# 13 Probabilidad. Distribución binomial y normal

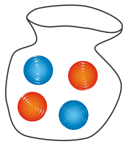
## 1. Probabilidad condicionada

### Piensa y calcula

Calcula mentalmente:

a) la probabilidad de que al sacar una bola, sea roja.

b) la probabilidad de que al sacar dos bolas sin devolución, la primera sea roja y la segunda azul.



**Solución:**

a) 1/2 b) 1/3

### Aplica la teoría

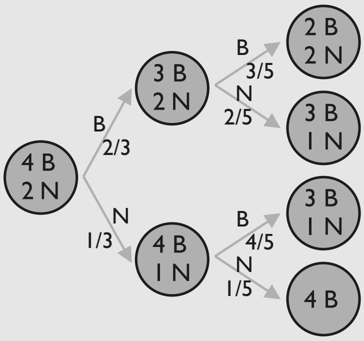
**1.** De una urna con 4 bolas blancas y 2 negras se extraen al azar, sucesivamente y sin devolución, dos bolas.

a) Haz el diagrama de árbol que representa el experimento.

b) Calcula la probabilidad de que la segunda bola sea negra, condicionado a que la primera ha sido blanca.

**Solución:**

a)




B = "sacar bola blanca"

N = "sacar bola negra"

b) P(N/B) = 2/5

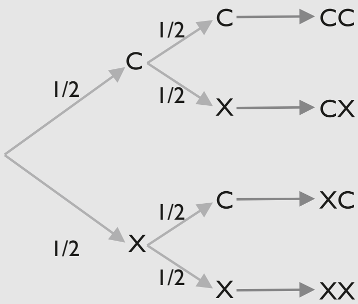
**2.** Lanzamos dos monedas de 1 € al aire:

a) Haz el diagrama de árbol.

b) Calcula la probabilidad de sacar dos caras.

**Solución:**

a)




C = "sacar cara" X = "sacar cruz"

b) P(C ∩ C) = 1/2 · 1/2 = 1/4

**3.** De una baraja española de 40 cartas se extraen dos de ellas con devolución. Determinar:

a) la probabilidad de que las dos sean copas.

b) la probabilidad de que la segunda sea de oros, condicionado a que la primera haya sido de copas.

c) la probabilidad de que las dos sean figuras.

d) la probabilidad de que la segunda sea figura, condicionado a que la primera haya sido un as.

**Solución:**

C = "sacar copas" O = "sacar oros"

F = "sacar figura" A = "sacar as"

a) P(C ∩ C) = 10/40 · 10/40 = 1/16

b) P(O/C) = P(O) = 1/4
Los sucesos son independientes al ser con devolución.

c) $P(F \cap F) = 12/40 \cdot 12/40 = 9/100$
d) P(F/A) = P(F) = 3/10

# 2. Teoremas de probabilidad

## Piensa y calcula

En una familia con dos hijos la probabilidad de que sean los dos varones es 1/4 y de que sean las dos mujeres es 1/4. Calcula la probabilidad de que en una familia con dos hijos, ambos tengan el mismo sexo.

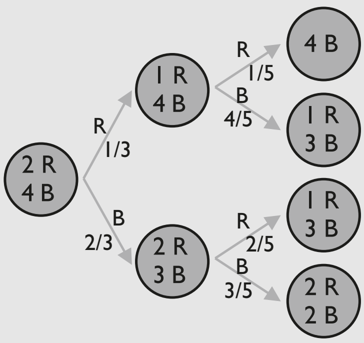
**Solución:**
1/4 + 1/4 = 1/2

## Aplica la teoría

**4.** Considérese una urna que contiene 2 bolas rojas y 4 blancas. Si de la urna se sacan dos bolas sin devolución, calcula la probabilidad de que:

a) las dos bolas sean del mismo color.
b) al menos una de las bolas sea blanca.

**Solución:**
CR = "sacar bola roja" B = "sacar bola blanca"

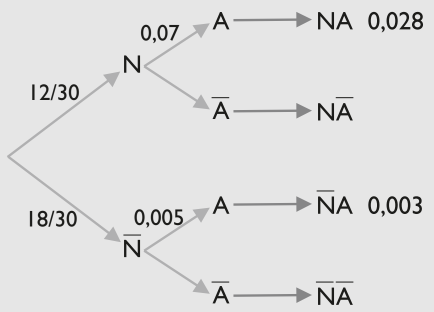



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:
$P(R \cap R) + P(B \cap B) = 1/3 \cdot 1/5 + 2/3 \cdot 3/5 = 7/15$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:
$P(R \cap B) + P(B \cap R) + P(B \cap B) =$
$= 1/3 \cdot 4/5 + 2/3 \cdot 2/5 + 2/3 \cdot 3/5 = 14/15$

**5.** Un barco cubre diariamente el servicio entre dos puertos. Se sabe que la probabilidad de accidente en día sin niebla es 0,005, y en día de niebla, 0,07. Un cierto día de un mes en el que hubo 18 días sin niebla y 12 con niebla se produjo un accidente. Calcula la probabilidad de que el accidente haya sido en un día sin niebla.

**Solución:**
N = "día con niebla"
A = "producirse un accidente"



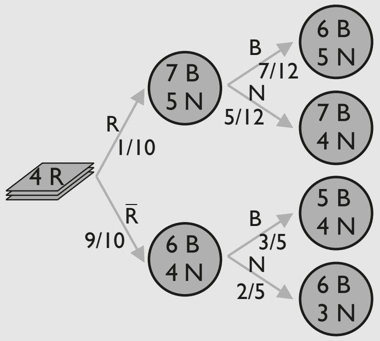

Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(\overline{N}/A) = \frac{P(\overline{N} \cap A)}{P(A)} = \frac{0,003}{0,028 + 0,003} = 0,097$$

**6.** Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas. Si la carta extraída es un rey, nos dirigimos a la urna I; en caso contrario, a la urna II. A continuación, extraemos una bola. El contenido de la urna I es de 7 bolas blancas y 5 negras y el de la urna II es de 6 bolas blancas y 4 negras. Halla:

a) la probabilidad de que la bola extraída sea blanca y de la urna II
b) la probabilidad de que la bola extraída sea negra.

**Solución:**
R = "sacar rey"
B = "sacar bola blanca"
N = "sacar bola negra"




a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta:

$P(B \cap \overline{R}) = 9/10 \cdot 3/5 = 27/50$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:

$P(N) = 1/10 \cdot 5/12 + 9/10 \cdot 2/5 = 241/600$

# 3. Distribuciones de frecuencia y probabilidad discretas

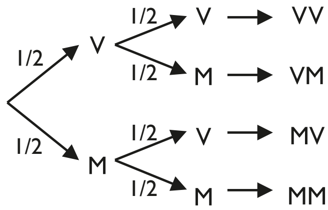
## Piensa y calcula

Calcula mentalmente la probabilidad de que una familia con dos hijos tenga:

a) dos varones. b) un varón y una mujer. c) dos mujeres.

**Solución:**

a) 1/4 b) 1/2 c) 1/4




## Aplica la teoría

**7.** La distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta **x** viene dada por:

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,07 | 0,35 | 0,03 | k | 0,25 |

a) Calcula el valor de **k**

b) Calcula la media y la desviación típica.

**Solución:**

a) $k + 0,7 = 1 \Rightarrow k = 0,3$

b) $\mu = 3,31$

$\sigma = 1,35$

**8.** La distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta **x** viene dada por:

| $x_i$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,1 | 0,2 | 0,15 | 0,25 | 0,3 |

Calcula:

a) $P(x > 5)$ b) $P(x < 3)$

c) la media. d) la desviación típica.

**Solución:**

a) $P(x > 5) = 0,25 + 0,3 = 0,55$

b) $P(x < 3) = 0$

c) $\mu = 5,45$

d) $\sigma = 1,36$

**9.** Se considera el experimento de lanzar dos monedas al aire y observar el número de caras. Calcula:

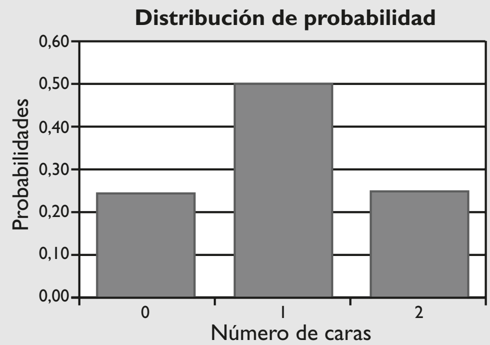
a) la distribución de probabilidad, y represéntala gráficamente.

b) los parámetros.

**Solución:**

a)

| Nº de caras | $p_i$ |
|---|---|
| 0 | 0,25 |
| 1 | 0,50 |
| 2 | 0,25 |




b) $\mu = 1$

$\sigma = 0,71$

**10.** Un opositor domina 80 temas de los 100 de que consta el temario. Para el examen se eligen 2 temas al azar, y el opositor puede dominar los dos, uno o ninguno. Haz la distribución de probabilidad.

**Solución:**

| Nº de temas | $p_i$ |
|---|---|
| 0 | 0,04 |
| 1 | 0,32 |
| 2 | 0,64 |

# 4. Distribución binomial

## Piensa y calcula

Un jugador encesta con probabilidad 1/3. Calcula la probabilidad de que al tirar dos veces enceste:

a) dos veces. b) una vez. c) ninguna vez.

**Solución:**

a) 1/9 b) 4/9 c) 4/9

## Aplica la teoría

**11.** Calcula mentalmente:

a) 1! b) 5! c) $\binom{4}{0}$ d) $\binom{7}{1}$

**Solución:**

a) 1 b) 120 c) 1 d) 7

**12.** Halla, utilizando la calculadora:

a) 8! b) 13! c) $\binom{10}{4}$ d) $\binom{10}{5}$

**Solución:**

a) 40 320 b) 6 227 020 800 c) 210 d) 252

**13.** La probabilidad de que un jugador de baloncesto enceste una canasta de 3 puntos es 0,6. Si tira a cesta 4 veces, calcula la probabilidad de que enceste 3

**Solución:**

a) x ≡ número de encestes.

b) B(4; 0,6)

c) $P(x = 3) = \binom{4}{3} \cdot 0{,}6^3 \cdot 0{,}4 = 0{,}3456$

**14.** Un 5% de las piezas producidas en un proceso de fabricación resultan defectuosas. Halla la probabilidad de que en una muestra de 20 piezas elegidas al azar haya exactamente dos piezas defectuosas.

**Solución:**

a) x ≡ número de piezas defectuosas.

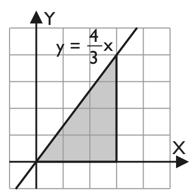
b) B(20; 0,05)

c) $P(x = 2) = \binom{20}{2} \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^{18} = 0{,}1887$

# 5. Distribuciones de frecuencia y probabilidad continuas

## Piensa y calcula

Calcula mentalmente el área comprendida entre el eje X y la recta $y = \frac{4}{3}x$ en el intervalo [0, 3]




**Solución:**

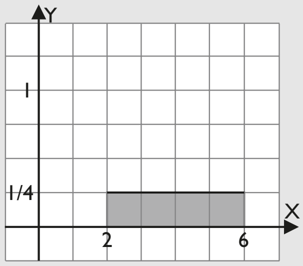
Área = 6 $u^2$

## Aplica la teoría

**15.** Demuestra que la siguiente función es de densidad y calcula $P(3 \le x \le 4)$

$$f(x) = \begin{cases} 1/4 & \text{si} \quad x \in [2, 6] \\ 0 & \text{si} \quad x \notin [2, 6] \end{cases}$$

**Solución:**




a) $f(x) \ge 0$ para todo valor del dominio.

b) El área comprendida entre el eje X y la función f(x) en el dominio es el área de un rectángulo: $4 \cdot 1/4 = 1$

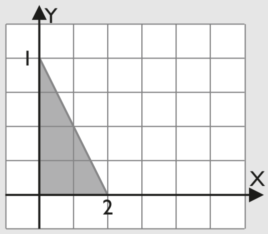
Como se verifican las características a) y b), es una función de densidad.

$P(3 \le x \le 4) = 1 \cdot 1/4 = 1/4$

**16.** Demuestra que la siguiente función es de densidad y calcula $P(1 \le x \le 2)$

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{x}{2} + 1 & \text{si} \quad x \in [0, 2] \\ 0 & \text{si} \quad x \notin [0, 2] \end{cases}$$

**Solución:**




a) $f(x) \ge 0$ para todo valor del dominio.

b) El área comprendida entre el eje X y la función f(x) en el dominio es el área de un triángulo: $(2 \cdot 1)/2 = 1$

Como se verifican las características a) y b), es una función de densidad.

$P(1 \le x \le 2) = (1 \cdot 1/2)/2 = 1/4$

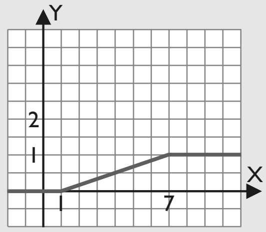
**17.** Calcula la función de distribución de una variable aleatoria cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} 1/6 & \text{si} \quad x \in [1, 7] \\ 0 & \text{si} \quad x \notin [1, 7] \end{cases}$$

**Solución:**

| **x** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **$P(x \le x_i)$** | 0 | 1/6 | 2/6 | 3/6 | 4/6 | 5/6 | 1 |

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \le 1 \\ \dfrac{x - 1}{6} & \text{si} \quad 1 < x < 7 \\ 1 & \text{si} \quad x \ge 7 \end{cases}$$




**18.** Una variable aleatoria tiene la siguiente función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 0 \\ \dfrac{x}{x + 2} & \text{si} \quad x \ge 0 \end{cases}$$

Calcula $P(x \le 10)$ y $P(8 \le x \le 10)$

**Solución:**

$P(x \le 10) = F(10) = 10/12 = 5/6$

$P(8 \le x \le 10) = F(10) - F(8) = 10/12 - 8/10 = 1/30$

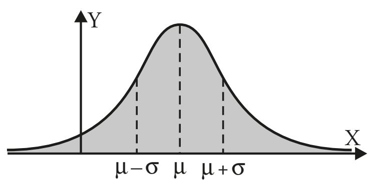
# 6. Distribución normal

## Piensa y calcula

En el primer dibujo del margen, el área comprendida entre el eje X y la curva es 1. Calcula mentalmente cuánto vale el área que queda a la izquierda de la recta $x = \mu$

**Solución:**

1/2



## Aplica la teoría

**19.** Calcula en una N(0, 1) las siguientes probabilidades:

a) $P(z \le 0{,}5)$
b) $P(z \le 1{,}72)$
c) $P(z \ge 2{,}4)$
d) $P(z \le -3{,}56)$

**Solución:**

a) 0,6915
b) 0,9573
c) $1 - P(z \le 2{,}4) = 0{,}0082$
d) $P(z \ge 3{,}56) = 1 - P(z \le 3{,}56) = 0{,}0002$

**20.** Calcula en una N(0,1) las siguientes probabilidades:

a) $P(1{,}5 \le z \le 2)$
b) $P(-2{,}3 \le z \le 3{,}7)$
c) $P(-3{,}4 \le z \le -1{,}8)$
d) $P(-1{,}6 \le z \le 1{,}6)$

**Solución:**

a) $P(z \le 2) - P(z \le 1{,}5) = 0{,}0440$
b) $P(z \le 3{,}7) - P(z \le -2{,}3) =$
$= P(z \le 3{,}7) - 1 + P(z \le 2{,}3) = 0{,}9892$
c) $P(z \le -1{,}8) - P(z \le -3{,}4) =$
$= \cancel{1} - P(z \le 1{,}8) - \cancel{1} + P(z \le 3{,}4) = 0{,}0356$
d) $P(z \le 1{,}6) - P(z \le -1{,}6) =$
$= P(z \le 1{,}6) - 1 + P(z \le 1{,}6) = 2P(z \le 1{,}6) - 1 = 0{,}8904$

**21.** Calcula el valor de **k** en los siguientes casos:

a) $P(z \le k) = 0{,}9582$
b) $P(z \ge k) = 0{,}7612$

**Solución:**

a) $k = 1{,}73$
b) $k = -0{,}71$

**22.** Calcula en una N(20, 4) las siguientes probabilidades:

a) $P(x \le 25)$
b) $P(x \ge 17)$
c) $P(23 \le x \le 27)$
d) $P(15 \le x \le 18)$

**Solución:**

a) $P\left(z \le \dfrac{25-20}{4}\right) = P(z \le 1{,}25) = 0{,}8944$

b) $P\left(z \ge \dfrac{17-20}{4}\right) = P(z \ge -0{,}75) = P(z \le 0{,}75) = 0{,}7734$

c) $P\left(\dfrac{23-20}{4} \le z \le \dfrac{27-20}{4}\right) = P(0{,}75 \le z \le 1{,}75) =$
$= P(z \le 1{,}75) - P(z \le 0{,}75) = 0{,}1865$

d) $P\left(\dfrac{15-20}{4} \le z \le \dfrac{18-20}{4}\right) = P(-1{,}25 \le z \le -0{,}5) =$
$= P(z \le -0{,}5) - P(z \le -1{,}25) =$
$= \cancel{1} - P(z \le 0{,}5) - \cancel{1} + P(z \le 1{,}25) = 0{,}2029$

**23.** El peso de los recién nacidos sigue una distribución normal de media 3,5 kg y una desviación típica de 0,6 kg. Calcula la probabilidad de que un recién nacido pese entre 2,7 kg y 4 kg

**Solución:**

a) $x \equiv$ peso de los recién nacidos.
b) N(3,5; 0,6)
c) $P(2{,}7 \le x \le 4)$
$P(2{,}7 \le x \le 4) = P\left(\dfrac{2{,}7-3{,}5}{0{,}6} \le z \le \dfrac{4-3{,}5}{0{,}6}\right) =$
$= P(-1{,}33 \le z \le 0{,}83) = P(z \le 0{,}83) - P(z \le -1{,}33) =$
$= P(z \le 0{,}83) - 1 + P(z \le 1{,}33) = 0{,}7049$

# 7. La binomial se aproxima a la normal

## Piensa y calcula

En una función de distribución se estudia la probabilidad de la variable aleatoria número de hijas de las familias con dos descendientes. Calcula mentalmente $P(x = 1)$ y $P(0{,}5 < x < 1{,}5)$

**Solución:**

1/4 y 1/4

## Aplica la teoría

**24.** El 5% de los libros prestados en una biblioteca de un centro escolar son técnicos. Si se toman los últimos 500 préstamos, calcula la probabilidad de que se hayan prestado entre 25 y 30 libros técnicos.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de libros prestados.

b) B(500; 0,05)

c) $P(25 \le x \le 30)$

**Se decide si se puede normalizar:**

$np = 500 \cdot 0,05 = 25 > 5$

$nq = 500 \cdot 0,95 = 475 > 5$

Se puede aproximar a una normal.

**Se normaliza:**

$\mu = np = 500 \cdot 0,05 = 25$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{500 \cdot 0,05 \cdot 0,95} = 4,87$

$B(500; 0,05) \Rightarrow N(25; 4,87)$

**Se corrige la continuidad y se tipifica:**

$P(25 \le x \le 30) \Rightarrow P(24,5 \le x \le 30,5) =$

$= P\left(\dfrac{24,5 - 25}{4,87} \le z \le \dfrac{30,5 - 25}{4,87}\right) =$

$= P(-0,10 \le z \le 1,13) =$

$= P(z \le 1,13) - P(z \le -0,10) =$

$= P(z \le 1,13) - (1 - P(z \le 0,10) = 0,4106$

**25.** Se lanza una moneda 500 veces. Calcula la probabilidad de que salgan a lo sumo 260 caras.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de caras.

b) B(500; 0,05)

c) $P(x \le 260)$

**Se decide si se puede normalizar:**

$np = 500 \cdot 0,5 = 250 > 5$

$nq = 500 \cdot 0,5 = 250 > 5$

Se puede aproximar a una normal.

**Se normaliza:**

$\mu = np = 500 \cdot 0,5 = 250$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{500 \cdot 0,5 \cdot 0,5} = 11,18$

$B(500; 0,5) \Rightarrow N(250; 11,18)$

**Se corrige la continuidad y se tipifica:**

$P(x \le 260) \Rightarrow P(x \le 260,5) =$

$= P\left(z \le \dfrac{260,5 - 250}{11,18}\right) = P(z \le 0,94) = 0,8264$

**26.** Se sabe que entre los enfermos diabéticos la probabilidad de superar un infarto es del 20%. Si se tienen 200 pacientes, calcula la probabilidad de que al menos 50 superen el infarto.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de pacientes.

b) B(200; 0,2)

c) $P(x \ge 50)$

**Se decide si se puede normalizar:**

$np = 200 \cdot 0,2 = 40 > 5$

$nq = 200 \cdot 0,8 = 160 > 5$

Se puede ajustar a una normal.

**Se normaliza:**

$\mu = np = 200 \cdot 0,2 = 40$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200 \cdot 0,2 \cdot 0,8} = 5,66$

$B(200; 0,2) \Rightarrow N(40; 5,66)$

**Se corrige la continuidad y se tipifica:**

$P(x \ge 50) \Rightarrow P(x \ge 49,5) =$

$= P\left(z \ge \dfrac{49,5 - 40}{5,66}\right) = P(z \ge 1,68) =$

$= 1 - P(z \le 1,68) = 0,0465$

**27.** Se lanza un dado 130 veces. Calcula la probabilidad de que salga al menos 18 veces el número 4

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de cuatros.

b) B(130; 0,17)

c) $P(x \ge 18)$

**Se decide si se puede normalizar:**

$np = 130 \cdot 0,17 = 22,1 > 5$

$nq = 130 \cdot 0,83 = 107,9 > 5$

Se puede ajustar a una normal.

**Se normaliza:**

$\mu = np = 130 \cdot 0,17 = 22,1$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{130 \cdot 0,17 \cdot 0,83} = 4,28$

$B(130; 0,17) \Rightarrow N(22,1; 4,28)$

**Se corrige la continuidad y se tipifica:**

$P(x \ge 18) \Rightarrow P(x \ge 17,5) = P\left(z \ge \dfrac{17,5 - 22,1}{4,28}\right) =$

$= P(z \ge -1,07) = P(z \le 1,07) = 0,8577$

## 1. Probabilidad condicionada

**28.** Haz un diagrama cartesiano para el experimento de lanzar al aire dos monedas y calcula la probabilidad de obtener:

a) dos caras.

b) dos cruces.

c) una cara y la otra cruz.

**Solución:**

| | **C** | **C** |
|---|---|---|
| **C** | CC | CX |
| **X** | XC | XX |

a) 1/4 b) 1/4 c) 1/2

**29.** La probabilidad de un suceso A es 0,2 y la probabilidad de un suceso B es 0,35. Calcula la probabilidad de la intersección de A y B sabiendo que son sucesos independientes.

**Solución:**

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}2 \cdot 0{,}35 = 0{,}07$

**30.** En una urna hay 4 bolas amarillas y 6 verdes. Si se extraen dos bolas, haz el diagrama de árbol del experimento cuando se hace:

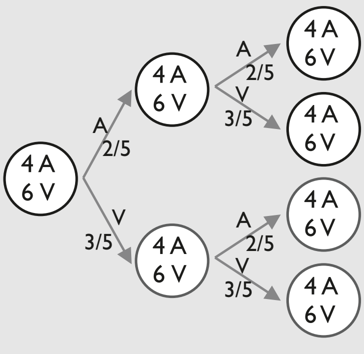
a) con devolución.

b) sin devolución.

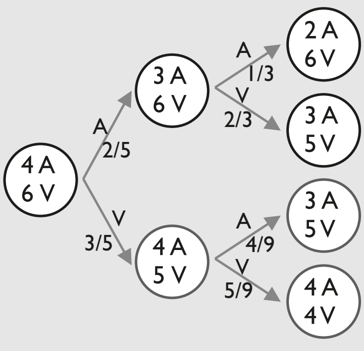
**Solución:**

A = "sacar bola amarilla" V = "sacar bola verde"

a)




b)




**31.** Haz un diagrama en árbol para el experimento de lanzar una moneda tres veces y calcula la probabilidad de obtener:

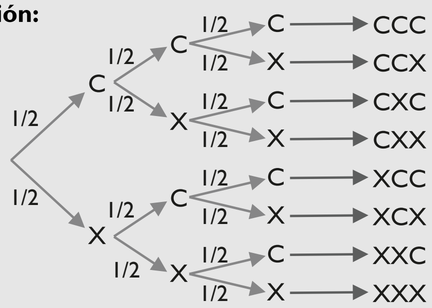
a) tres caras.

b) las dos primeras caras y una cruz.

c) la primera cara y luego dos cruces.

d) tres cruces.

**Solución:**




a) 1/8 b) 1/8 c) 1/8 d) 1/8

## 2. Teoremas de la probabilidad

**32.** Dos máquinas se usan para producir marcapasos. La máquina A produce el 75% de todos los marcapasos, mientras que la máquina B produce el 25%. El 1% de todos los marcapasos producidos por la máquina A son defectuosos, mientras que el 2% de los marcapasos producidos por la máquina B son defectuosos.

a) Dibuja un diagrama de árbol que represente esta situación.

b) Se selecciona un marcapasos al azar de entre todos los producidos y se encuentra que es defectuoso. Encuentra la probabilidad de que haya sido producido por la máquina A.

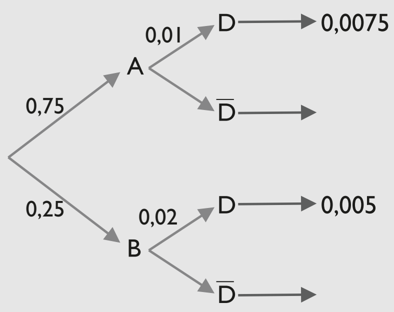
**Solución:**

A = "producido por la máquina A"

B = "producido por la máquina B"

D = "sacar marcapasos defectuoso"

a)




b) Se utiliza el teorema de Bayes:

$$P(A/D) = \frac{0{,}0075}{0{,}0125} = 0{,}6$$

**33.** En un supermercado, el 70% de las compras las realizan las mujeres; de las compras realizadas por éstas, el 80% supera los 12 €, mientras que de las compras realizadas por hombres solo el 30% supera esa cantidad.

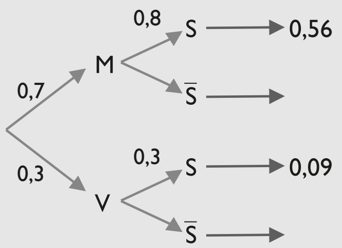
a) Elegido un tique de compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere los 12 €?

b) Si se sabe que el tique de compra supera los 12 €, ¿cuál es la probabilidad de que la compra haya sido hecha por una mujer?

**Solución:**

M = "compra realizada por mujer"

S = "compra superior a 12 €"




a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:

P(S) = 0,56 + 0,09 = 0,65

b) Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(M/S) = \frac{0,56}{0,65} = 0,86$$

**34.** Se estima que solo un 20% de los que compran acciones en Bolsa tienen conocimientos bursátiles. De ellos, el 80% obtienen beneficios. De los que compran acciones sin conocimientos bursátiles, solo un 10% obtienen beneficios.

Se desea saber:

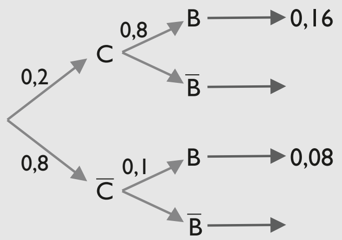
a) el tanto por ciento de los que compran acciones en Bolsa que obtienen beneficios.

b) Si se elige al azar una persona que ha comprado acciones en Bolsa y resulta que ha obtenido beneficios, ¿cuál es la probabilidad de que tenga conocimientos bursátiles?

**Solución:**

C = "tienen conocimientos bursátiles"

B = "obtienen beneficios"




a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:

P(B) = 0,16 + 0,08 = 0,24 ⇒ 24%

b) Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(C/B) = \frac{0,16}{0,24} = 0,67$$

**35.** En una universidad existen tres facultades: A, B y C. En A hay matriculadas 150 chicas y 50 chicos; en B, 300 chicas y 200 chicos; y en C, 150 chicas y 150 chicos.

a) Calcula la probabilidad de que un estudiante, elegido al azar, sea chico.

b) Si un estudiante elegido al azar resultara ser chico, ¿cuál es su facultad más probable?

**Solución:**

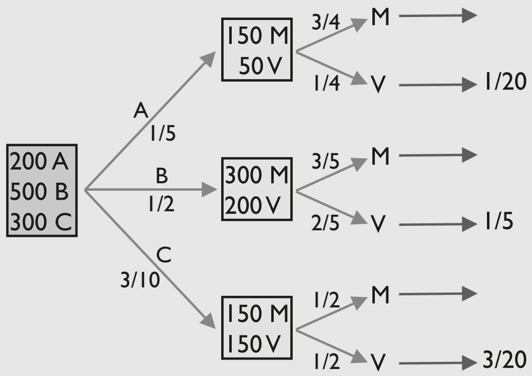
A = "ser de la universidad A"

B = "ser de la universidad B"

C = "ser de la universidad C"

V = "ser chico"

M = "ser chica"




a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:

P(V) = 1/20 + 1/5 + 3/20 = 2/5

b) Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(A/V) = \frac{1/20}{2/5} = 1/8$$

$$P(B/V) = \frac{1/5}{2/5} = 1/2$$

$$P(C/V) = \frac{3/20}{2/5} = 3/8$$

La universidad más probable es la B

## 3. Distribuciones de frecuencia y probabilidad discretas

**36.** Una variable **x** tiene una distribución de probabilidad dada por la siguiente tabla:

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 2/9 | 1/9 | 3/9 | 2/9 | 1/9 |

Calcula:

a) P(x = 7) b) P(x > 3)

c) la media. d) la desviación típica.

**Solución:**

a) P(x = 7) = 0 b) P(x > 3) = 1/3

c) $\mu$ = 3 d) $\sigma$ = 1,49

**37.** Se considera el experimento de lanzar dos dados de seis caras numerados y sumar los números que se obtienen.

a) Halla la función de probabilidad.

b) Halla sus parámetros.

**Solución:**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

| $x_i$ | $p_i$ |
|---|---|
| 2 | 1/36 |
| 3 | 2/36 |
| 4 | 3/36 |
| 5 | 4/36 |
| 6 | 5/36 |
| 7 | 6/36 |
| 8 | 5/36 |
| 9 | 4/36 |
| 10 | 3/36 |
| 11 | 2/36 |
| 12 | 1/36 |

a) $\mu$ = 7

b) $\sigma$ = 2,42

**38.** Una variable **x** tiene una distribución de probabilidad dada por la siguiente tabla:

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 3/19 | 4/19 | k | 2/19 | 5/19 | 4/19 |

a) Calcula el valor de **k**

b) Representa la función de probabilidad.

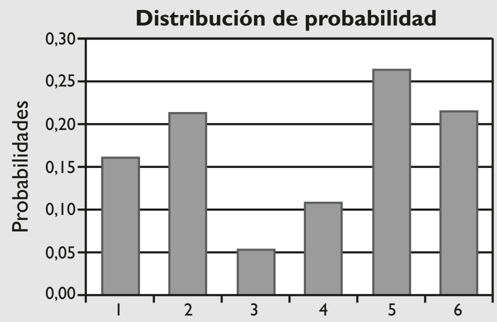
c) Calcula la media.

d) Calcula la desviación típica.

**Solución:**

a) 1/19

b)




c) $\mu$ = 3,74

d) $\sigma$ = 1,83

## 4. Distribución binomial

**39.** Un examen tipo test tiene diez preguntas con cuatro respuestas cada una. Si un alumno responde aleatoriamente, ¿qué probabilidad tiene de contestar bien a más de tres preguntas?

**Solución:**

a) x $\equiv$ número de respuestas acertadas.

b) B(10, 1/4)

c) P(x > 3)

$P(x > 3) = 1 - P(x \le 3) = 1 - 0{,}7759 = 0{,}2241$

**40.** Considera una caja que contiene 4 bolas rojas y 2 bolas negras. Se selecciona una bola al azar, se anota su color y se devuelve a la caja. Esta actividad se repite diez veces. Encuentra la probabilidad de observar una bola roja seis veces.

**Solución:**

a) x $\equiv$ número de bolas rojas.

b) B(10, 2/3)

c) P(x = 6)

$$P(x = 6) = \binom{10}{6}\left(\frac{2}{3}\right)^6\left(\frac{1}{3}\right)^4 = 0{,}2276$$

**41.** En un centro, aprobaron Lengua el 80% de los alumnos. ¿Cuál es la probabilidad de que, de un grupo de 8 alumnos elegidos al azar, solo dos hayan suspendido Lengua?

**Solución:**

a) x $\equiv$ número de alumnos suspensos.

b) B(8; 0,2)

c) P(x = 2)

$$P(x = 2) = \binom{8}{2} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^6 = 0{,}2936$$

**42.** Si el 20% de las piezas producidas por una máquina son defectuosas, ¿cuál es la probabilidad de que entre cuatro piezas elegidas al azar, a lo sumo 2 sean defectuosas?

**Solución:**

a) $x \equiv$ número de piezas defectuosas.

b) $B(4; 0,2)$

c) $P(x \leq 2)$

$P(x \leq 2) =$

$= \binom{4}{0} \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^4 + \binom{4}{1} \cdot 0,2 \cdot 0,8^3 + \binom{4}{2} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^2 =$

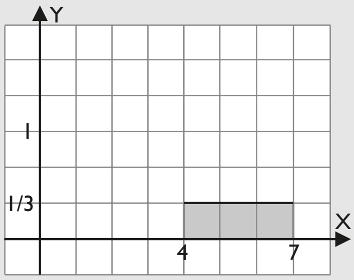
$= 0,9728$

## 5. Distribuciones de frecuencia y probabilidad continuas

**43.** Demuestra que la siguiente función es de densidad y calcula $P(5 \leq x \leq 6)$

$$f(x) = \begin{cases} 1/3 & \text{si} \quad x \in [4, 7] \\ 0 & \text{si} \quad x \notin [4, 7] \end{cases}$$

**Solución:**




a) $f(x) \geq 0$ para todo valor del dominio.

b) El área comprendida entre el eje X y la función f(x) en el dominio es el área de un rectángulo: $3 \cdot 1/3 = 1$

Como se verifican las características a) y b), es una función de densidad.

$P(5 \leq x \leq 6) = 1 \cdot 1/3 = 1/3$

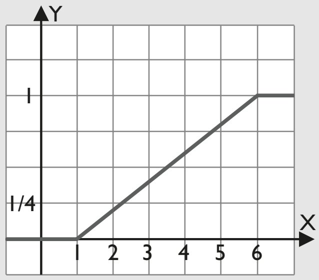
**44.** Calcula la función de distribución de una variable aleatoria cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} 1/5 & \text{si} \quad x \in [1, 6] \\ 0 & \text{si} \quad x \notin [1, 6] \end{cases}$$

**Solución:**

| **x** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **$P(x \leq x_i)$** | 0 | 1/5 | 2/5 | 3/5 | 4/5 | 1 |

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ \dfrac{x-1}{5} & \text{si} \quad 1 < x < 6 \\ 1 & \text{si} \quad x \geq 6 \end{cases}$$




**45.** Una variable aleatoria tiene la siguiente función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 5 \\ \dfrac{x}{5} - 1 & \text{si} \quad 5 \leq x \leq 10 \\ 1 & \text{si} \quad x > 10 \end{cases}$$

Calcula la $P(6 \leq x \leq 8)$

**Solución:**

$P(6 \leq x \leq 8) = F(8) - F(6) = 8/5 - \cancel{1} - 6/5 + \cancel{1} = 2/5$

## 6. Distribución normal

**46.** Calcula en una N(0, 1) las siguientes probabilidades:

a) $P(z \leq 3,51)$

b) $P(z \geq -2,43)$

c) $P(z \geq 1,62)$

d) $P(z \leq -2,38)$

**Solución:**

a) 0,9998

b) $P(z \leq 2,43) = 0,9925$

c) $1 - P(z \leq 1,62) = 0,0526$

d) $1 - P(z \leq 2,38) = 0,0087$

**47.** Calcula en una N(0,1) las siguientes probabilidades:

a) $P(2,5 \leq z \leq 3)$

b) $P(-1,34 \leq z \leq 1,72)$

c) $P(-2,14 \leq z \leq -1,18)$

d) $P(-3,5 \leq z \leq 3,5)$

**Solución:**

a) $P(z \leq 3) - P(z \leq 2,5) = 0,0049$

b) $P(z \leq 1,72) - P(z \leq -1,34) =$

$= P(z \leq 1,72) - 1 + P(z \leq 1,34) = 0,8672$

c) $P(z \leq -1,18) - P(z \leq -2,14) =$

$= \cancel{1} - P(z \leq 1,18) - \cancel{1} + P(z \leq 2,14) = 0,1028$

d) $P(z \leq 3,5) - P(z \leq -3,5) = P(z \leq 3,5) - 1 + P(z \leq 3,5) =$

$= 2P(z \leq 3,5) - 1 = 0,9996$

**48.** Calcula el valor de **k** en los siguientes casos:

a) $P(z \le k) = 0{,}7881$

b) $P(z \ge k) = 0{,}9959$

**Solución:**

a) $k = 0{,}8$ b) $k = -2{,}64$

**49.** Calcula en una N(16, 2) las siguientes probabilidades:

a) $P(x \le 18)$ b) $P(x \ge 14)$

c) $P(15 \le x \le 17)$ d) $P(17 \le x \le 18)$

**Solución:**

a) $P\left(z \le \dfrac{18-16}{2}\right) = P(z \le 1) = 0{,}8413$

b) $P\left(z \ge \dfrac{14-16}{2}\right) = P(z \ge -1) = P(z \le 1) = 0{,}8413$

c) $P\left(\dfrac{15-16}{2} \le z \le \dfrac{17-16}{2}\right) = P(-0{,}5 \le z \le 0{,}5) =$

$= P(z \le 0{,}5) - P(z \le -0{,}5) = P(z \le 0{,}5) - 1 + P(z \le 0{,}5) =$

$= 2 \cdot P(z \le 0{,}5) - 1 = 0{,}383$

d) $P\left(\dfrac{17-16}{2} \le z \le \dfrac{18-16}{2}\right) = P(0{,}5 \le z \le 1) =$

$= P(z \le 1) - P(z \le 0{,}5) = 0{,}1498$

## 7. La binomial se aproxima a la normal

**50.** Halla la probabilidad de que al lanzar una moneda 12 veces salgan al menos 5 caras.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de caras.

b) $B(12; 0{,}5)$

c) $P(x \ge 5)$

**Se decide si se puede normalizar:**

$np = 12 \cdot 0{,}5 = 6 > 5$

$nq = 12 \cdot 0{,}5 = 6 > 5$

Se puede aproximar a una normal.

**Se normaliza:**

$\mu = np = 12 \cdot 0{,}5 = 6$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{12 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5} = 1{,}73$

$B(12; 0{,}5) \Rightarrow N(6; 1{,}73)$

**Se corrige la continuidad y se tipifica:**

$P(x \ge 5) \Rightarrow P(x \ge 4{,}5) = P\left(z \ge \dfrac{4{,}5-6}{1{,}73}\right) =$

$P(z \ge -0{,}87) = P(z \le 0{,}87) = 0{,}8078$

**51.** En un test de 120 preguntas de verdadero o falso, halla la probabilidad de acertar al menos 40 respuestas.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de respuestas.

b) $B(120; 0{,}5)$

c) $P(x \ge 40)$

**Se decide si se puede normalizar:**

$np = 120 \cdot 0{,}5 = 60 > 5$

$nq = 120 \cdot 0{,}5 = 60 > 5$

Se puede aproximar a una normal.

**Se normaliza:**

$\mu = np = 120 \cdot 0{,}5 = 60$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{120 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5} = 5{,}48$

$B(120; 0{,}5) \Rightarrow N(60; 5{,}48)$

**Se corrige la continuidad y se tipifica:**

$P(x \ge 40) \Rightarrow P(x \ge 39{,}5) = P\left(z \ge \dfrac{39{,}5-60}{5{,}48}\right) =$

$P(z \ge -3{,}74) = P(z \le 3{,}74) = 0{,}9999$

**52.** Se sabe que una máquina produce un 5% de piezas defectuosas. Calcula la probabilidad de que sean defectuosas en una muestra de 500 piezas:

a) a lo sumo 30

b) entre 30 y 50

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de piezas defectuosas.

b) $B(500; 0{,}05)$

c) $P(x \le 30)$ y $P(30 \le x \le 50)$

**Se decide si se puede normalizar:**

$np = 500 \cdot 0{,}05 = 25 > 5$

$nq = 500 \cdot 0{,}95 = 475 > 5$

Se puede aproximar a una normal.

**Se normaliza:**

$\mu = np = 500 \cdot 0{,}05 = 25$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{500 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95} = 4{,}87$

$B(500; 0{,}05) \Rightarrow N(25; 4{,}87)$

**Se corrige la continuidad y se tipifica:**

**Apartado a)**

$P(x \le 30) \Rightarrow P(x \le 30{,}5) = P\left(z \le \dfrac{30{,}5-25}{4{,}87}\right) =$

$P(z \le 1{,}13) = 0{,}8708$

**Apartado b)**

$P(30 \le x \le 50) \Rightarrow P(29{,}5 \le x \le 50{,}5) =$

$= P\left(\dfrac{29{,}5-25}{4{,}87} \le x \le \dfrac{50{,}5-25}{4{,}87}\right) =$

$= P(0{,}92 \le z \le 5{,}24) = P(z \le 5{,}24) - P(z \le 0{,}92) =$

$= 1 - 0{,}8212 = 0{,}1788$

## Para ampliar

**53.** Halla la probabilidad de obtener dos bolas azules al extraer dos bolas de una urna que contiene 5 bolas rojas y 5 azules cuando el experimento se hace:

a) con devolución.

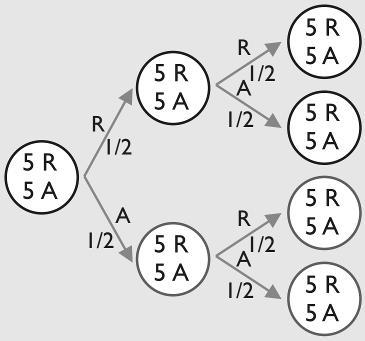
b) sin devolución.

**Solución:**

A = "sacar bola azul"

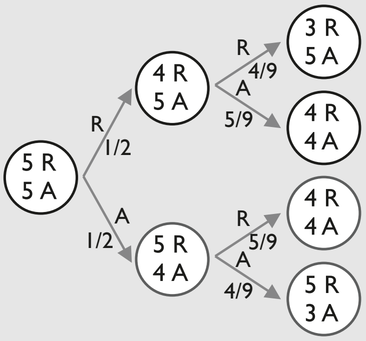
R = "sacar bola roja"

a)




$P(A \cap A) = 1/2 \cdot 1/2 = 1/4$

b)




$P(A \cap A) = 1/2 \cdot 4/9 = 2/9$

**54.** Calcula la probabilidad de obtener dos reyes al extraer dos cartas con devolución de una baraja española de 40 cartas.

**Solución:**

R = "extraer rey"

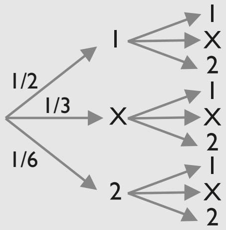
$P(R \cap R) = 1/10 \cdot 1/10 = 1/100$

**55.** Se lanza un dado de quinielas dos veces. Calcula la probabilidad de sacar:

a) dos unos.

b) una X, condicionado a que ha salido un dos.

**Solución:**




a) $P(1 \cap 1) = 1/2 \cdot 1/2 = 1/4$

b) $P(X/2) = 1/3$

**56.** Calcula la probabilidad de obtener dos números que sumen 5 al lanzar al aire dos dados.

**Solución:**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

S = "sacar dos números que sumen 5"

$P(S) = 5/36$

**57.** Halla la probabilidad de obtener dos bastos al extraer con devolución dos cartas de una baraja española de 40 cartas.

**Solución:**

B = "sacar bastos"

$P(B \cap B) = 1/4 \cdot 1/4 = 1/16$

**58.** Considera dos cajas con bolas de colores. La caja A contiene 4 bolas rojas, 1 bola blanca y 3 bolas negras. La caja B contiene 8 bolas rojas, 1 bola blanca y 7 bolas negras. Considera un experimento en dos etapas: primero se lanza un dado y luego se selecciona una bola de una de las cajas A o B. La caja se selecciona dependiendo del resultado observado al lanzar el dado. Si el resultado al lanzar el dado está en el conjunto {1, 2, 3, 4}, entonces se selecciona al azar una bola de la caja A. De otra manera, se selecciona al azar una bola de la caja B. Calcula la probabilidad:

a) de sacar bola blanca.

b) de que se haya sacado la bola de la caja B sabiendo que es negra.

**Solución:**

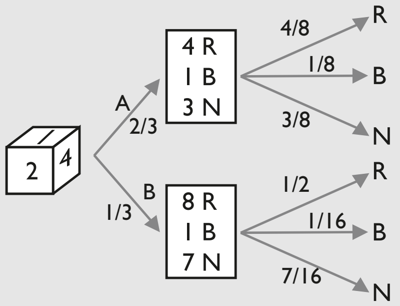
A = “elegir la urna A”

B = “elegir la urna B”

R = “sacar bola roja”

B = “sacar bola blanca”

N = “sacar bola negra”




a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:

$P(B) = 2/3 \cdot 1/8 + 1/3 \cdot 1/16 = 5/48$

b) Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(B/N) = \frac{7/48}{1/4 + 7/48} = 7/19$$

**59.** El equipo directivo de cierta empresa del sector de hostelería está constituido por 25 personas de las que un 60% son mujeres. El gerente tiene que seleccionar a una persona de dicho equipo para que represente a la empresa en un certamen internacional. Decide lanzar una moneda: si sale cara, selecciona a una mujer, y si sale cruz, a un hombre.

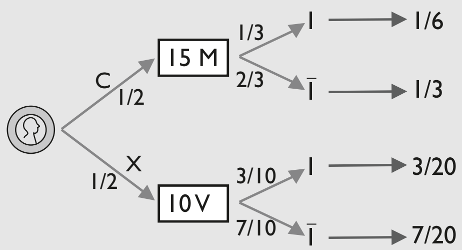
Sabiendo que 5 mujeres y 3 hombres del equipo directivo hablan inglés, determina, justificando la respuesta, la probabilidad de que la persona seleccionada hable inglés.

**Solución:**

M = “seleccionar mujer”

V = “seleccionar hombre”

I = “saber inglés”




Se aplica la regla de la suma:

$P(I) = 1/6 + 3/20 = 19/60$

**60.** En una oficina el 70% de los empleados son asturianos. De entre los asturianos, el 50% son hombres, mientras que de los no asturianos, solo son hombres el 20%.

a) ¿Qué porcentaje de empleados no asturianos son mujeres?

b) Calcula la probabilidad de que un empleado de la oficina sea mujer.

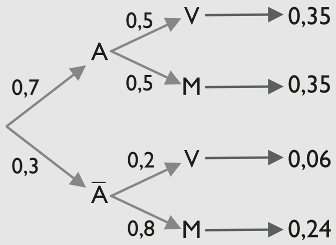
c) Fernando trabaja en dicha oficina. ¿Cuál es la probabilidad de que sea asturiano?

**Solución:**

A = “ser asturiano”

V = “ser hombre”

M = “ser mujer”




a) $P(M/\overline{A}) = 0,8 \Rightarrow 80\%$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:

$P(M) = 0,35 + 0,24 = 0,59$

c) Se utiliza el teorema de Bayes:

$$P(A/V) = \frac{0,035}{0,35 + 0,06} = 0,85$$

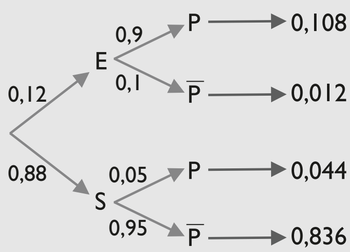
**61.** El 12% de los habitantes de un país padece cierta enfermedad. Para el diagnóstico de ésta, se dispone de un procedimiento que no es completamente fiable, ya que da positivo en el 90% de los casos de personas realmente enfermas, pero también da positivo en el 5% de personas sanas. ¿Cuál es la probabilidad de que esté sana una persona a la que el procedimiento le ha dado positivo?

**Solución:**

E = “estar enfermo”

S = “estar sano”

P = “dar positivo”




Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(A/D) = \frac{0,044}{0,108 + 0,044} = 0,29$$

**62.** Un distribuidor de bolsas de plástico las vende en lotes de 100. El número de bolsas defectuosas en un lote tiene la siguiente distribución de probabilidad:

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,9 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 |

Calcula la media y la desviación típica.

**Solución:**

| $x_i$ | $P_i$ | $P_i \cdot x_i$ | $P_i \cdot x^2$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,90 | 0,00 | 0,00 |
| 1 | 0,01 | 0,01 | 0,01 |
| 2 | 0,02 | 0,04 | 0,08 |
| 3 | 0,03 | 0,09 | 0,27 |
| 4 | 0,04 | 0,16 | 0,64 |
| **Total** | **1,00** | **0,30** | **1,00** |

**Parámetros:**

Media: 0,3 bolsas defectuosas.

Varianza: 0,91

Desviación típica: 0,95

**63.** Considera el experimento de lanzar dos dados de cuatro caras al aire. Sea **x** la variable aleatoria que representa el valor absoluto de la diferencia de los valores observados. Encuentra la función de probabilidad de **x**

**Solución:**

| | **1** | **2** | **3** | **4** |
|---|---|---|---|---|
| **1** | 0 | 1 | 2 | 3 |
| **2** | 1 | 0 | 1 | 2 |
| **3** | 2 | 1 | 0 | 1 |
| **4** | 3 | 2 | 1 | 0 |

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,2500 | 0,3750 | 0,2500 | 0,1250 |

**64.** Una variable aleatoria discreta tiene la siguiente distribución de probabilidad:

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,15 | a | b | c | 0,1 |

y se sabe que $P(x < 4) = 0,65$ y $P(x > 2) = 0,6$.

Calcula:

a) la media.

b) la desviación típica.

**Solución:**

Para calcular los parámetros se calcula previamente el valor de a, b y c:

$$\left.\begin{array}{l} 0,15 + a + b = 0,65 \\ b + c + 0,1 = 0,6 \\ 0,15 + a + b + c + 0,1 = 1 \end{array}\right\}$$

Resolviendo el sistema, se obtiene:

$a = b = c = 1/4$

a) Media = 2,9

b) Desviación típica = 1,22

**65.** Se lanza 12 veces una moneda. Calcula:

a) la probabilidad de obtener 5 caras.

b) la esperanza matemática de que salga cara.

c) la desviación típica.

**Solución:**

• $x \equiv$ Número de caras.

• $B(12; 0,5)$

a) $P(x = 5) = \binom{12}{5} \cdot 0,5^5 \cdot 0,5^7 = 0,1934$

b) $\mu = np = 12 \cdot 0,5 = 6$

c) $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{12 \cdot 0,5 \cdot 0,5} = 1,73$

**66.** Se lanza un dado 5 veces. Calcula:

a) la probabilidad de obtener tres cuatros.

b) el número medio de cuatros obtenidos.

c) la desviación típica.

**Solución:**

• $x \equiv$ Número de cuatros.

• $B(5; 1/6)$

a) $P(x = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 0,0322$

b) $\mu = np = 5 \cdot 1/6 = 0,83$

c) $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{5 \cdot 1/6 \cdot 5/6} = 0,83$

**67.** Un determinado antibiótico produce efectos secundarios en el 25% de las personas que lo toman. Lo ingieren ocho personas. Calcula la probabilidad de que sufran efectos secundarios:

a) a lo sumo dos personas.

b) más de dos personas.

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de personas con efectos secundarios.
- B(8; 0,25)

a) $P(x \leq 2) =$

$= \binom{8}{0} \cdot 0{,}75^8 + \binom{8}{1} \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75^7 + \binom{8}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^6 =$

$= 0{,}6785$

b) $P(x > 2) = 1 - P(x \leq 2) = 0{,}3215$

**68.** Una moneda está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara es 3/7. Se lanza la moneda 10 veces. Calcula:

a) la probabilidad de obtener cinco caras.

b) la probabilidad de obtener a lo sumo dos caras.

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de caras.
- B(10; 3/7)

a) $P(x = 5) = \binom{10}{5} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^5 = 0{,}2220$

b) $P(x \leq 3) =$

$= \binom{10}{0} \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^{10} + \binom{10}{1} \cdot \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^9 + \binom{10}{2} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^8 =$

$= 0{,}1255$

**69.** Calcula el valor de **k** para que la siguiente función sea de densidad de una variable aleatoria, y calcula la $P(3 \leq x \leq 4)$

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si} \quad x \in [0, 4] \\ 0 & \text{si} \quad x \notin [0, 4] \end{cases}$$

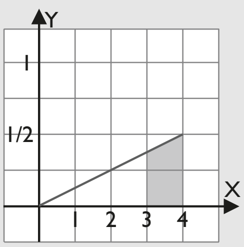
**Solución:**

a) La función debe cumplir:

- $f(x) \geq 0$ para todo valor del dominio.
- El área comprendida entre el eje X y la función f(x) en el dominio debe ser 1

$\frac{4 \cdot 4k}{2} = 1 \Rightarrow k = 1/8$

b) Se calcula el área del trapecio de la figura:




$P(3 \leq x \leq 4) = \frac{1/2 + 3/8}{2} \cdot 1 = 7/16$

**70.** Calcula el valor de **k** para que la siguiente función sea de densidad de una variable aleatoria, y calcula la $P(2 \leq x \leq 3)$

$$f(x) = \begin{cases} k(x + 1) & \text{si} \quad x \in [0, 4] \\ 0 & \text{si} \quad x \notin [0, 4] \end{cases}$$

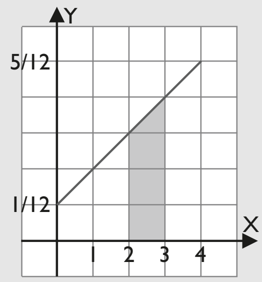
**Solución:**

a) La función debe cumplir:

- $f(x) \geq 0$ para todo valor del dominio.
- El área comprendida entre el eje X y la función f(x) en el dominio debe ser 1

$\frac{5k + k}{2} \cdot 4 = 1 \Rightarrow k = 1/12$

b) Se calcula el área del trapecio de la figura:




$P(2 \leq x \leq 3) = \frac{1/3 + 1/4}{2} \cdot 1 = 7/24$

**71.** En una distribución **N(0,1),** calcula:

a) $P(z \geq -1{,}75)$

b) $P(z \leq -2{,}38)$

c) $P(0{,}25 \leq z \leq 1{,}65)$

d) $P(-2 \leq z \leq 2)$

**Solución:**

a) $P(z \leq 1{,}75) = 0{,}9599$

b) $1 - P(z \leq 2{,}38) = 0{,}0087$

c) $P(z \leq 1{,}65) - P(z \leq 0{,}25) = 0{,}3518$

d) $P(z \leq 2) - P(z \leq -2) = P(z \leq 2) - 1 + P(z \leq 2) =$

$= 2P(z \leq 2) - 1 = 0{,}9544$

**72.** En una distribución **N(18; 2,5),** calcula:

a) $P(x \geq 17)$

b) $P(15 \leq x \leq 21)$

**Solución:**

a) $P(x \geq 17) = P\left(z \geq \frac{17 - 18}{2{,}5}\right) = P(z \geq -0{,}4) =$

$= P(z \leq 0{,}4) = 0{,}6554$

b) $P(15 \leq x \leq 21) = P\left(\frac{15 - 18}{2{,}5} \leq z \leq \frac{21 - 18}{2{,}5}\right) =$

$= P(-1{,}2 \leq z \leq 1{,}2) = P(z \leq 1{,}2) - P(z \leq -1{,}2) =$

$= P(z \leq 1{,}2) - 1 + P(z \leq 1{,}2) = 2P(z \leq 1{,}2) - 1 = 0{,}7698$

**73.** En una normal **N(0,1),** calcula el valor de **k** en los siguientes casos:

a) $P(z \geq k) = 0{,}9066$

b) $P(-k \leq z \leq k) = 0{,}8$

**Solución:**

a) $k = -1{,}32$

b) $P(-k \leq z \leq k) = P(z \leq k) - P(z \leq -k) =$

$= P(z \leq k) - 1 + P(z \leq k) = 2P(z \leq k) - 1$

$2P(x \leq k) - 1 = 0{,}8 \Rightarrow P(z \leq k) = \dfrac{0{,}8 + 1}{2} = 0{,}9 \Rightarrow$

$k = 1{,}28$

**74.** En una distribución **N(8; 1,5),** calcula el valor de **k** en los siguientes casos:

a) $P(x \geq k) = 0{,}05$

b) $P(-k \leq x \leq k) = 0{,}99$

**Solución:**

a) $P\left(z \geq \dfrac{k-8}{1{,}5}\right) = 0{,}05 \Rightarrow P\left(z \leq \dfrac{k-8}{1{,}5}\right) = 0{,}95$

$\dfrac{k-8}{1{,}5} = 1{,}64 \Rightarrow k = 10{,}46$

b) $P(-k \leq x \leq k) \Rightarrow 2P(x \leq k) - 1 = 0{,}99 \Rightarrow$

$P(x \leq k) = \dfrac{0{,}99 + 1}{2} = 0{,}995$

Tipificando: $\dfrac{k-8}{1{,}5} = 2{,}58 \Rightarrow k = 11{,}87$

## Problemas

**75.** Una caja contiene 7 tarjetas de la misma forma y tamaño: 4 de color amarillo y 3 de color rojo. Se extrae de ella al azar una tarjeta, se anota su color y, sin devolverla a la caja, extraemos de ésta una segunda tarjeta. Se pide:

a) escribir el espacio muestral.

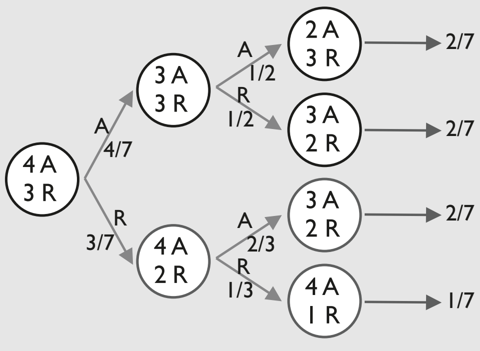
b) hallar la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales del espacio muestral.

**Solución:**

A = "sacar bola amarilla"

R = "sacar bola roja"

E = {(A, A), (A, R), (R, A), (R, R)}




**76.** Se ha realizado un estudio entre 800 estudiantes, obteniéndose los datos siguientes: hay 440 mujeres, de las cuales cursan estudios técnicos 300 y el resto estudian humanidades. De los 360 varones, 200 cursan estudios técnicos y 160 humanidades. Se selecciona al azar un alumno. Se pide:

a) probabilidad de que estudie humanidades si se sabe que es varón.

b) probabilidad de que la persona elegida sea mujer si se sabe que realiza estudios técnicos.

c) ¿Son independientes los sucesos ser varón y estudiar humanidades?

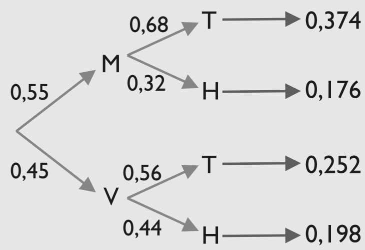
**Solución:**

M = "ser mujer"

V = "ser varón"

T = "realizar estudios técnicos"

H = "realizar estudios de humanidades"




a) $P(H/V) = 0{,}44$

b) Se aplica el teorema de Bayes:

$P(M/T) = \dfrac{0{,}374}{0{,}374 + 0{,}252} = 0{,}6$

c) $P(V) = 0{,}45$

$P(H) = 0{,}374$

$P(V) \cdot P(H) = 0{,}168$

$P(V \cap H) = 0{,}198 \Rightarrow P(V \cap H) \neq P(V) \cdot P(H)$

Son dependientes.

**77.** En una asesoría fiscal se ha contratado a tres personas para hacer declaraciones de renta. La primera de ellas se encarga de efectuar el 30%, la segunda el 45% y la tercera el 25% restante. Se ha comprobado que de las declaraciones realizadas por la primera persona, el 1% son erróneas, la segunda comete errores en el 3% de los casos y la tercera en el 2% de los casos.

a) Calcula la probabilidad de que al elegir al azar una declaración de la renta, ésta sea errónea.

b) Al elegir una declaración que resultó correcta, ¿cuál es la probabilidad de que la haya realizado la segunda persona?

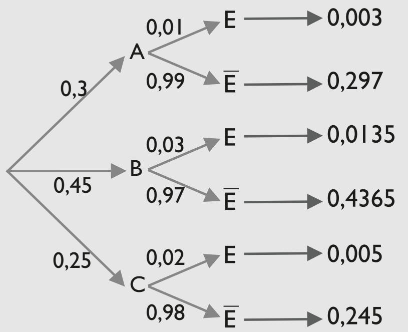
**Solución:**

A = "estar realizada por la primera persona"

B = "estar realizada por la segunda persona"

C = "estar realizada por la tercera persona"

E = "declaración errónea"




a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total:

$P(E) = 0,003 + 0,0135 + 0,005 = 0,0215$

b) Se utiliza el teorema de Bayes:

$$P(B/\overline{E}) = \frac{0,4365}{0,297 + 0,4365 + 0,245} = 0,45$$

**78.** Un estuche contiene 5 lápices de igual forma y tamaño: 2 de color azul y 3 de color verde. Se extrae un lápiz del estuche y, a continuación, sin devolución, se extrae otro lápiz. Se pide:

a) escribir los sucesos elementales que definen los sucesos M = "Solo ha salido un lápiz de color verde" y N = "El segundo lápiz extraído es de color azul".

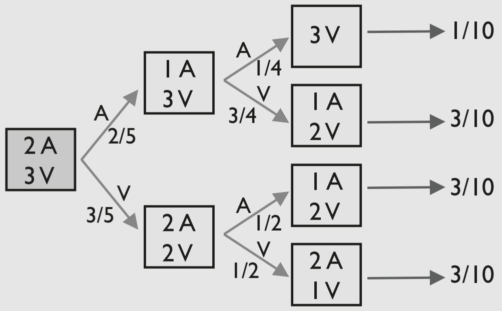
b) calcular las probabilidades de los sucesos M, N y $M \cap N$

c) Estudia la independencia de los sucesos M y N. Razona la respuesta.

**Solución:**

A = "sacar lápiz de color azul"

V = "sacar lápiz de color verde"




a) $M = (A \cap V) \cup (V \cap A)$

$N = (A \cap A) \cup (V \cap A)$

b) $P(M) = 3/10 + 3/10 = 3/5$

$P(N) = 1/10 + 3/10 = 2/5$

$M \cap N = (V \cap A)$

$P(M \cap N) = 3/10$

c) $P(M) \cdot P(N) = 6/25$

$P(M \cap N) \neq P(M) \cdot P(N) \Rightarrow$ Son dependientes.

**79.** En un quiosco ganan 150 € diarios si no llueve, y si llueve pierden 20 € al día. Si la probabilidad de lluvia es 0,3, ¿cuál es la ganancia esperada ese día?

**Solución:**

$\mu = 150 \cdot 0,7 - 20 \cdot 0,3 = 99$ €

**80.** Una variable aleatoria **x** toma los valores 1, 2, 3, 4 y 5, y las probabilidades que toma cada valor son $P(x = x_i) = k \cdot x_i$, siendo **k** un número real.

a) Calcula el valor de **k**

b) Calcula $P(x < 4)$

**Solución:**

a) $k + 2k + 3k + 4k + 5k = 1 \Rightarrow k = 1/15$

b) $P(x < 4) = 1/15 + 2/15 + 3/15 = 6/15 = 2/5$

**81.** En un juego con una baraja española con 40 cartas, una persona recibe 15 céntimos cuando saca una sota o un caballo, y 5 céntimos si saca un rey o un as. Si saca cualquier otra carta, tiene que pagar 4 céntimos. ¿Cuál es la ganancia esperada para una persona que entra en el juego?

**Solución:**

$\mu = 15 \cdot 8/40 + 5 \cdot 8/40 - 4 \cdot 24/40 = 8/5 = 1,6$

**82.** Un tratamiento contra la hipertensión arterial produce una mejoría en el 75% de los casos. Se administra el tratamiento a cinco pacientes. Calcula:

a) la probabilidad de que los 5 pacientes mejoren.

b) la probabilidad de que 3 pacientes no obtengan mejoría.

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de pacientes que mejoran.
- $B(5; 0,75)$

a) $P(x = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0,75^5 = 0,2373$

b) $P(x = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0,75^2 \cdot 0,25^3 = 0,0879$

**83.** La probabilidad de que el proceso en el horno de secado de pinturas para coches sea defectuoso es del 2%. Se han secado 100 coches. Calcula:

a) el número medio de secados defectuosos.

b) la desviación típica.

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de secados defectuosos.
- $B(100; 0{,}02)$

a) $\mu = np = 100 \cdot 0{,}02 = 2$

b) $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98} = 1{,}4$

**84.** De una baraja española se extraen 12 cartas, con devolución. Calcula:

a) la probabilidad de obtener a lo sumo dos reyes.

b) el número medio de reyes.

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de reyes.
- $B(12; 0{,}1)$

a) $P(x \le 2) =$

$= \binom{12}{0} \cdot 0{,}9^{12} + \binom{12}{1} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^{11} + \binom{12}{2} \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}9^{10} =$

$= 0{,}8891$

b) $\mu = np = 12 \cdot 0{,}1 = 1{,}2$

**85.** Un test de inteligencia está compuesto de 80 preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro respuestas de las que solo una es correcta. Se contesta aleatoriamente. Halla la media, la varianza y la desviación típica del número de preguntas acertadas.

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de respuestas acertadas.
- $B(80; 0{,}25)$

a) $\mu = n \cdot p = 80 \cdot 0{,}25 = 20$

b) $V = n \cdot p \cdot q = 80 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75 = 15$

c) $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{15} = 3{,}87$

**86.** La probabilidad de que un jugador de golf haga hoyo en un lanzamiento a 12 m de distancia es 0,4. Realiza 5 lanzamientos. Calcula:

a) la probabilidad de obtener 5 hoyos.

b) la probabilidad de obtener a lo sumo 2 hoyos.

c) el número medio de hoyos.

d) la desviación típica.

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de hoyos.
- $B(5; 0{,}4)$

a) $P(x = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0{,}4^5 = 0{,}0102$

a) $P(x \le 2) =$

$= \binom{5}{0} \cdot 0{,}6^5 + \binom{5}{1} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^4 + \binom{5}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^3 =$

$= 0{,}6826$

c) $\mu = np = 5 \cdot 0{,}4 = 2$

d) $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6} = 1{,}1$

**87.** La duración de cierto tipo de batería sigue una distribución normal de media 3 años, con una desviación típica de 0,5 años.

a) ¿Qué porcentaje de baterías se espera que duren entre 2 y 4 años?

b) Si una batería lleva funcionando 3 años, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 4,5 años?

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de años.
- $N(3; 0{,}5)$

a) $P(2 \le x \le 4) = P\left(\frac{2-3}{0{,}5} \le z \le \frac{4-3}{0{,}5}\right) =$

$= P(-2 \le z \le 2) = P(z \le 2) - P(z \le -2) =$

$= P(z \le 2) - 1 + P(z \le 2) =$

$= 2P(z \le 2) - 1 = 0{,}9544 = 95{,}44\%$

b) $P(3 \le x \le 4{,}5) = P\left(\frac{3-3}{0{,}5} \le z \le \frac{4{,}5-3}{0{,}5}\right) =$

$= P(0 \le z \le 3) = P(z \le 3) - P(z \le 0) = 0{,}4987$

**88.** El tiempo que una persona sana invierte en recorrer 10 km está normalmente distribuido con una media de 60 minutos y una desviación típica de 9 minutos.

a) Calcula la probabilidad de que una persona sana invierta menos de 50 minutos.

b) Calcula la probabilidad de que una persona sana invierta menos de 55 minutos o más de 65 minutos.

c) En una fiesta de animación al deporte participan 500 personas sanas. Calcula cuántas de ellas invertirán en hacer el recorrido entre 50 y 60 minutos.

**Solución:**

- $x \equiv$ Tiempo en minutos que se invierte.
- $N(60; 9)$

a) $P(x \le 50) = P\left(z \le \frac{50-60}{9}\right) = P(z \le -1{,}11) =$

$= 1 - P(z \le 1{,}11) = 0{,}1335$

b) $P(x \leq 55) + P(x \geq 65) =$

$= P\left(z \leq \frac{55-60}{9}\right) + P\left(z \leq \frac{65-60}{9}\right) =$

$= P(z \leq -0{,}56) + P(z \geq 0{,}56) =$

$= 1 - P(z \leq 0{,}56) + 1 - P(z \leq 0{,}56) =$

$= 2 - 2P(z \leq 0{,}56) = 0{,}5754$

c) $500 \cdot P(50 \leq x \leq 60) =$

$= 500 \cdot P\left(\frac{50-60}{9} \leq z \leq \frac{60-60}{9}\right) =$

$= 500 \cdot P(-1{,}11 \leq z \leq 0) =$

$= 500 \cdot [P(z \leq 0) - P(z \leq -1{,}11)] =$

$= 500 \cdot [P(z \leq 0) - 1 + P(z \leq 1{,}11)] =$

$= 500 \cdot 0{,}3665 = 183{,}25 \approx 183$ personas.

**89.** El número de libros prestados semanalmente en la biblioteca de un centro escolar sigue una distribución normal de media 25 y desviación típica 1,5. Calcula la probabilidad de que en una semana se presten entre 25 y 30 libros.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de libros prestados semanalmente.

b) $N(25; 1{,}5)$

c) $P(25 \leq x \leq 30) = P\left(\frac{25-25}{1{,}5} \leq z \leq \frac{30-25}{1{,}5}\right) =$

$= P(0 \leq z \leq 3{,}33) = P(z \leq 3{,}33) - P(z \leq 0) =$

$= 0{,}9996 - 0{,}5 = 0{,}4996$

**90.** En un estudio realizado por una empresa hotelera, la distribución del tiempo de estancia del viajero en el hotel fue normal, con una media de 3,7 días y una desviación típica de 1,1 días.

a) ¿Qué probabilidad habrá de que un viajero permanezca en el hotel entre 2 y 5 días?

b) De 500 viajeros, ¿cuántos habrán permanecido entre 4 y 7 días?

**Solución:**

- $x \equiv$ Días de estancia.
- $N(3{,}7; 1{,}1)$

a) $P(2 \leq x \leq 5) = P\left(\frac{2-3{,}7}{1{,}1} \leq z \leq \frac{5-3{,}7}{1{,}1}\right) =$

$= P(-1{,}55 \leq z \leq 1{,}18) =$

$= P(z \leq 1{,}18) - P(z \leq -1{,}55) =$

$= P(z \leq 1{,}18) - 1 + P(z \leq 1{,}55) = 0{,}8204$

b) $500 \cdot P(4 \leq x \leq 7) =$

$= P\left(\frac{4-3{,}7}{1{,}1} \leq z \leq \frac{7-3{,}7}{1{,}1}\right) =$

$= 500 \cdot P(0{,}27 \leq z \leq 3) =$

$= 500 \cdot [P(z \leq 3) - P(z \leq 0{,}27)] =$

$= 500 \cdot 0{,}3923 = 196{,}15 \approx 196$ personas.

**91.** La edad de una población se ajusta a una normal de media 27 años y una desviación estándar de 1,8 años. Si se toman aleatoriamente 230 personas, ¿cuántas estarán comprendidas entre los 25 y los 30 años?

**Solución:**

a) $x \equiv$ Años de edad.

b) $N(27; 1{,}8)$

c) $230 \cdot P(25 \leq x \leq 30) =$

$230 \cdot P\left(\frac{25-27}{1{,}8} \leq z \leq \frac{30-27}{1{,}8}\right) =$

$= 230 \cdot P(-1{,}11 \leq z \leq 1{,}67) =$

$= 230\,[P(z \leq 1{,}67) - P(z \leq -1{,}11)] =$

$= 230\,[P(z \leq 1{,}67) - 1 + P(z \leq 1{,}11)] =$

$= 230 \cdot 0{,}819 = 188{,}37 \approx 188$ personas.

## Para profundizar

**92.** El estudio de un cuestionario sobre el grado de satisfacción de los usuarios de servicios públicos revela que la satisfacción sigue una distribución normal, con una nota media de 5,7 puntos y con una desviación típica de 0,5 puntos.

a) Calcula la probabilidad de que la calificación de un usuario esté entre 6 y 7 puntos.

b) De 1 000 usuarios, ¿cuántos habrán otorgado una nota entre 4 y 6 puntos?

**Solución:**

- $x \equiv$ Nota de satisfacción.
- $N(5{,}7; 0{,}5)$

a) $P(6 \leq x \leq 7) = P\left(\frac{6-5{,}7}{0{,}5} \leq z \leq \frac{7-5{,}7}{0{,}5}\right) =$

$= P(0{,}6 \leq z \leq 2{,}6) = P(z \leq 2{,}6) - P(z \leq 0{,}6) = 0{,}2696$

b) $1\,000 \cdot P(4 \leq x \leq 6) =$

$= 1\,000 \cdot P\left(\frac{4-5{,}7}{0{,}5} \leq z \leq \frac{6-5{,}7}{0{,}5}\right) =$

$= 1\,000 \cdot P(-3{,}4 \leq z \leq 0{,}6) =$

$= 1\,000\,[P(z \leq 0{,}6) - P(z \leq -3{,}4)] =$

$= 1\,000\,[P(z \leq 0{,}6) - 1 + P(z \leq 3{,}4)] =$

$= 1\,000 \cdot 0{,}7254 = 725{,}4 \approx 725$ personas.

**93.** El tiempo T requerido para completar una solicitud de asistencia económica tiene una distribución normal de media 45 minutos y desviación estándar de 5 minutos. Encuentra la probabilidad de que una persona rellene la instancia:

a) en menos de 40 minutos.

b) en 35 a 55 minutos.

**Solución:**

- $x \equiv$ Tiempo en minutos.
- N(45; 5)

a) $P(x \le 40) = P\left(z \le \frac{40-45}{5}\right) = P(z \le -1) =$

$= 1 - P(z \le 1) = 0{,}1587$

b) $P(35 \le x \le 55) = P\left(\frac{35-45}{5} \le z \le \frac{55-45}{5}\right) =$

$= P(-2 \le z \le 2) = P(z \le 2) - P(z \le -2) =$

$= P(z \le 2) - 1 + P(z \le 2) = 2P(z \le 2) - 1 = 0{,}9544$

**94.** Un atleta de tiro con arco da en el centro de la diana el 60% de los lanzamientos. Se supone que todos los tiros son en las mismas condiciones. Calcula la probabilidad de que en 50 lanzamientos acierte al menos en 30 ocasiones.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de dianas.

b) B(50; 0,6)

c) $P(x \ge 30)$

**Se decide si se puede normalizar:**

$np = 50 \cdot 0{,}6 = 30 > 5$

$nq = 50 \cdot 0{,}4 = 20 > 5$

Se puede ajustar a una normal.

**Se normaliza:**

$\mu = np = 50 \cdot 0{,}6 = 30$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{50 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4} = 3{,}46$

$B(50; 0{,}6) \Rightarrow N(30; 3{,}46)$

**Se corrige la continuidad y se tipifica:**

$P(x \ge 30) \Rightarrow P(x \ge 29{,}5) = P\left(z \ge \frac{29{,}5-30}{3{,}46}\right) =$

$P(z \ge -0{,}14) = P(z \le 0{,}14) = 0{,}5557$

**95.** Los paquetes recibidos en un almacén se ajustan a una distribución normal de media 300 kg y una desviación típica de 50 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que 25 de esos paquetes, elegidos al azar, excedan el límite de carga del montacargas donde se van a meter, que es de 8 200 kg?

**Solución:**

a) $x \equiv$ Peso en kilos del paquete.

b) N(300; 50)

c) $8\,200 < 25 \cdot x \Rightarrow x > 328$ kg

$P(x \ge 328{,}5) = P\left(z \ge \frac{328{,}5-300}{50}\right) =$

$= P(z \ge 0{,}57) = 1 - P(z \le 0{,}57) = 0{,}2843$

**96.** La frecuencia cardíaca de los varones fumadores es una variable aleatoria que se ajusta a una normal de media 70 lpm. Calcula:

a) la desviación típica, sabiendo que la probabilidad de que un varón fumador tenga más de 80 lpm es de 0,0228

b) Si se mide el ritmo cardíaco a 400 varones, ¿cuántos tendrán entre 60 y 70 lpm?

**Solución:**

- $x \equiv$ Número de latidos por minuto.
- B(70; σ)

a) $P(x \ge 80) = 0{,}0228$

$P(x \ge 80) = 1 - P(x \le 80) = 0{,}0228 \Rightarrow$

$\Rightarrow P(x \le 80) = 0{,}9772$

Tipificando:

$P\left(z \le \frac{80-70}{\sigma}\right) = 0{,}9772$

$\frac{80-70}{\sigma} = 2 \Rightarrow \sigma = 5$

b) $400 \cdot P(60 \le x \le 70) = 400 \cdot P(-2 \le z \le 0) =$

$= 400[P(z \le 0) - 1 + P(z \le 2)] = 400 \cdot 0{,}4772 =$

$= 190{,}88 \approx 191$ personas.

## Paso a paso

**97.** La probabilidad de que al lanzar una chincheta quede con la punta hacia arriba es de 2/3. Se lanzan 10 chinchetas.

- Calcula la probabilidad de que queden exactamente 6 con la punta hacia arriba.
- Calcula los parámetros.
- Calcula la probabilidad de que queden a lo sumo 6 con la punta hacia arriba.

**Solución:**
Resuelto en el libro del alumnado.

**98.** Define un procedimiento para calcular la probabilidad en una distribución **N(0, 1).** Calcula:

a) $P(z \leq 1{,}21)$ b) $P(z \geq 1{,}21)$ c) $P(0{,}47 \leq z \leq 1{,}78)$

**Solución:**
Resuelto en el libro del alumnado.

**99.** Define un procedimiento para calcular la probabilidad en una distribución **N(μ, σ)**. Aplícalo al siguiente problema:

Se sabe que el peso de las personas mayores de 18 años de una ciudad se distribuye normalmente con una media de 72 kg y una desviación típica de 6 kg. Calcula la probabilidad de que una persona tomada al azar pese:

- menos de 80 kg
- más de 80 kg
- entre 70 y 80 kg

**Solución:**
Resuelto en el libro del alumnado.

**100.** **Internet.** Abre: **www.editorial-bruno.es,** elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

## Practica

**101.** Utilizando la hoja correspondiente, calcula las siguientes probabilidades y los parámetros correspondientes:

a) En una B(5; 0,4), $P(x = 3)$
b) En una B(7; 0,1), $P(x \leq 5)$
c) En una B(20; 0,3), $P(x = 10)$
d) En una B(15; 0,7), $P(x = 14)$
e) En una B(22; 0,6), $P(x \leq 9)$
f) En una B(50; 0,5), $P(x \leq 25)$

**Solución:**

a) $P(x = 3) = 0{,}2304$
$\mu = 2$
$\sigma = 1{,}1$

b) $P(x \leq 5) = 0{,}9999$
$\mu = 0{,}7$
$\sigma = 0{,}79$

c) $P(x = 10) = 0{,}0308$
$\mu = 6$
$\sigma = 2{,}05$

d) $P(x = 14) = 0{,}0305$
$\mu = 10{,}5$
$\sigma = 1{,}77$

e) $P(x \leq 9) = 0{,}0551$
$\mu = 13{,}2$
$\sigma = 2{,}3$

f) $P(x \leq 25) = 0{,}5561$
$\mu = 25$
$\sigma = 3{,}54$

**102.** Utilizando la hoja correspondiente, resuelve el siguiente problema:

Un test de inteligencia está compuesto de 80 preguntas, cada una de las cuales tiene cuatro respuestas de las que solo una es correcta. Si se contesta aleatoriamente, halla la media, la varianza y la desviación típica del número de preguntas acertadas.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de respuestas acertadas.

b) B(80; 0,25)

c) $\mu = 20$

$V = 15$

$\sigma = 3{,}87$

**103.** Utilizando la hoja correspondiente, calcula en una **N(0, 1)** las siguientes probabilidades:

a) $P(z \leq 0{,}5)$

b) $P(z \leq 1{,}72)$

c) $P(z \geq 2{,}4)$

d) $P(z \leq -3{,}56)$

**Solución:**

a) 0,6915 b) 0,9573

c) 0,0082 d) 0,0002

**104.** Utilizando la hoja correspondiente, calcula en una **N(0, 1)** las siguientes probabilidades:

a) $P(1{,}5 \leq z \leq 2)$

b) $P(-2{,}3 \leq z \leq 3{,}7)$

c) $P(-3{,}4 \leq z \leq -1{,}8)$

d) $P(-1{,}6 \leq z \leq 1{,}6)$

**Solución:**

a) 0,0441 b) 0,9892 c) 0,0356 d) 0,8904

**105.** Utilizando la hoja correspondiente, calcula en una N(20, 4) las siguientes probabilidades:

a) $P(x \leq 25)$

b) $P(x \geq 17)$

c) $P(23 \leq x \leq 27)$

d) $P(15 \leq x \leq 18)$

**Solución:**

a) 0,8944 b) 0,7734 c) 0,1866 d) 0,2029

**106.** El peso de los recién nacidos sigue una distribución normal de media 3,5 kg y una desviación típica de 0,6 kg. Calcula la probabilidad de que un recién nacido pese entre 2,7 kg y 4 kg

**Solución:**

a) $x \equiv$ Peso de un recién nacido.

b) N(3,5; 0,6)

c) $P(2{,}7 \leq x \leq 4) = 0{,}7065$

**107.** El número de libros prestados semanalmente en la biblioteca de un centro escolar sigue una distribución normal de media 25 y desviación típica 1,5. Calcula la probabilidad de que en una semana se presten entre 25 y 30 libros.

**Solución:**

a) $x \equiv$ Número de libros prestados semanalmente.

b) N(25; 1,5)

c) $P(25 \leq x \leq 30) = 0{,}4996$