

Unidad 12: ESTIMACIÓN DE LA MEDIA 23/11/2012

Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II. (Total 9 puntos)

Nombre y apellidos:..... 2º Bachillerato B

Cuestión 1:

Las bolsas de azúcar envasadas por una cierta máquina tienen

$\mu = 500$ gr y $\sigma = 35$ gr.

Las bolsas se empaquetan en cajas de 100 unidades.

- a) Calcula la probabilidad de que la media de los pesos de las bolsas de un paquete sea menor que 495 gr.
- b) Hallar el intervalo característico de $\bar{x}$ para una probabilidad del 95%.
- c) Calcular la probabilidad de que una caja de 100 bolsas pese más de 51 kg.

Cada apartado vale un punto.

Cuestión 2:

Los pesos en kilogramos de los soldados de una promoción siguen una distribución normal $N(69,8)$.

Las guardias en un regimiento están formadas por 12 soldados:

- a) Halla la probabilidad de que la media de los pesos de los soldados de una guardia sea superior a 71 Kg.
- b) Obtener el intervalo característico para $\bar{x}$ correspondiente a una probabilidad de 0,9.
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los pesos de los soldados de una guardia sea menor que 800 kg.
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que un miembro de la guardia, elegido al azar, pese más de 93 kg.

Cada apartado vale 0,75 puntos

Cuestión 3:

Un coronel desea estimar la estatura media de todos los soldados de su regimiento con un error menor que 0,5 cm utilizando una muestra de 30 soldados. Sabiendo que $\sigma = 5,3$ cm, ¿cuál será el nivel de confianza con el que se realiza la estimación? (3 puntos)

$$\textcircled{1} \left. \begin{array}{l} \mu = 500 \text{ gr.} \\ \sigma = 35 \text{ gr.} \\ n = 100 \text{ un.} \end{array} \right\} \Rightarrow X \sim N(\mu; \sigma) = N(500; 35)$$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N(500; 3,5)$$

$$a) P(\bar{X} < 495) = P\left(\frac{\bar{X} - 500}{3,5} < \frac{495 - 500}{3,5}\right) = P(Z < -1,43) =$$

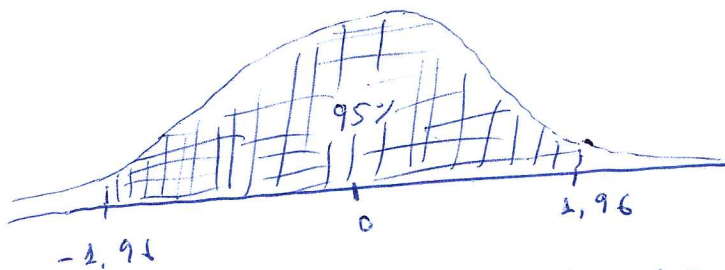
$$= P(Z > 1,43) = 1 - P(Z \leq 1,43) = 1 - 0,9236 = 0,0764 \Rightarrow 7,64\%$$

$$b) \text{ Intervalo característico } \left(\mu - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96 \text{ (es el valor crítico)}$$

$$\text{así que Int. Caract. } (500 - 1,96 \cdot 3,5 ; 500 + 1,96 \cdot 3,5)$$

$$= (493,1 ; 506,9)$$



$$c) \sum_{i=1}^{100} X_i \sim N(n\mu; \sigma \cdot \sqrt{n}) = N(100 \cdot 500; 35 \cdot \sqrt{100}) = N(50.000; 350)$$

$$P(\sum X_i > 51.000) = P\left(\frac{\sum X_i - 50.000}{350} > \frac{51.000 - 50.000}{350}\right) =$$

$$= P(Z > 2,86) = 1 - P(Z \leq 2,86) = 1 - 0,9979 = 0,0021$$

Es decir, poco más de 2 cajas de cada 1000 pesarán más de 51 kg.

② Pesos = $N(69, 8)$

Las guardias de 12 soldados $\bar{X} = N(69; \frac{8}{\sqrt{12}}) = N(69, 2,31)$

aunque $n < 30$ esto es así porque la población es normal.

$$\bar{X} = N(69; 2,31)$$

③ $P(\bar{X} > 71) = P\left(\frac{\bar{X} - 69}{2,31} > \frac{71 - 69}{2,31}\right) = P(Z > 0,87) =$

$$= 1 - P(Z \leq 0,87) = 1 - 0,8078 = 0,1922$$

④ para $p = 1 - \alpha = 0,9$ --- $Z_{\alpha/2} = 1,645$

Int. característico $\left(\mu - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \mu + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$

$$\left(69 - 1,645 \cdot \frac{8}{\sqrt{12}} ; \mu + 1,645 \cdot \frac{8}{\sqrt{12}} \right)$$

$$(69 - 1,645 \cdot 2,31 ; 69 + 1,645 \cdot 2,31)$$

Esto significa que $(65,20 ; 72,79)$ Kgs.

el 90% de las guardias tienen un peso medio comprendido entre 65,20 Kg. y 72,79 Kg.

⑤ $\sum X_i = N(n \cdot \mu ; \sigma \cdot \sqrt{n}) = N(12 \cdot 69 ; 8 \cdot \sqrt{12}) = N(828 ; 27,72)$

$$P(\sum X < 800) = P\left(\frac{\sum X_i - 828}{27,72} < \frac{800 - 828}{27,72}\right) = P(Z < -1,01) =$$

$$= P(Z > +1,01) = 1 - P(Z \leq 1,01) = 1 - 0,8438 = 0,1562$$

⑥ Un individuo tomado al azar de entre un grupo que también fue elegido al azar es, sencillamente, una extracción al azar de la población. Es decir, X es $N(69; 8)$. Por tanto:

$$P(X > 93) = P\left(\frac{X - 69}{8} > \frac{93 - 69}{8}\right) = P(Z > 3) = 1 - P(Z \leq 3) = 0,0013$$

Estatura media

③ $E = 0,5 \text{ cm.}$
 $n = 30 \text{ sdd.}$
 $\sigma = 5,3 \text{ cm.}$
 nivel confianza = $1 - \alpha$ de

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$0,5 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{5,3}{\sqrt{30}}$$

$$z_{\alpha/2} = \frac{0,5 \times \sqrt{30}}{5,3} = 0,52$$

$$P(Z < z_{\alpha/2}) = P(Z \leq 0,52) = 0,6985 = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\alpha}{2} = 1 - 0,6985$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = 2 \cdot (0,3015)$$

$$\alpha = 0,6030$$

$$\text{Nivel de confianza} \Rightarrow 1 - \alpha = 0,3970$$

El nivel de confianza sería del 39,7% ¡Demasiado bajo!

Para eso no merece la pena realizar la experiencia.

El bajo valor del nivel de confianza es debido a que se pretendía afinar mucho (el error debía ser menor que medio centímetro) con una muestra muy pequeña (30 individuos).