Ficha n^o 2: Sistemas de ecuaciones lineales: Método de Gauss

Alumno:

1. Dado el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} x+y+z=1 \\ (\alpha+1)\,x+\alpha y-z=\alpha \\ 4x+(\alpha+2)\,y+\alpha z=\alpha+2 \end{array}\right\}$

   a) Discute y resuelve el sistema anterior, según los valores del parámetro α

   Solución:

Si $\alpha \in \Re \setminus \{0,1\}$	$S=\{(0,1,0)\}$	*S.C.D*
Si $\alpha=0$	$S=\{(z,1-2z,z)\ /\ z\in\mathbb{R}\}$	*S.C.I*
Si $\alpha=1$	$S=\{(2z,1-3z,z)\ /\ z\in\mathbb{R}\}$	*S.C.I*

2. Dado el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} x+y+\alpha z=1 \\ x+\alpha y+z=\alpha \\ \alpha x+y+z=\alpha^2 \end{array}\right\},$

   a) Discute y resuelve el sistema anterior, según los valores de α

Solución:

Si $\alpha \in \Re \setminus \{-2,1\}$	$S=\left\{\left(\frac{\alpha^2+2\alpha+1}{\alpha+2},\frac{1}{\alpha+2},-\frac{\alpha+1}{\alpha+2}\right)\right\}$	*S.C.D*
Si $\alpha=1$	$S=\{(-y-z+1,y,z)\ /\ y,z\in\Re\}$	*S.C.I*
Si $\alpha=-2$	$S=\phi$	*S.I*

3. Dado el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} \alpha x-y+z=3 \\ (\alpha-1)\,x+2y-z=\alpha-1 \\ 3x+11y-6z=\alpha \end{array}\right\}$

   a) Discute y resuelve el sistema anterior, según los valores de α

   Solución:

Si $\alpha\neq 2$	$S=\{(1,-\alpha+3,-2\alpha+6)\}$	*S.C.D*
Si $\alpha=2$	$\left[\begin{array}{c} S=\left\{\left(-\frac{1}{5}z+\frac{7}{5},\frac{3}{5}z-\frac{1}{5},z\right)\ /\ y\in\Re\right\} \\ o \\ S=\left\{\left(-\frac{y}{3}+\frac{4}{3},y,\frac{5}{3}y+\frac{1}{3}\right)\ /\ y\in\Re\right\} \end{array}\right]$	*S.C.I*

Consejo: Escribe los coeficientes del sistema en una matriz, de manera que en la 1^a columna tengas los coeficientes de z, en la 2^a los de y , en la 3^a los de x y en la última los términos independientes

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \alpha & | & 3 \\ -1 & 2 & \alpha-1 & | & \alpha-1 \\ -6 & 11 & 3 & | & \alpha \end{pmatrix}$$

4. Dado el sistema de ecuaciones con un parámetro real λ e incógnitas x, y, z
$$\left.\begin{array}{r}(\lambda+2)\,x-y+z=0\\ 3x+(\lambda+6)\,y-3z=0\\ 5x+5y+(\lambda-2)\,z=0\end{array}\right\}\text{ se pide}$$
a) Calcular para qué valores de λ el sistema admite sólo la solución trivial $(x, y, z) = (0, 0, 0)$
b) Para cada valor de λ que hace indeterminado el sistema, obtener todas las soluciones del sistema

Consejo: Escribe los coeficientes del sistema en una matriz, de manera que en la 1^a columna tengas los coeficientes de z, después los de y y, por último los de x

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \lambda+2 & 0\\ -3 & \lambda+6 & 3 & 0\\ \lambda-2 & 5 & 5 & 0\end{pmatrix}$$

Solución:

Si $\lambda \neq -3 \wedge \lambda \neq 0$	$S = \{(0,0,0)\}$	*S.C.D*
Si $\lambda = -3$	$S = \{(z-y, y, z)\ \ /\ y, z \in \Re\}$	*S.C.Doblemente I*
Si $\lambda = 0$	$\left[\begin{array}{c} S=\left\{\left(-\frac{1}{5}z, \frac{3}{5}z, z\right)\ \ /\ z\in\Re\right\}\\ o\\ S=\{(x,-3x,-5x)\ \ /\ z\in\Re\}\end{array}\right]$	*S.C.I*

5. Dado el sistema de ecuaciones con un parámetro real λ e incógnitas x, y, z
$$\left.\begin{array}{r}x+3y+2z=3\\ 4x+y+\lambda z=4\\ -6x+(\lambda-1)\,y-6z=-2\end{array}\right\}\text{ se pide}$$
a) Calcular para qué valores de λ el sistema admite solución única y determinarla
b) ¿Qué valor de λ hace compatible indeterminado el sistema?, Resuélvelo

c) ¿Qué valor de λ hace incompatible el sistema?
d) Resuelve el sistema para $\lambda = 1$

Solución:

Si $\lambda \neq -14 \wedge \lambda \neq 5$	$S = \left\{\left(\frac{1}{\lambda+14}(3\lambda+10), \frac{16}{\lambda+14}, -\frac{8}{\lambda+14}\right)\right\}$	*S.C.D*
Si $\lambda = 5$	$S = \left\{\left(\frac{9}{11}-\frac{13}{11}z, \frac{8}{11}-\frac{3}{11}z, z\right)\ \ /\ , z\in\Re\right\}$	*S.C. I*
Si $\lambda = -14$	$S = \phi$	*S.I*