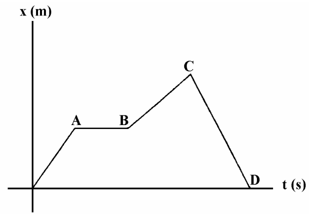
## Problemas de movimiento rectilíneo

**1.- Te dicen que la ecuación de un movimiento es la siguiente: x = 20 - 2 t. a) ¿Podrías decir si la trayectoria es rectilínea o curvilínea? b) ¿Cuál es la velocidad de ese movimiento, suponiendo que la ecuación está escrita para usar unidades del sistema internacional? c) Calcula la posición 5'82 s después de comenzar a contar el tiempo. d) Calcula la distancia recorrida por el móvil en los siete primeros segundos.**

Datos: x = 20 - 2 t.

a) No, con la ecuación del movimiento no se puede saber como es la trayectoria.
b) v = -2 m/s
c) x = 20 - 2 · 5'82 = 8'36 m
d) $x_7$ = 20 - 2 · 7 = 6 m
$x_0$ = 20 – 2 · 0 = 20 m    Δx = $x_F$ - $x_I$ = 6 - 20 = -14 m (con signo +)

**2.- Un cuerpo lleva un movimiento rectilíneo de manera que su posición en función del tiempo varía como muestra la figura.**
**a) Analiza qué tipo de movimiento corresponde a cada uno de los tramos de dicha gráfica. b) ¿Cuál es la posición final del cuerpo?**

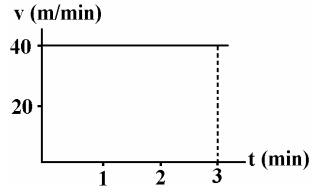



a) Tramo 1: el móvil se aleja del origen (hacia la derecha) con M.U. porque la gráfica x-t es una línea recta de pendiente positiva.
Tramo 2: No se mueve. No hay cambio de posición, ya que la gráfica x-t es una línea recta horizontal.
Tramo 3: Igual que en el tramo 1, pero con mayor velocidad ya que la pendiente de la recta es mayor.
Tramo 4: el móvil se acerca al origen (hacia la izquierda) con M.U. porque la gráfica es una línea recta de pendiente negativa.
b) $x_F$ = $x_I$ = 0 (ha regresado al punto departida)

**3.- Un ascensor sube con velocidad uniforme de 0'5 m/s comenzando su movimiento en la planta correspondiente al 4º sótano. Cada planta tiene una altura de 4 m. Calcula: a) La ecuación del movimiento, si suponemos que el punto de referencia se encuentra en la planta baja. b) El piso por el que irá cuando lleve 48 segundos subiendo.**

a) x = -16 + 0'5 · t    b) x = - 16 + 0'5 · 48 = - 16 + 23 = 8 m (irá por la segunda planta)

**4.- La gráfica v - t del movimiento de un tren es la siguiente:**
**a) ¿Qué tipo de movimiento lleva el tren? ¿Por qué?**
**b) ¿Qué espacio recorrerá el tren en 3 min? ¿Por qué?**




a) M.U. porque la gráfica v-t es una línea recta horizontal, la velocidad es constante. Hacia la derecha porque la velocidad es positiva.
b) Δx = 40 · 3 = 120 m

**5.- Sabiendo que la velocidad con que se mueve un cuerpo sobre una trayectoria recta es 20 m/s, y que su posición a los 3 s de iniciado el movimiento es 100 m, calcula su posición a los 10 s y la distancia recorrida en 10 s.**

Datos: v = 20 m/s, Δt = 3 s, $x_3$ = 100 m, $x_F = x_I + v \cdot \Delta t$

a) $\left. 100\ m = x_I + 20 \cdot 3 = x_I + 60 \right\}$ 100 – 60 = $x_I$ = 40 m
b) $x_F = x_I + v \cdot \Delta t = 40 + 20 \cdot 10 = 240$ m    Δx = 240 - 40 = 200 m

**6.- Un móvil se desplaza en línea recta de forma que su posición en cada instante viene dada por la ecuación: $x = 3 + 2t + 5t^2$. a) ¿De qué tipo de movimiento se trata? b) Calcula el valor inicial de la posición y de la velocidad. c) ¿Cuánto vale la aceleración? d) ¿Qué distancia habrá recorrido transcurridos 10 s? e) ¿Hay en algún instante un cambio de sentido?**

Datos: $x = 3 + 2t + 5t^2$, $t = 10$ s

a) M.U.V. porque la ecuación del moviento es de segundo grado.

b) $x_I = 3$ m $\quad v_I = 2$ m/s

c) $5 = 0'5 \cdot a \;\}\; a = 5/0'5 = 10$ m/s$^2$

d) $x_F = 3 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 10^2 = 3 + 20 + 500 = 523$ m

e) No, porque le de el valor que le de a t, la posición final siempre es mayor que la inicial.

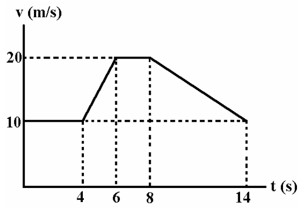
**7.- Un Boeing 727 necesita como mínimo una velocidad de 369 km/h para iniciar el despegue. Si estando parado comienza a rodar, tarda 25 s en despegar. a) Determina la aceleración, supuesta constante, que proporcionan los motores del avión. b) Calcula la longitud mínima que ha de tener la pista de aterrizaje.**

Datos: $v_I = 0$ m/s, $\Delta t = 25$ s, $v_F = 369 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000\,m}{1\,km} \cdot \frac{1h}{3600\,s} = \frac{369000}{3600} =$ 102'5 m/s

a) $a = \frac{v_F - v_I}{t_F - t_I} = \frac{102'5 - 0}{25} = 4'1$ m/s$^2$

b) $\Delta x = 0 \cdot 25 + \frac{1}{2} \cdot 4'1 \cdot 25^2 = 1.281'3$ m

**8.- El gráfico siguiente representa el movimiento de un cuerpo: a) ¿Qué clase de movimiento corresponde a cada uno de los tramos de la gráfica? b) ¿Cuál es la aceleración en cada tramo? c) ¿Qué distancia total recorre en cada tramo?**




a) Tramo 1: M.U. Tramo 2: M.U.A. Tramo 3: M.U. Tramo 4 : M.U.R.

b) Tramo 1: $a = 0$ m/s$^2$ Tramo 2: $a = \frac{v_F - v_I}{t_F - t_I} = \frac{20 - 10}{6 - 4} = \frac{10}{2} = 5$ m/s$^2$

Tramo 3: $a = 0$ m/s$^2$ Tramo 4: $a = \frac{v_F - v_I}{t_F - t_I} = \frac{10 - 20}{14 - 8} = \frac{-10}{6} = -1'67$ m/s$^2$

c) Tramo 1: $\Delta x = v \cdot \Delta t = 10 \cdot (4 - 0) = 40$ m

Tramo 2: $\Delta x = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 = 10 \cdot (6 - 4) + 0''5 \cdot 5 \cdot (6 - 4)^2 = 20 + 10 = 30$ m

Tramo 3: $\Delta x = v \cdot \Delta t = 20 \cdot (8 - 6) = 40$ m

Tramo 4: $\Delta x = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a . \Delta t^2 = 20 \cdot (14-8) + 0'5 \cdot (-1'67) \cdot (14-8)^2 = 120 – 30'06 = 89'94$ m

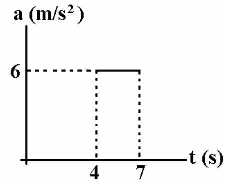
**9.- Un coche circula a 72 km/h. Frena y para en 5 s. Calcula la aceleración de frenado, supuesta constante, y la distancia recorrida hasta pararse.**

Datos: $v_I = 72 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000\,m}{1\,km} \cdot \frac{1\,h}{3600\,s} = \frac{72000}{3600} = 20$ m/s, $v_F = 0$, $\Delta t = 5$ s

a) $a = \frac{v_F - v_I}{t_F - t_I} = \frac{0 - 20}{5} = -4$ s

b) $\Delta x = 20 \cdot 5 + 0'5 \cdot (-4) \cdot 5^2 = 50$ m

**10.- Un cuerpo, que se desplaza en línea recta a 4 m/s, se ve sometido a las aceleraciones mostradas en la figura. Construye la gráfica velocidad/tiempo.**




Tramo 1: $v_I = 4$ m/s = cte; $a = 0$ m/s$^2$    Tramo 2: $v_I = 4$ m/    $a = 6$ m/s$^2$

$v_F = v_I + a\,\Delta t = 4 + 6 \cdot (7 - 4) = 4 + 6 \cdot 3 = 4 + 18 = 22$ m/s

**11.- Una caja se cae desde un camión en marcha y se desliza por la calle una distancia de 45 m antes de detenerse. El rozamiento entre la caja y la calle produce una deceleración de 4 m/s$^2$. ¿Cuál era la velocidad del camión cuando se cayó la caja?**

Datos: $\Delta x = 45$ m, $v_F = 0$, $a = -4$ m/s$^2$ , $\Delta x = v_I \,.\, \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2$ , $v_F = v_I + a\,\Delta t$

$$\left.\begin{array}{l} 45 = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-4) \cdot \Delta t^2 \\ 0 = v_I - 4 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 45 = v_I \cdot \Delta t - 2 \cdot \Delta t^2 \\ v_I = 4 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 45 = 4 \cdot \Delta t \cdot \Delta t - 2 \cdot \Delta t^2 \\ 45 = 4\,\Delta t^2 - 2 \cdot \Delta t^2 = 2\,\Delta t^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Delta t^2 = 45/2 \\ \Delta t^2 = 22'5 \\ \Delta t = 4'7 \text{ s} \end{array}$$

$v_I = 4 \cdot \Delta t = 4 \cdot 4'7 = 18'8$ m/s

**12.- La velocidad de un automóvil pasa de 54 km/h a 72 km/h en 175 m de carretera rectilínea. a) ¿Qué tipo de movimiento lleva? b) Calcula la aceleración. c) ¿Qué tiempo invierte en recorrer esos 175 m?**

Datos: $\Delta x = 175$ m, $v_I = 54 \dfrac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \dfrac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \cdot \dfrac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = \dfrac{54000}{3600} = 15$ m/s,

$v_F = 72 \dfrac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \dfrac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \cdot \dfrac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = \dfrac{72000}{3600} = 20$ m/s

a) M.R.U.A. ya que aumenta la velocidad.

b) y c)

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a\,\Delta t^2 \\ v_F = v_I + a\,\Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 175 = 15 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a\,\Delta t^2 \\ 20 = 15 + a\,\Delta t \end{array}\right\} \dfrac{20-15}{\Delta t} = a = \dfrac{5}{\Delta t}$$

$175 = 15 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot \dfrac{5}{\Delta t}\,\Delta t^2 = 15\,\Delta t + 2'5\,\Delta t = 17'5\,\Delta t$

$175/17'5 = \Delta t = 10$ s    $a = 5/10 = 0'5$ m/s$^2$

**13.- Un avión toma tierra con una velocidad de 180 km/h deteniéndose después de recorrer 250 m en la pista. Suponiendo que la aceleración es constante, calcula: a) el valor de la aceleración. b) el tiempo que tarda en pararse desde que toma tierra. c) el desplazamiento en los 3 s iniciales.**

Datos: $v_I = 180 \dfrac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \dfrac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \cdot \dfrac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = \dfrac{180000}{3600} = 50$ m/s, $v_F = 0$ m/s, $\Delta x = 250$ m

a) y b)

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a\,\Delta t^2 \\ v_F = v_I + a\,\Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 250 = 50 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 \\ 0 = 50 + a\,\Delta t \end{array}\right\} \dfrac{0-50}{\Delta t} = a = \dfrac{-50}{\Delta t}$$

$250 = 50 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot \dfrac{-50}{\Delta t}\,\Delta t^2 = 50\,\Delta t - 25\,\Delta t = 25\,\Delta t \} 250/25 = \Delta t = 10 \text{ s} \}\ a = -50/10 = -5$ m/s$^2$

c) $\Delta x = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a\,\Delta t^2 = 50 \cdot 3 + 0'5 \cdot (-5) \cdot 3^2 = 127'5$ m

**14.- Un móvil que lleva una velocidad de 5 m/s, frena durante 3 s, con lo que su velocidad se reduce a 2 m/s, velocidad que mantiene durante 2 s más. Calcula la distancia total recorrida por el móvil. ¿Coincide con el desplazamiento?**

a) Tramo 1: Datos: $v_I$ = 5 m/s, $v_F$ = 2 m/s, $\Delta t$ = 3 s

$$a = \frac{v_F - v_I}{t_F - t_I} = \frac{2-5}{3} = \frac{-3}{3} = -1 \text{ m/s}^2$$

$\Delta x = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 = 5 \cdot 3 + 0'5 \cdot (-1) \cdot 3^2 = 15 - 0'5 \cdot 9 = 15 - 4'5 = 10'5$ m

Tramo 2: Datos: v = 2 m/s = cte, $\Delta t$ = 2 s

$$\Delta x = v\, \Delta t = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m}$$

$$\Delta x_{Total} = 10'5 + 4 = 14'5 \text{ m}$$

b) No se puede saber ya que el enunciado no indica si hay cambio de dirección o no.

**15.- Un coche viaja de noche a una velocidad de 72 km/h y, de repente, se encuentra con un camión estacionado a 20 m de distancia. El conductor aplica el freno comunicándole una aceleración de -5 m/s$^2$. a) ¿Cuánto tiempo tardará en detenerse? b) ¿Chocará con el camión parado?**

Datos: $v_I = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \cdot \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = \frac{72000}{3600} = 20$ m/s, $v_F$ = 0, $\Delta x$ = 20 m, a = - 5 m/s$^2$

$$\left.\begin{array}{l} v_F = v_I + a\,\Delta t \\ 0 = 20 + (-5)\,\Delta t \\ -20/-5 = \Delta t = 4 \text{ s} \end{array}\right\}$$

b) $\Delta x = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2$

$\Delta x = 20 \cdot 4 + 0'5 \cdot (-5) \cdot 4^2 = 100 - 40 = 60$ m (Si chocarán).

## Problemas de Encuentros

**1.- Dos amigos que viven en ciudades próximas, deciden hacerse una visita. El primero sale de la ciudad A a las 10 h 30 min con una rapidez de 5 m/s. El otro, que va en bici, sale de la ciudad B a las 10 h 45 min con una rapidez de 10 m/s. La distancia ente ambas ciudades es de 10 km. ¿A qué hora y en qué lugar se encontrarán?**

Datos: $v_A = 5$ m/s, $v_B = 10$ m/s, distancia = 10000 m, $\Delta t = 15 \text{ min} \cdot 60 = 900$ s

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_a = 5 \cdot \Delta t_a \\ \Delta x_b = 10 \cdot \Delta t_b \\ \Delta x_a + \Delta x_b = 10000 \text{ m} \\ \Delta t_a = \Delta t_b + 15 \text{ min} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 5 \cdot \Delta t_a + 10 \cdot \Delta t_b = 10000 \\ \Delta t_a = \Delta t_b + 900 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 5(\Delta t_b + 900) + 10 \cdot \Delta t_b = 10000 \\ 5\Delta t_b + 4500 + 10 \cdot \Delta t_b = 10000 \\ 15\Delta t_b = 10000 - 4500 \\ \Delta t_b = 5500/15 = 366'7 \text{ s} \end{array}$$

a) $\Delta x_b = 10 \cdot 366'7 = 3667$ m de B         10000 – 3667 = 6333 m de A

b) 366'7 /60 = 6'11 min
Hora de encuentro = 10 h 45 min + 6'11 min = 10 h 51'11 min

**2.- Dos ciclistas parten en sentidos opuestos (hacia un punto de encuentro) de dos ciudades A y B que están separadas 200 Km, con velocidades de 40'0 Km/h y 20'0 Km/h respectivamente. El de A parte dos horas (2.0 h) antes que el de B. Calcular: a) el tiempo que se demoran para encontrarse medido desde el instante en que partió el de A; b) la posición que ocupan respecto a la ciudad A en el instante de encuentro.**

Datos: $v_A = 40$ km/h, $v_B = 20$ km/h, distancia = 200 km

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_a = v_a \cdot (\Delta t + 2) \\ \Delta x_b = v_b \cdot \Delta t \\ \Delta x_a + \Delta x_b = \text{"Distancia separación ciclistas"} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \Delta x_a = 40 \cdot (\Delta t + 2) \\ \Delta x_b = 20 \cdot \Delta t \\ \Delta x_a + \Delta x_b = 200 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 40 \cdot (\Delta t + 2) + 20 \cdot \Delta t = 200 \\ 40 \cdot \Delta t + 80 + 20 \cdot \Delta t = 200 \\ 60 \cdot \Delta t = 200 - 80 = 120 \end{array}$$

$\Delta t = 120 /60 = 2$ h      2 + 2 = 4 h desde que partió A

b) $\Delta x_a = 40 \cdot 4 = 160$ km de A

**3.- Dos coches se mueven por una carretera rectilínea. El coche azul, que se mueve con velocidad constante de 5'5 m/s, va 101'5 m por delante del coche rojo, que se mueve con una velocidad constante de 20 m/s. Al comienzo les separa una distancia de 101'5 m. Calcula el tiempo que tardará el coche rojo en alcanzar al azul y en qué posición ocurrirá.**

Datos: $v_{rojo} = 20$ m/s = cte.,  $v_{Iazul} = 5'5$ m/s, distancia = 101'5 m

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_{rojo} = v_{rojo} \cdot \Delta t \\ \Delta x_{azul} = v_{azul} \cdot \Delta t \\ \Delta x_{rojo} - \Delta x_{azul} = \text{"Distancia que separa los dos móviles"} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Delta x_{rojo} = 20 \cdot \Delta t \\ \Delta x_{azul} = 5'5 \cdot \Delta t \\ \Delta x_{rojo} - \Delta x_{azul} = 101'5 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 20 \cdot \Delta t - 5'5 \cdot \Delta t = 101'5 \\ 14'5 \cdot \Delta t = 101'5 \end{array}\right\} \left.\Delta t = 101'5/14'5 = 7 \text{ s}\right\} \Delta x_{rojo} = 20 \cdot \Delta t = 20 \cdot 7 = 140 \text{ m}$$

**4.- Un automóvil que se encuentra parado, arranca con una aceleración de 1'8 m/s. En el mismo instante, un camión que lleva una rapidez constante de 9 m/s alcanza y pasa al automóvil. a) Calcula a qué distancia del punto de partida alcanza el automóvil al camión. b) ¿Qué rapidez tiene el automóvil al alcanzar al camión? c) ¿En qué momento llevan ambos la misma rapidez? ¿Cuál es la posición de cada uno en ese momento?**

Datos: $a = 1'8\ m/s^2$, $v_{Iauto} = 0\ m/s$, $v_{camión} = 9\ m/s$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_{camión} = v_{camión} \cdot \Delta t \\ \Delta x_{auto} = v_{Iauto} . \Delta t + 0'5\ a\ \Delta t^2 \\ \Delta x_{camión} = \Delta x_{auto} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \Delta x_{camión} = 9 \cdot \Delta t \\ \Delta x_{auto} = 0 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot 1'8 \cdot \Delta t^2 = 0'9 . \Delta t^2 \\ 9 \cdot \Delta t = 0'9 . \Delta t^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0 = -9\ \Delta t + 0'9\ \Delta t^2 \\ 0 = (-9 + 0'9\ \Delta t\ )\ \Delta t \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta t = 0\ s \\ -9 + 0'9\ \Delta t = 0 \end{array}\right\} \left. 9/0'9 = \Delta t = 10\ s \right\}$$

$\Delta x_{camión} = 9 \cdot \Delta t = 9 \cdot 10 = 90\ m$

b) $v_{Fauto} = v_{Iauto} + a\ \Delta t = 0 + 1'8 \cdot 10 = 18\ m/s$

c) $\left. 9 = 0 + 1'8 \cdot \Delta t \right\}\quad \left. 9/1'8 = \Delta t = 5\ s \right\}\quad \Delta x_{camión} = 9 \cdot \Delta t = 9 \cdot 5 = 45\ m$

$\Delta x_{auto} = 0 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot 1'8 \cdot \Delta t^2 = 0'5 \cdot 1'8 \cdot 5^2 = 22'5\ m$

**5.- Un automóvil está parado en un semáforo. cuando se pone la luz verde arranca con aceleración constante de 2 m/s$^2$. En el momento de arrancar es adelantado por un camión que se mueve con velocidad constante de 54 km/h. Calcula: a) ¿A qué distancia del semáforo alcanzará el coche al camión? b) ¿Qué velocidad posee el coche en ese momento?**

Datos: $v_{aI} = 0$, $a = 2\ m/s^2$, $v_c = 54 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000\ m}{1\ km} \cdot \frac{1\ h}{3600\ s} = \frac{54000}{3600} = 15\ m/s$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = 15 . \Delta t \\ \Delta x = 0 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot 2 \cdot \Delta t^2 \end{array}\right\} \left. \Delta x = \Delta t^2 \right\} \left.\begin{array}{l} 15 \cdot \Delta t = \Delta t^2 \\ \Delta t^2 - 15 \cdot \Delta t = 0 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \Delta t\ (\Delta t - 15) = 0 \\ \Delta t = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Delta t - 15 = 0 \\ \Delta t = 15\ s \end{array}$$

$\Delta x = 15 \cdot \Delta t = 15 \cdot 15 = 225\ m$

b) $v_F = v_I + a\ \Delta t = 0 + 2 \cdot 15 = 30\ m/s$

**6.- Arrancas en tu coche con una aceleración de 1 m/s$^2$. En ese instante te pasa una furgoneta que lleva una rapidez constante de 50 km/h. ¿Cuánto tardarás en alcanzar a la furgoneta y qué rapidez llevarás en ese momento?**

Datos: $v_{cI} = 0$, $a = 1\ m/s^2$, $v_F = 50 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000\ m}{1\ km} \cdot \frac{1\ h}{3600\ s} = \frac{50000}{3600} = 13'8\ m/s$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = 13'8 \cdot \Delta t \\ \Delta x = 0 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot 1 \cdot \Delta t^2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 13'8 \cdot \Delta t = 0'5 \cdot \Delta t^2 \\ 0'5 \cdot \Delta t^2 - 13'8 \cdot \Delta t = 0 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \Delta t\ (0'5 \cdot \Delta t - 13'8) = 0 \\ \Delta t = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0'5 \cdot \Delta t - 13'8 = 0 \\ \Delta t = 13'8/0'5 = 27'6\ s \end{array}$$

$v_F = v_I + a\ \Delta t = 0 + 1 \cdot 27'6 = 27'6\ m/s$

# Problemas de caída libre

**1.- Para medir la altura de una torre, dejamos caer un objeto desde lo alto y medimos el tiempo que tarda en llegar al suelo: 2'4 s. Calcula dicha altura.**

Datos: $\Delta t = 2'4$ s, $v_I = 0$ m/s, $g = 9'8$ m/s$^2$

$\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 0 \cdot 2'4 + 0'5 \cdot 9'8 \cdot 2'4^2 = 0'5 \cdot 9'8 \cdot 5'76 = 28'22$ m

**2.- Se lanza, desde el suelo, verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 40 m/s. Calcula: a) la posición y la velocidad al cabo de 2 s. b) la altura máxima que alcanza y el tiempo empleado. c) la velocidad cuando llega al punto de lanzamiento y el tiempo total empleado.**

Datos: $v_I = 40$ m/s, $g = -9'8$ m/s$^2$

a) $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 40 \cdot 2 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 2^2 = 80 - 19'6 = 60'4$ m

$v_F = v_I + g\,\Delta t = 40 + (-9'8) \cdot 2 = 40 - 19'6 = 20'4$ m/s

b) $0 = 40 + (-9'8)\,\Delta t \;\}\; -40/-9'8 = \Delta t = 4'08$ s

$\Delta y = 40 \cdot 4'08 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 4'08^2 = 163'2 - 81'6 = 81'6$ m

c) $\left.\begin{array}{l}\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 \\ 0 = 40 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2\end{array}\right\} \begin{array}{l} 0 = (40 - 4'9\,\Delta t)\,\Delta t \\ 0 = \Delta t\end{array} \left.\right\} \begin{array}{l} 0 = 40 - 4'9\,\Delta t \\ -40/-4'9 = \Delta t = 8'16 \text{ s}\end{array}$

$v_F = v_I + g\,\Delta t = 40 + (-9'8) \cdot 8'16 = 40 - 80 = -40$ m/s

**3.- Un cohete se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcular: a) Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima. b) Altura máxima alcanzada. c) Espacio que habrá recorrido en los 3 primeros segundos.**

Datos: $v_I = 20$ m/s, $v_F = 0$, $v_F = v_I + g\,\Delta t$

a) $0 = 20 + (-9'8)\,\Delta t \;\}\; 0 - 20/-9'8 = \Delta t \;\}\; \Delta t = 2'04$ s

b) $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 20 \cdot 2'04 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 2'04^2 = 40'8 – 20'4 = 20'4$ m

c) $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 20 \cdot 3 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 3^2 = 60 – 44'1 = 15'9$ m (Desplazamiento)

Sube 20'4 m y baja 20'4 - 15'9 = 4'5 m } espacio total = 20'4 + 4'5 = 24'9 m

**4.- Desde un globo que se está elevando con una velocidad constante de 2 m/s se deja caer un paquete cuando se encuentra a 60 m de altitud. a) ¿Cuánto tiempo tarda el paquete en llegar al suelo? b) Con qué velocidad llega? c) ¿Donde se encuentra el globo cuando llega el paquete al suelo?**

Datos: $v_I = 2$ m/s, $\Delta y = -60$ m, $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 1/2 \cdot g \cdot \Delta t^2$

a) $\left.\begin{array}{l} -60 = 2 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2 = 2 \cdot \Delta t - 4'9 \cdot \Delta t^2 \\ \\ 4'9 \cdot \Delta t^2 - 2 \cdot \Delta t – 60 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} t = \dfrac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 4'9 \cdot (-60)}}{2 \cdot 4'9} \\ t = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 + 1176}}{9'8} = \dfrac{2 \pm 34'4}{9'8} = 3'7 \text{ s} \end{array}$

b) $v_F = v_I + g\,\Delta t = 2 + (-9'8) \cdot 3'7 = -34'26$ m

c) $\Delta y_{globo} = v_I \cdot \Delta t = 2 \cdot 3'7 = 7'4$ m $\qquad y_{globo} = 60 + 7'4 = 67'4$ m

**5.- Se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad inicial de 40 m/s, desde el techo de un edificio de 100 m de altura. Calcúlese la máxima altura sobre el suelo y la velocidad con que retorna al mismo.**

Datos: $v_I = 40$ m/s, $x_I = 100$ m, $g = -9'8$ m/s$^2$

a) $v_F = v_I + g\,\Delta t$ $\quad 0 = 40 + (-9'8) \cdot \Delta t \quad -40/-9'8 = \Delta t = 4'08$ s

$\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 40 \cdot 4'08 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 4'08^2 = 163'2 - 81'65 = 81'55$ m

altura máxima sobre el suelo = 81'55 + 100 = 181'55 m

b) $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2$ $\quad 0 = 40\,\Delta t - 4'9\,\Delta t^2 = (40 - 4'9\,\Delta t)\,\Delta t$ $\quad 0 = 40 - 4'9\,\Delta t$

$0 = 40\,\Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2$ $\quad 0 = \Delta t$ $\quad -40/-4'9 = \Delta t = 8'16$ s

$v_F = 40 + (-9'8) \cdot 8'16 = 40 - 80 = -40$ m/s

**6.- Una piedra lanzada hacia arriba recorre en el primer segundo 25 m. Calcula la altura máxima que alcanzará.**

a) $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2$

$25 = v_I \cdot 1 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 1^2 = v_I - 4'9$ $\quad v_I = 25 + 4'9 = 29'9$ m/s

b) $v_F = v_I + g\,\Delta t$ $\quad 0 = 29'9 - 9'8\,\Delta t$ $\quad -29'9/-9'8 = \Delta t = 3'05$ s

$\Delta y = 29'9 \cdot 3'05 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 3'05^2 = 91'2 - 45'6 = 45'6$ m

**7.- Se lanza una bola verticalmente hacia arriba y alcanza una altura máxima de 125 m. a) ¿Con qué velocidad ha sido lanzada? b) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar dicha altura?**

a) y b) $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g\,\Delta t^2$ $\quad 125 = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2 = v_I \cdot \Delta t - 4'9\,\Delta t^2$

$v_F = v_I + g\,\Delta t$ $\quad 0 = v_I + (-9'8) \cdot \Delta t = v_I - 9'8 \cdot \Delta t$ $\quad v_I = 9'8\,\Delta t$

$125 = 9'8 \cdot \Delta t \cdot \Delta t - 4'9\,\Delta t^2 = 9'8\,\Delta t^2 - 4'9\,\Delta t^2 = 4'9\,\Delta t^2$

$\Delta t^2 = 125/4'9 = 25'5$ $\quad \Delta t = \pm\sqrt{25'5} = 5'05$ s $\quad v_I = 9'9 \cdot 5'05 = 50$ m/s

**8.- Desde el borde de un precipicio se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad de 20 m/s. a) ¿Dónde se encontrará al cabo de 5 s? ¿Cuál es su velocidad en dicho instante? b) ¿Cuánto tiempo tardará en tocar el fondo del precipicio cuya altura es de 160 m? c) ¿Cuánto tiempo requerirá para llegar a una altura de 1'5 m por encima del punto de partida? d) ¿Con qué velocidad llegará el objeto al fondo del precipicio?**

Datos: $v_I = 20$ m/s, $g = -9'8$ m/s$^2$, $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2$, $v_F = v_I + g\,\Delta t$

a) $\Delta y = 20 \cdot 5 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 5^2 = 100 - 122'5 = -22'5$ m

$v_F = 20 + (-9'8) \cdot 5 = 20 - 40 = -20$ m/s

b) $-160 = 20 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2$ $\quad 4'9 \cdot \Delta t^2 - 20\,\Delta t - 160 = 0$

$$\Delta t = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 4'9 \cdot (-160)}}{2 \cdot 4'9} = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 3136}}{9'8} = \frac{20 \pm \sqrt{3536}}{9'8} = \frac{20 \pm 59'46}{9'8} \quad \Delta t = 8'1 \text{ s}$$

c) $\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 1/2 \cdot g \cdot \Delta t^2$ $\quad 1'5 = 20 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2$ $\quad 4'9 \cdot \Delta t^2 - 20\,\Delta t + 1'5 = 0$

$$\Delta t = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 4'9 \cdot 1'5}}{2 \cdot 4'9} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 21'1}}{9'8} = \frac{20 \pm \sqrt{378'9}}{9'8} = \frac{20 \pm 19'47}{9'8} \quad \begin{cases} \Delta t = 4'02 \text{ s} \\ \Delta t = 0'05 \text{ s} \end{cases}$$

d) $v_F = 20 + (-9'8) \cdot 8'1 = 20 - 79'4 = -59'4$ m/s

**9.- Desde el borde de un acantilado de h metros de altitud sobre el nivel del mar se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 45 m/s y se observa que tarda 10 s en caer al agua. a) ¿Qué altura tiene el acantilado? b) ¿Qué altura máxima alcanza la piedra respecto del nivel del mar? c) ¿Con qué velocidad llega a la superficie del agua?**

Datos: $v_I$ = 45 m/s, $\Delta t$ = 10 s

$\Delta y = v_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 45 \cdot 10 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 10^2 = 450 - 490 = -40$ m

La altura del acantilado es de 40 m

$$\left.\begin{array}{ll} \text{b) } v_F = 0 & v_F = v_I + g\,\Delta t \\ 0 = 45 + (-9'8)\cdot \Delta t & \end{array}\right\} \quad \Delta t = -45/-9'8 = 4'6 \text{ s}$$

$\Delta y_{máxima} = 45 \cdot 4'6 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 4'6^2 = 207 – 103'6 = 103'4$m

103'4 + 40 = 143'4 m desde el nivel del mar

c) $v_F = 45 + (-9'8) \cdot 10 = - 53$ m/s

**10.- Se deja caer una piedra con velocidad inicial nula, en el interior de un pozo. El sonido del choque contra el agua se oye 3'74 s más tarde del lanzamiento. ¿A qué profundidad se encuentra la superficie del agua? (velocidad del sonido = 330 m/s).**

Datos: $v_I$ = 0, $v_{Sonido}$ = 330 m/s, diferencia de tiempo = 3'74 s

$$\left.\begin{array}{l} \Delta t_{Total} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 3'74 \\ \Delta y = v_I \cdot \Delta t_1 + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t_1^2 \\ \Delta y = v_s \cdot \Delta t_2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \Delta t_2 = 3'74 – \Delta t_1 \\ \Delta y = 0'5 \cdot 9'8 \cdot \Delta t_1^2 \\ \Delta y = 330 \cdot \Delta t_2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 330 \cdot \Delta t_2 = 4'9\, \Delta t_1^2 \\ 330 \cdot (3'74 – \Delta t_1) = 4'9 \cdot \Delta t_1^2 \\ 1234'2 - 330\, \Delta t_1 = 4'9 \cdot \Delta t_1^2 \end{array}\right\}$$

$4'9\, \Delta t_1^2 + 330\, \Delta t_1 - 1234'2 = 0$

$$\Delta t_1 = \frac{-330 \pm \sqrt{330^2 - 4 \cdot 4'9 \cdot (-1234'2)}}{2 \cdot 4'9} = \frac{-330 \pm \sqrt{133090'3}}{9'8} = \frac{-330 \pm 364'8}{9'8}$$

$$\nearrow \Delta t_1 = \cancel{\frac{-330 - 364'8}{9'8}}$$

$$\searrow \Delta t_1 = \frac{-330 + 364'8}{9'8} = 3’55 \text{ s} \qquad \Delta t_2 = 3'74 – 3'55 = 0'19 \text{ s}$$

$\Delta y = 330 \cdot \Delta t_2 = 330 \cdot 0'1 = 62'7$ m

## Problemas de composición de movimientos

**1.-La velocidad que imprimen unos remeros a una barca es de 8 km/h. La velocidad del agua de un río es de 6 km/h, y la anchura de 100 m. a) Suponiendo que la posición de la barca es perpendicular a las orillas calcula el tiempo que tarda la barca en cruzar el río y distancia que ésta es arrastrada, aguas abajo, por la corriente. b) ¿En qué dirección debe colocarse la proa de la barca para alcanzar el punto de la orilla opuesta situado enfrente del de partida?**

Datos: $\Delta y$ = 100 m, $v_B$ = 8 km/h = 2'22 m/s, $v_R$ = 6 km/h = 1'67 m/s, $\vec{v}_T = \vec{v}_B + \vec{v}_R$

a) $\left.\begin{array}{l} \vec{v}_B = 2'22 \cdot \cos 90^o \, \vec{i} + 2'22 \cdot \cos 0^o \, \vec{j} = 2'22\vec{j} \\ \vec{v}_R = 1'67 \cdot \cos 0^o \, \vec{i} + 1'67 \cdot \cos 90^o \, \vec{j} = 1'67\vec{i} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \vec{v}_T = 1'67\vec{i} + 2'22\vec{j} \\ |\vec{v}_T| = \sqrt{1'67^2 + 2'22^2} = 2'78 \text{ m/s} \end{array}$

$tg\alpha = \dfrac{2'22}{1'67} \Big\} \quad \alpha = 53^o \Big\} \quad tg\,53 = \dfrac{100}{\Delta x} \Big\} \quad \Delta x = \dfrac{100}{tg\,53} = \dfrac{100}{1'33} = 75'2 \text{ m}$

b) 180º - 53º = 127º debe colocarse la proa de la barca.

**2.- Lanzamos hacia arriba un proyectil con velocidad de 200 m/s y formando la dirección inicial un ángulo de 30° con la horizontal. Determina: a) La posición del móvil a los 3 s de efectuado el lanzamiento. b) La distancia en línea recta al punto de lanzamiento desde dicha posición. c) La velocidad del móvil a los 4 y a los 5 s de efectuado el lanzamiento. d) La aceleración del móvil a los 6 s de efectuado el lanzamiento.**

Datos: $v_I$ = 200 m/s , $\alpha$ = 30º

a) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$x = x_I + v_{Ix} \cdot \Delta t = 0 + v_I \cdot \cos 30^o \cdot \Delta t = 200 \cdot 0'866 \cdot 3 = 519$ m

$y = y_I + v_{Iy} \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 0 + v_I \cdot \text{sen } 30^o \cdot 3 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 3^2 = 200 \cdot 0'5 \cdot 3 - 44'1 = 255'9$ m

$\vec{r} = 519\vec{i} + 259\vec{j}$

b) $|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_F - \vec{r}_I| \qquad |\vec{r}| = \sqrt{519^2 + 255'9^2} = 578'6$ m

c) $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$

$v_x = v_{Ix} = v_I \cdot \cos 30^o \cdot 200 \cdot 0'866 = 173'3$ m/s = cte

$v_y = v_{Iy} + g \cdot \Delta t = v_I \cdot \text{sen } 30^o + (-9'8) \cdot \Delta t = 200 \cdot 0'5 - 9'8 \cdot \Delta t = 100 - 9'8 \cdot \Delta t$

$\vec{v} = 173'3\vec{i} + (100 - 9'8 \cdot \Delta t)\vec{j}$

t = 4 s $\quad \vec{v} = 173'3\vec{i} + (100 - 9'8 \cdot 4)\vec{j} = 173\vec{i} + 60'8\vec{j} \qquad |\vec{v}| = \sqrt{173'3^2 + 60'8^2} = 183'6$ m/s

t = 5 s $\quad \vec{v} = 173'3\vec{i} + (100 - 9'8 \cdot 5)\vec{j} = 173\vec{i} + 51\vec{j} \qquad |\vec{v}| = \sqrt{173'3^2 + 51^2} = 180'6$ m/s

d) $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \qquad a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -9'8 \text{ m/s}^2 \qquad \vec{a} = -9'8\vec{j} \qquad |\vec{a}| = \sqrt{(-9'8)^2} = 9'8 \text{ m/s}^2$

**3.- Desde lo alto de un acantilado y a 200'0 m sobre el nivel del mar, se dispara horizontalmente una flecha en dirección perpendicular a la línea de la costa. Si la velocidad inicial de la flecha es de 108 km/h, calcula: a) Tiempo que tarda la flecha en llegar al agua. b) Velocidad de la flecha en el momento del impacto. c) Posición del impacto con el agua con respecto al punto de lanzamiento.**

Datos: $v_I$ = 108 km/h = 30 m/s, $\Delta y$ = -200 m

a)

$$\left.\begin{array}{l}\Delta y = v_{Iy} \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 \\ v_{Iy} = v_I \cdot \cos 90 = v_I \cdot 0 = 0\end{array}\right\} \begin{array}{l}-200 = 0 + 0'5 \cdot (-9'8)\,\Delta t^2 \\ -200/-4'9 = \Delta t^2\end{array}\left.\right\} \begin{array}{l}\Delta t^2 = 40'8 \\ \Delta t = 6'4 \text{ s}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{b) } v_x = v_{Ix} = v_I \cdot \cos 0 = 30 \text{ m/s} \\ v_y = v_{Iy} + g \cdot \Delta t = 0 + (-9'8) \cdot 6'4 = -62'7 \text{ m/s}\end{array}\right\} \begin{array}{l}\vec{v} = 30\vec{i} - 62'7\,\vec{j} \text{ m/s} \\ |\vec{v}| = \sqrt{30^2 + (-62'7)^2} = 69'5 \text{ m/s}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{c) } y_F = -200 \text{ m} \\ x_F = v_x \cdot \Delta t = 30 \cdot 6'4 = 192 \text{ m}\end{array}\right\} \vec{r} = 191'7\vec{i} - 200\vec{j} \left.\right\} |\vec{r}| = \sqrt{191'7^2 + (-200)^2} = 277 \text{ m}$$

**4- Un avión de bombardeo, en vuelo horizontal, a la velocidad de 360 km/h y a una altura sobre el objetivo de 1000 m, lanza una bomba. a) ¿A qué distancia del objetivo inmóvil, contada horizontalmente, debe proceder al lanzamiento? b) Si el objetivo es un camión que marcha en carretera horizontal, a 72 km/h en la misma recta que el bombardero ¿A qué distancia del objetivo, contada horizontalmente, debe proceder al lanzamiento si el objetivo se acerca o se aleja?**

Datos: $v_I$ = 360 km/h = 100 m/s, $y_I$ = 1000 m, $v_c$ = 72 km/h = 20 m/s

$$\left.\begin{array}{l}\text{a) } \Delta x = v_{Ix} \cdot \Delta t \\ \Delta y = v_{Iy} \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2\end{array}\right\} \begin{array}{l}\Delta x = v_I \cdot \cos 0 \cdot \Delta t \\ -1000 = v_I \cdot \text{sen } 0 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2\end{array}\left.\right\} \begin{array}{l}\Delta x = 100 \cdot \Delta t \\ -1000 = -4'9 \cdot \Delta t^2\end{array}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{-1000}{-4{,}9}} = 14'3 \text{ s} \left.\right\} \quad \Delta x = 100 \cdot 14'3 = 1430 \text{ m}$$

b) $\Delta x_c = v_c \cdot \Delta t = 20 \cdot 14'3 = 286$ m

distancia de lanzamiento: 1430 + 286 = 1716 m si se acerca
distancia de lanzamiento: 1430 - 286 = 1144 si se aleja

**5.- Un jugador de baloncesto pretende realizar una canasta de tres puntos. Para ello lanza la pelota desde una distancia de 6'75 m y a una altura de 1'9 m del suelo. Si la canasta está situada a una altura de 3'05 m, ¿con qué velocidad debe realizar el tiro si lo hace con un ángulo de elevación de 30°?**

Datos: $\Delta x$ = 6'75 m, $y_F$ = 3'05 m, $y_I$ = 1'9 m, $\Delta y$ = 1'15 m, $\alpha$ = 30º

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = v_{Ix} \cdot \Delta t \\ \Delta y = v_{Iy} \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2\end{array}\right\} \begin{array}{l}6'75 = v_I \cdot \cos 30 \cdot \Delta t \\ 1'15 = v_I \cdot \text{sen } 30 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8)\,\Delta t^2\end{array}\left.\right\} \quad 6'75 = v_I \cdot 0'866 \cdot \Delta t$$

$$\left.\begin{array}{l}v_I = \dfrac{6'75}{0'866 \cdot \Delta t} \\ 1'15 = 0'5 \cdot v_I \cdot \Delta t - 4'9 \cdot \Delta t^2\end{array}\right\} \begin{array}{l}1'15 = 0'5 \cdot \dfrac{6'75}{0'866 \cdot \Delta t} \cdot \Delta t - 4'9 \cdot \Delta t^2 \\ 1'15 = 3'89 - 4'9 \cdot \Delta t^2\end{array}\left.\right\} \begin{array}{l}\Delta t^2 = \dfrac{1'15 - 3'89}{-4'9} = 0'36 \\ \Delta t = \sqrt{0'36} = 0'6 \text{ s}\end{array}$$

$$v_I = \frac{6'75}{0'866 \cdot 0'6} = 12'98 \text{ m/s}$$

**6.- Un avión vuela a 800 m de altura y deja caer una bomba 1000 m antes de sobrevolar el objetivo haciendo blanco en él. ¿Qué velocidad tiene el avión?**

Datos: $\Delta x = 1000$ m, $\Delta y = -800$ m

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = v_{Ix} \cdot \Delta t \\ \Delta y = v_{Iy} \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2\end{array}\right\} \begin{array}{l}1000 = v_I \cdot \cos 0 \cdot \Delta t \\ -800 = v_I \cdot \text{sen } 0 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8)\,\Delta t^2\end{array}\Bigg\} \begin{array}{l}1000 = v_I \cdot \Delta t \\ -800 = -4'9 \cdot \Delta t^2\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta t^2 = \dfrac{-800}{-4'9} = 163'3\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}\Delta t = \sqrt{163'3} = 12'7 \text{ s} \\ 1000 = v_I \cdot 12'7\end{array}\right\} v_I = \dfrac{1000}{12'7} = 78'7 \text{ m/s}$$

**7.- Un cañón dispara un proyectil con una velocidad de 400 m/s y un ángulo de elevación de 30°. Determina: a) La posición y la velocidad del proyectil a los 5 s. b) En qué instante el proyectil alcanza el punto más alto de la trayectoria y halla la altitud de ese punto. c) En qué instante se encuentra a 1000 m de altura. d) El alcance del proyectil. e) Con qué velocidad llega a la horizontal del punto de lanzamiento.**

Datos: $v_I = 400$ m/s, $\alpha = 30º$, $v_{Ix} = 400 \cdot \cos 30 = 346'4$ m/s, $v_{Iy} = 400 \cdot \text{sen } 30 = 200$ m/s

a) $$\left.\begin{array}{l}\Delta x = v_{Ix} \cdot \Delta t \\ \Delta y = v_{Iy} \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2\end{array}\right\} \begin{array}{l}\Delta x = 346'4 \cdot \Delta t \\ \Delta y = 200 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2\end{array}\Bigg\} \begin{array}{l}\Delta x = 346'4 \cdot 5 = 1732 \text{ m} \\ \Delta y = 200 \cdot 5 - 4'9 \cdot 5^2 = 877'5 \text{ m}\end{array}$$

$\vec{r} = 1732\vec{i} + 877'5\vec{j}$ m $\qquad |\vec{r}| = \sqrt{1732^2 + 877'5^2} = 19416$ m

$$\left.\begin{array}{l}v_{Fx} = v_{Ix} = 346'4 \text{ m/s} \\ v_{Fy} = v_{Iy} + g \cdot \Delta t = 200 + (-9'8) \cdot 5 = 151 \text{ m/s}\end{array}\right\} \begin{array}{l}\vec{v} = 346'4\vec{i} + 151\vec{j} \text{ m/s} \\ |\vec{v}| = \sqrt{346'4^2 + 151^2} = 377'9 \text{ m/s}\end{array}$$

b) Dato: $\Delta y_{max} \Rightarrow v_{Fy} = 0$, $v_{Fy} = v_{Iy} + g \cdot \Delta t$

$0 = 200 + (-9'8) \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \dfrac{-200}{-9'8} = 20'4$ s

$\Delta y_{max} = v_{Iy} \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2 = 200 \cdot 20'4 + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot 20'4^2 = 4080 - 2039'2 = 2040'8$ m

c) Dato: $\Delta y = 1000$ m $\}$ $1000 = 200 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2$ $\}$ $4'9 \cdot \Delta t^2 - 200 \cdot \Delta t + 1000 = 0$

$$\Delta t = \frac{200 \pm \sqrt{200^2 - 4 \cdot 4'9 \cdot 1000}}{2 \cdot 4'9} = \frac{200 \pm \sqrt{20400}}{9'8} = \frac{200 \pm 142'8}{9'8} = \begin{cases}\dfrac{342'8}{9'8} = 34'98 \text{ s} \\ \dfrac{57'2}{9'8} = 5'8 \text{ s}\end{cases}$$

Tendrá la altura de 1000 m al subir a los 5'8 s y al bajar a los 34'98 s

d) Dato: $\Delta x_{max} \Rightarrow \Delta y = 0$

$$0 = 200 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8) \cdot \Delta t^2 = 200 \cdot \Delta t - 4'9 \cdot \Delta t^2 = \Delta t \cdot (200 - 4'9 \cdot \Delta t) \left\{\begin{array}{l}\Delta t = 0 \\ 200 - 4'9 \cdot \Delta t = 0\end{array}\right.$$

$\Delta t = \dfrac{-200}{-4'9} = 40'8$ s

$\Delta x = v_{Ix} \cdot \Delta t = 346'4 \cdot 40'8 = 14133'1$ m

e) $$\left.\begin{array}{l}v_{Fy} = v_{Iy} + g \cdot \Delta t = 200 + (-9'8) \cdot 40'8 = -199'8 \text{ m/s} \\ v_{Fx} = v_{Ix} = 346'4 \text{ m/s}\end{array}\right\} \begin{array}{l}\vec{v} = 346'4\vec{i} - 199'8\vec{j} \text{ m/s} \\ |\vec{v}| = \sqrt{346'4^2 + (-199'8)^2} = 399'89 \text{ m/s}\end{array}$$

**8- Un jugador de beisbol lanza una pelota con una velocidad de 50 m/s y un ángulo de elevación de 30°. En el mismo instante otro jugador situado a 150 m en la dirección que sigue la pelota corre, para recogerla cuando se encuentra a 1 m por encima del suelo, con una velocidad constante de 10 m/s. ¿Llegará a recoger la pelota? En caso negativo, deberá correr más deprisa, ¿con qué velocidad debería correr?**

Datos: $v_{Ipelota}$ = 50 m/s, $\alpha$ = 30º, distancia = 150 m, $v_{jugador}$ = 10 m/s

a) Para saber en qué sentido debe correr hay que comprobar si el alcance máximo de la pelota es mayor o menor de 150 m.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = v_{Ix} \cdot \Delta t \\ \Delta y = v_{Iy} \cdot \Delta t + 0'5 \cdot g \cdot \Delta t^2\end{array}\right\} \left.\begin{array}{l}\Delta x = v_{Ipelota} \cdot \cos 30 \cdot \Delta t \\ 0 = v_{Ipelota} \cdot \text{sen } 30 \cdot \Delta t + 0'5 \cdot (-9'8)\,\Delta t^2\end{array}\right\} \begin{array}{l}\Delta x = 50 \cdot 0'866 \cdot \Delta t \\ 0 = 50 \cdot 0'5 \cdot \Delta t - 4'9 \cdot \Delta t^2\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = 43'3 \cdot \Delta t \\ 0 = 25 \cdot \Delta t - 4'9 \cdot \Delta t^2\end{array}\right\} 0 = \Delta t\,(25 - 4'9 \cdot \Delta t) \left\{\begin{array}{l}\Delta t = 0 \\ 25 - 4'9 \cdot \Delta t\end{array}\right\} \Delta t = \frac{-25}{-4'9} = 5'1 \text{ s}$$

$\Delta x = 43'3 \cdot 5'1 = 220'8$ m Como es > 150 m deberá correr hacia atrás.

b) Coge la pelota a una altura de 1 m sobre el suelo, así que hay que calcular en qué momento está la pelota a esa altura y la ditacia horizontal que recorre.

$$\left.1 = 50 \cdot 0'5 \cdot \Delta t - 4'9 \cdot \Delta t^2 = 25 \cdot \Delta t - 4'9 \cdot \Delta t^2\right\} 4'9 \cdot \Delta t^2 - 25 \cdot \Delta t + 1 = 0$$

$$\Delta t = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 4'9 \cdot 1}}{2 \cdot 4'9} = \frac{25 \pm \sqrt{605'4}}{9'8} = \frac{25 \pm 24'6}{9'8} = \begin{cases} \dfrac{49'6}{9'8} = 5'06 \text{ s} \\ \cancel{\dfrac{0'4}{9'8} = 0'041 \text{ s}} \end{cases}$$

Se descarta el segundo tiempo porque corresponde al momento en que la pelota alcanza la altura de 1 m subiendo.

$\Delta x = 50 \cdot 0'866 \cdot 5'06 = 219'1$ m

Esta es la distancia que recorre la pelota, la que debe recorrer el jugador:

219'1 – 150 = 69'6 m

La distancia que recorre realmente:

$\Delta x_{jugador} = 10 \cdot 5'06 = 50'6 \text{ m} < 69'6 \text{ m}$

Por tanto el jugador no coge la pelota si corre con esa velocidad.

c) $$\left.\Delta x_{jugador} = v_{jugador} \cdot 5'06\right\} \left.69'6 = v_{jugador} \cdot 5'06\right\} v_{jugador} = \frac{69'6}{5'06} = 13'8 \text{ m/s}$$

## Problemas de movimiento circular

**18.- Un disco de 40 cm de diámetro gira con velocidad angular constante de 200 r.p.m. Determina: a) La velocidad angular en el S.I. b) La velocidad lineal en un punto de la periferia de la rueda. c) Arco descrito por un punto de la periferia de la rueda en $2\cdot 10^{-3}$ s.**

Datos: R = 20 cm = 0'2 m      $\omega$ = 200 rev/min      M.C.U.

a) $200\ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}} \cdot \frac{2\cdot\pi\ \text{rad}}{1\,\text{rev}} = 20'9$ rad/s

b) $v = \omega \cdot R = 20'9 \cdot 0'2 = 4'2$ m/s

c) $\Delta S = v \cdot \Delta t = 4'2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 8'4 \cdot 10^{-3}$ m

**19.- Calcula las velocidades angular y lineal con las que la Luna gira alrededor de la Tierra, sabiendo que nuestro satélite invierte 27 días y 8 horas en una revolución completa alrededor de la Tierra, y que la distancia entre ambos astros es de 384.000 km.**

Datos: R = 384.000 km =384.000.000 m, $\Delta t$ =27 días 8 h = $2'36 \cdot 10^6$ s      M.C.U.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{2'36\cdot 10^6\, s} = 266 \cdot 10^{-6}\ \text{rad/s}$$

$v = \omega \cdot R = 2'66 \cdot 10^{-6} \cdot 389000000 = 1020$ m/s

**20.- Un disco, con un diámetro de 30 cm, adquiere una velocidad de 33 r.p.m. a los 3 s de empezar a girar. Calcula: a) la aceleración angular de dicho disco, b) la velocidad y aceleración lineales de un punto de su periferia a los 2 s de comenzar el movimiento de giro.**

Datos: $\Delta t$ =3 s      $\omega_I = 0$      $\omega_F$ = 33 rev/min = 3'5 rad/s      R = 0'15 m      M.C.U.A

a) $\alpha = \frac{\omega_F - \omega_I}{\Delta t} = \frac{3'5 - 0}{3} = 1'17\ \text{rad/s}^2$

b) Para $\Delta t$ =2 s:

$\omega_F = \omega_I + \alpha\, \Delta t = 0 + 1'17 \cdot 2 = 2'3$ rad/s

$v = \omega \cdot R = 2'3 \cdot 0'15 = 0'35$ m/s

$$\left.\begin{array}{l} a_\tau = \alpha \cdot R = 1'17 \cdot 0'15 = 0'18\ \text{m/s}^2 \\ a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0'35^2}{0'15} = 0'82\ \text{m/s}^2 \end{array}\right\} \quad |\vec{a}| = \sqrt{0'18^2 + 0'82^2} = 0'84\ \text{m/s}^2$$

**21.- Un punto móvil se ve sometido a un movimiento circular de 6 m de radio girando a la velocidad de 200 vueltas cada minuto. Hallar: a) Periodo y frecuencia. b) Ángulo descrito en 20 s. c) Valor de la aceleración tangencial y normal así como del vector aceleración.**

Datos: r = 6 m $\omega$ = 200 vueltas/min M.C.U.

a) $200 \dfrac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \dfrac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} \cdot \dfrac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 20'9 \text{ rad/s}$

$T = \dfrac{2 \cdot \pi}{\omega} = \dfrac{2 \cdot \pi}{20'9} = 0'3 \text{ s}$ $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0'3} = 3'33 \text{ s}^{-1}$

b) $\Delta\varphi = \omega_I \cdot \Delta t = 20'9 \cdot 20 = 418'9 \text{ rad}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{c) } a_\tau = \alpha \cdot R = 0'6 \cdot 0 = 0 \\ a_n = \omega^2 \cdot R = 20'9 \cdot 6 = 2631'9 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\} \quad |\vec{a}| = \sqrt{0^2 + 2631'9^2} = 2631'9 \text{ m/s}^2$$

**22.- Un ventilador de 50 cm de radio gira a 150 r.p.m., cuando se desconecta de la corriente, tardando medio minuto en parase. Calcula: a) su velocidad angular inicial en unidades S.I. b) su aceleración angular, c) el número de vueltas que da hasta que se detiene, d) el espacio recorrido por el punto medio y por el extremo de las aspas mientras se está parando, e) la velocidad lineal del extremo a los 25 s, f) la aceleración tangencial, normal y total del extremo del aspa a los 25 s.**

Datos: R = 50 cm = 0'5 m $\omega_I$ = 150 r.p.m. $\Delta t$ = 0'5 min = 30 s $\omega_F$ = 0 M.C.U.R

a) Velocidad angula en radianes: $150 \cdot \dfrac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \dfrac{1\text{min}}{60\text{s}} \cdot \dfrac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{1\text{rev}} = 15'7 \text{ rad/s}$

b) $\alpha = \dfrac{\omega_F - \omega_I}{\Delta t} = \dfrac{03 - 15'7}{30} = -\ 0'523 \text{ rad/s}^2$

c) ángulo total girado: $\Delta\varphi = \omega_I \cdot \Delta t + 0'5 \cdot \alpha \cdot \Delta t^2 = = 15'7 \cdot 30 + 0'5 \cdot (-0'523) \cdot 30^2 = 236 \text{ rad}$

El número de vueltas: $236 \text{ rad} \cdot \dfrac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 37'6 \text{ vueltas}$

d) el arco recorrido por el punto medio: $\Delta S = \Delta\varphi \cdot R = 236 \cdot 0'25 = 59$ m

el arco recorrido por el extremo del aspa: $\Delta S = \Delta\varphi \cdot R = 236 \cdot 0'5 = 118$ m (el doble)

e) La velocidad angular: $\omega_F = \omega_I + \alpha\, \Delta t = 15'7 - 0'523 \cdot 25 = 2'63$ rad/s

La velocidad lineal: $v = \omega \cdot R = 2'63 \cdot 0'5 = 1'32$ m/s

f) La aceleración tangencial y normal:

$$\left.\begin{array}{l} a_\tau = \alpha \cdot R = -\ 0'523 \cdot 0'5 = -0'26 \text{ m/s}^2 \\ a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{1'32^2}{0'5} = 3'5 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\} \quad |\vec{a}| = \sqrt{(-0'26)^2 + 3'5^2} = 3'51 \text{ m/s}^2$$