª b/N) = \frac{P(3ª b)\cdot P(N/3ª \text{ bolsa})}{P(1ª b)\cdot p(N/1ª \text{ bolsa}) + p(2ª b)\cdot p(N/2ª b) + p(3ª b)\cdot p(N/3ª b) + p(4ª b)\cdot p(N/4ª b)}$$

$$p(3ª \text{ bolsa}/N) = \frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{5}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}} = \frac{1/20}{\frac{2}{20}+\frac{5}{20}+\frac{1}{20}+\frac{3}{20}} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{11}{20}} = \boxed{\frac{1}{11}}$$

22 Se tienen las mismas cuatro bolsas de la actividad anterior con las mismas composiciones, pero ahora las bolsas se escogen con el siguiente procedimiento: Se lanza un dado, si sale un 1, se escoge la bolsa 1; si sale un dos, la bolsa 2; si salen un 3 o un 4, la bolsa 3, y si sale un 5 o un 6, la bolsa 4. Se extrae una bola que resulta ser negra. Determina cuál es la probabilidad de que la bolsa escogida entre las cuatro fuera la tercera.



$$p(3ª \text{ bolsa}/N) = \frac{\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}}{\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{5}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{5}} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{2}{30}+\frac{5}{30}+\frac{2}{30}+\frac{6}{30}} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{15}{30}} = \boxed{\frac{2}{15}}$$

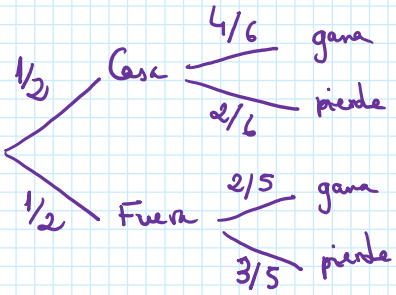
54402

23 Un equipo de fútbol gana 4 partidos de cada 6 que juega en casa y 2 de cada 5 que juega fuera.

a) Sin saber dónde jugará el próximo partido, calcula la probabilidad de que gane.

b) Si el último partido del campeonato lo ganó, ¿cuál es la probabilidad de que jugara en casa?

a) Este apartado se resuelve con el teorema de la probabilidad total:



$$P(G) = P(C) \cdot P(G/C) + P(F) \cdot P(G/F)$$

$$P(G) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{12} + \frac{2}{10} = \boxed{\frac{8}{15}}$$

LO QUE SABEMOS QUE HA OCURRIDO.

b)

$$P(C/G) = \frac{P(C) \cdot P(G/C)}{P(C) \cdot P(G/C) + P(F) \cdot P(G/F)}$$

$$P(C/G) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6}}{\frac{8}{15}} = \frac{\frac{4}{12}}{\frac{8}{15}} = \frac{60}{96} = \boxed{\frac{5}{8}}$$