1. Un objeto se mueve con la siguiente trayectoria:

$\vec{r} = (2t - 1)\vec{i} + (-t + 5)\vec{j}$

a) Representa gráficamente la trayectoria del objeto.

b) Calcula la velocidad media del objeto en los 10 primeros segundos de recorrido.

c) Calcula la velocidad instantánea del objeto.

d) ¿Cuál es la aceleración del objeto?

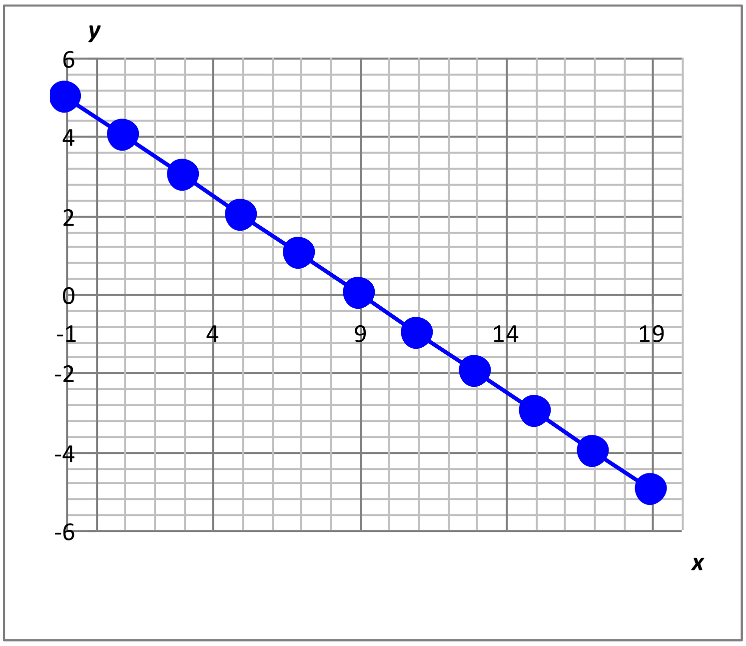
e) ¿Qué tipo de movimiento realiza?

a)

Para realizar esta gráfica haremos la siguiente tabla, dando valores a *t* desde 0 a 5 s, por ejemplo:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lvert\vec{r}_x\rvert$	-1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
$\lvert\vec{r}_y\rvert$	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5

Con $\lvert\vec{r}_x\rvert$ y $\lvert\vec{r}_y\rvert$ obtenidos haremos la gráfica:



b) La velocidad media la calcularemos:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

en los 10 primeros segundos:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}(10)-\vec{r}(0)}{10-0} = \frac{(2\cdot 10-1)\vec{i} + (-10+5)\vec{j} - \left[(2\cdot 0-1)\vec{i} + (-0+5)\vec{j}\right]}{10}$$

$$\vec{v}_m = \frac{19\vec{i} - 5\vec{j} - (-\vec{i} + 5\vec{j})}{10} = \frac{-19\vec{j} - 5\vec{j} + \vec{i} \cdot -5\vec{j}}{10}$$

$$\vec{v}_m = \frac{-18\vec{i} - 10\vec{j}}{10} = -1{,}8\vec{i} - \vec{j}$$

c) $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$

Calculamos $\vec{r}(t+\Delta t)$:

$$\vec{r}(t+\Delta t) = \left[2(t+\Delta t)-1\right]\vec{i} + (-t-\Delta t+5)\vec{j} = (2t+2\Delta t-1)\vec{i} + (-t-\Delta t+5)\vec{j}$$

Ahora calculamos $\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$:

$$\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t) = (2t+2\Delta t-1)\vec{i} + (-t-\Delta t+5)\vec{j} - \left[(2t-1)\vec{i} + (-t+5)\vec{j}\right] =$$

$$= (2t-2\Delta t-1-2t+1)\vec{i} + (-t-\Delta t+5+t-5)\vec{j} = -2\Delta t\vec{i} - \Delta t\vec{j}$$

Así, la velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (2\vec{i} - \vec{j})$$

Como no depende de Δt, es constante en el límite, por tanto $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

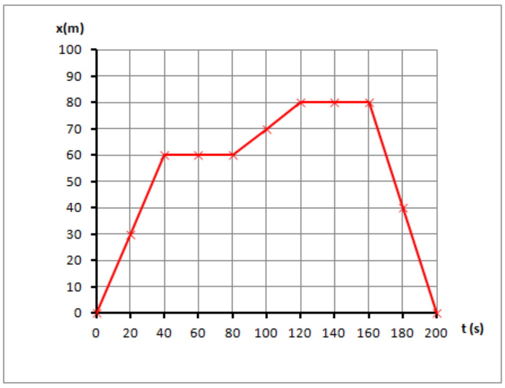
d) De igual forma,

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

al no depender $\vec{v}$ del tiempo (t), $\vec{v}$ es constante y por tanto, su aceleración es $a = 0$.

e) Al ser el vector $\vec{v}$ constante, el movimiento es rectilíneo y uniforme, y a intervalos iguales de t recorre espacios iguales.

2. Un cuerpo se mueve rectilíneamente conforme el siguiente diagrama:



***a)* ¿Qué tipo de movimiento realiza el cuerpo en cada tramo?**

***b)* Calcula la velocidad en cada tramo.**

***c)* ¿Qué desplazamiento total ha tenido el cuerpo?**

***d)* Calcula el espacio total recorrido por el cuerpo.**

a) A partir de la gráfica *x*−*t*, supondremos que es un movimiento rectilíneo, ya que no se habla de otras dimensiones.

En estas condiciones, cuando la gráfica sea horizontal, el cuerpo estará parado, ya que

$x(t_f) = x(t_0) = x(t_i)$, luego en dicho tramo horizontal $\Rightarrow \vec{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = 0$

Todos los tramos de la gráfica corresponden con líneas rectas, lo que equivale a movimientos con velocidad constante, ya que Δt constantes le corresponden Δx constantes, y por lo tanto $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ es constante (que no tiene por qué ser 0).

Así:

1er tramo: MRU: $v_M = \dfrac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \dfrac{60\text{ m} - 0\text{ m}}{40\text{ s} - 0\text{ s}} = 1{,}5\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

2do tramo: $x_f = x_0 = 60\text{ m} \Rightarrow v_M = 0$. Cuerpo parado

3er tramo: MRU: $v_M = \dfrac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \dfrac{80\text{ m} - 60\text{ m}}{120\text{ s} - 80\text{ s}} = \dfrac{20\text{ m}}{40\text{ s}} = 0{,}5\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

4to tramo: $x_f = x_0 = 80\text{ m} \Rightarrow v_M = 0\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. Cuerpo parado

5to tramo: MRU: $v_M = \dfrac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \dfrac{0\text{ m} - 80\text{ m}}{200\text{ s} - 160\text{ s}} = \dfrac{-80\text{ m}}{40\text{ s}} = -2\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

El signo negativo indica que el sentido del movimiento era contrario a los tramos con velocidad positiva.

c) El desplazamiento que ha tenido el cuerpo es:

$x_f = x$ (200 s) = 0 m

$x_0 = x$ (0 s) = 0 m

Desplazamiento = $x_f - x_0$ = 0 – 0 = 0 m

Es decir, el cuerpo no se ha desplazado.

d) El espacio total recorrido podemos deducirlo:

- A partir de la gráfica: se desplaza de 0 a 80 m y vuelve a 0 m, por lo tanto, espacio recorrido: 80 m · 2 = 160 m.
- A partir del espacio recorrido en cada tramo:

  $|\Delta x_1|$ = |60 m – 0 m| = 60 m

  $|\Delta x_2|$ = 0 m

  $|\Delta x_3|$ = |80 m – 60 m| = 20 m

  $|\Delta x_4|$ = 0 m

  $|\Delta x_5|$ = |0 m – 80 m| = 80 m

  $|\Delta x_6|$ = 60 m + 20 m + 80 m = 160 m

3. Un avión vuela horizontalmente hacia el este con una velocidad de 900 Km/h, y con un viento lateral dirección norte cuya velocidad es de 50m/s.

***a)* Escribe el vector velocidad y el vector desplazamiento.**

***b)* Si viaja entre dos ciudades separadas 2 500Km, ¿cuántos Km se desviará?**

***c)* Escribe el vector velocidad que debería haber tenido para mantener la misma velocidad este y compensar la acción del viento.**

***d)* Si el avión únicamente puede volar a 900 Km/h, vuelve a escribir ahora el vector velocidad necesario.**

a) Elegimos el sistema de referencia que más nos interese; en este caso, El eje horizontal y el vertical, que denominaremos como eje *x* y eje *y*.

De esta forma:

$$\vec{v} = \vec{v}_y + \vec{v}_x$$

$$\vec{v} = |\vec{v}_x|\vec{i} + |\vec{v}_y|\vec{j}$$

$$|\vec{v}_x| = 900\frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\text{ Km}} \cdot \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = 250\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\vec{v}_y| = 50\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{v} = (250\vec{i} + 50\vec{j})\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Podemos estudiar el desplazamiento independientemente en cada eje y posteriormente componerlos.

Las $\vec{v}$ son constantes en cada eje $\Rightarrow$ son MRU.

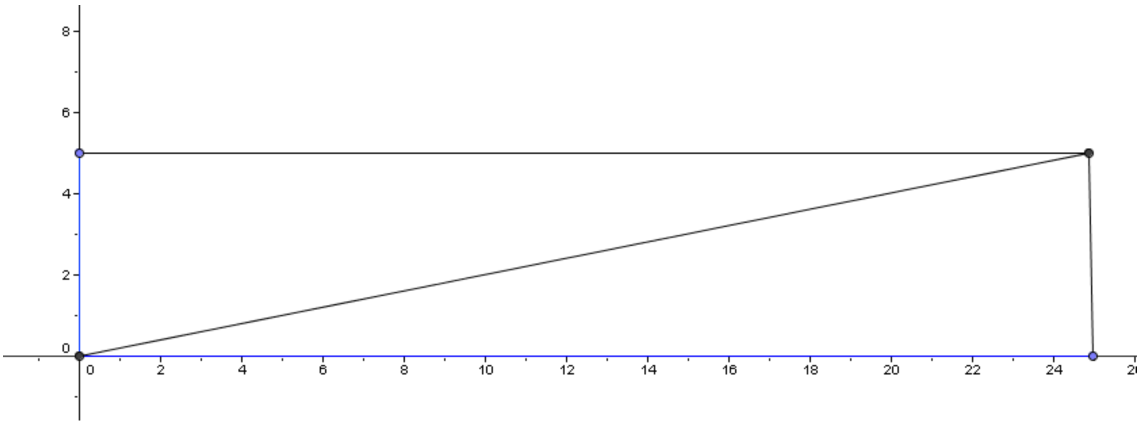
$$\text{Eje x:} |\vec{r}_x| = |\vec{r}_{x0}| + |\vec{v}_a|t = 250\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot t\,\cancel{\text{s}} = 200t\text{ m}$$

$$\text{Eje y:} |\vec{r}_y| = |\vec{r}_{y0}| + |\vec{v}_v|t = 50\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot t\,\cancel{\text{s}} = 50t\text{ m}$$

Por lo tanto:

$$\vec{r} = |\vec{r}_x|\vec{i} + |\vec{r}_y|\vec{j} = (250t)\vec{i} + (50t)\vec{j}\text{ m}$$

b)

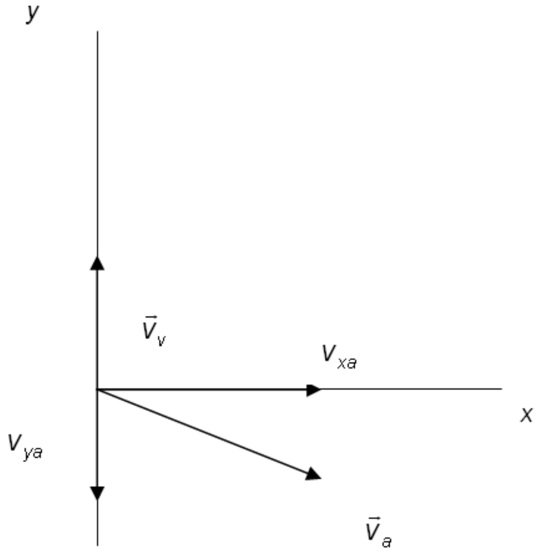


Si tiene que recorrer 2 500 Km en eje x, lo hace en un tiempo:

$$|\vec{r}_y| = 50t = 50\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}\cdot 10^4\ \cancel{\text{s}} = 500\ \text{Km}$$

en dirección norte.

c) Para compensar la componente $\vec{j}$ del vector velocidad que es la acción del viento, y mantener la velocidad $\vec{i}$, tenemos:



Por tanto, la velocidad real del avión será:

$$\vec{v} = |\vec{v}_x|\vec{i} + |\vec{v}_y|\vec{j} = |\vec{v}_{xa}|\vec{i} - |\vec{v}_{ya}|\vec{j} + |\vec{v}_v|\vec{j}$$

Como queremos compensar la acción del viento:

$$|\vec{v}_y| = 0 \Rightarrow |\vec{v}_y| = -|\vec{v}_{ya}| + |\vec{v}_v| = 0 \Rightarrow |\vec{v}_{ya}| = |\vec{v}_v|$$

por lo que la velocidad del avión debe ser:

$$\vec{v}_a = |\vec{v}_{xa}|\vec{i} + |\vec{v}_{ya}|\vec{j} = 250\vec{i} - 50\vec{j}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \sqrt{250^2 + 50^2} = 254{,}95\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) Según el razonamiento anterior:

$$\vec{v}_a = |\vec{v}_{xa}|\vec{i} - |\vec{v}_{ya}|\vec{j}$$

$$|\vec{v}_{ya}| = 50\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como sólo se puede volar a 900 Km/h = 250 m/s

$$|\vec{v}_a| = 250\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

por lo tanto:

$$|\vec{v}_a|^2 = |\vec{v}_{xa}|^2 + |\vec{v}_{ya}|^2$$

$$250^2 = |\vec{v}_{xa}|^2 + 50^2$$

$$|\vec{v}_{xa}|^2 = \sqrt{250^2 - 50^2} = 244{,}95\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{v}_a = 244{,}95\vec{i} - 50\vec{j}$$

4. Dos pueblos están separados 100 km y unidos por una carretera que supondremos rectilínea. A las 9:00 parte un coche desde la ciudad A hacia B con una velocidad de 80 km/h, y a las 9:15 parte un segundo coche a su encuentro.

- ***a)*** **Dibuja un diagrama del problema, indicando el sistema de referencia que usarás y los vectores velocidad de los coches.**
- ***b)*** **¿A qué velocidad debe circular el segundo coche si quiere encontrarse en el punto medio del recorrido?**
- ***c)*** **¿A qué hora se encontrarán?**

a) Los dos vehículos se mueven a lo largo del eje *Ox* a velocidad constante, por lo tanto realizan un MRU cuya ecuación de movimiento es:

$$x_f = x_0 + vt$$

b)

Vehículo 1		Vehículo 2
$x_0 = 0$ m	← (pueblo A) →	$x_0 = 0$ m
$x_f = 50 \cdot 10^3$ m	← (punto medio) →	$x_f = 50 \cdot 10^3$ m
$v_1 = 80$ km/h $= 22{,}22$ m/s		$v_2 = ?$
$t_1 = t$ (variable)		$t_2 = t - 900$ s
$v_1 = 80\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{10^3\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 22{,}22\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$		Al partir con 15 min (900 s) de retraso, $t_2 < t_1$

Por lo tanto, las ecuaciones de movimiento son:

$x_{f1} = 0 + 22{,}22\ t = 50 \cdot 10^3$

$x_{f2} = 0 + v_2\ (t - 900) = 50 \cdot 10^3$

$$t = \frac{50 \cdot 10^3}{22{,}22} = 2250{,}23\ \text{s}$$

$$v_2 = \frac{50 \cdot 10^3}{t - 900} = \frac{50000}{2250{,}23 - 900} = \frac{50000}{1350{,}23} = 37{,}03\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) $t = 2250{,}23\ \text{s} \cdot \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = 37{,}5\ \text{min}$

Como este es el tiempo del primer vehículo que salió a las 9:00 h, se encontrarán a las 9:37,5 h.

5. Lanzamos un cohete hacia la Luna con una velocidad constante de 1500 m/s y apuntando su centro.

a) **¿Cuánto tiempo tarda en llegar el cohete a la Luna?**

b) **Si el diámetro de la Luna es de 3 476 km, ¿impactará el cohete en la Luna?.**

c) **¿Con qué ángulo respecto del dentro de la Luna habría que haber lanzado el cohete para impactar en el centro de la Luna?**

Dato: **La distancia entre la Tierra y la Luna es de 384 400 km.**

R_T = 6 378 Km

La distancia que recorre el cohete es:

d = 384 400 Km – 6 378 Km – 3 476/2 Km

d = 376 284 Km

a) Suponiendo que el cohete realiza un MRU a lo largo de todo el recorrido:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{t} \Rightarrow |\Delta\vec{r}| = |\vec{v}|\cdot t \Rightarrow \frac{|\Delta\vec{r}|}{\vec{v}}$$

$$t = \frac{376284\ \text{km}}{1500\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\cdot\frac{10^3\ \text{m}}{1\ \text{km}} = 2{,}508\cdot 10^3\ \text{s}$$

$$t = 2{,}508\cdot 10^3\ \text{s}\cdot\frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 69{,}68\ \text{h}$$

b) Para ver si impactará en la Luna, vamos cuánto se ha desplazado en este tiempo.

La Luna tiene un periodo de revolución:

$$T = 28\ \text{días}\cdot\frac{24\ \text{h}\ 3600\ \text{s}}{1\ \text{día}\ 1\ \text{h}}$$

$$T = 2{,}42\cdot 10^6\ \text{s}$$

Con lo que su velocidad angular es:

$$\omega = \frac{2\ \pi}{\text{T}} = 2{,}59\cdot 10^{-6}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

en t = 2,508 · 10^5 s ha recorrido:

$$\varphi = \omega t = 2{,}59\cdot 10^{-6}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot 2{,}508\cdot 10^5\ \text{s}$$

$$\varphi = 0{,}65\ \text{rad}$$

Que suponen en metros: $d_L = \varphi \cdot R_0$ = 0,65 · 3,844 · 10^8 m

d_L = 2,498 · 10^8 m de desplazamiento lunar.

Como el radio de la Luna es:

$$R_L = \frac{D_L}{2} = \frac{3{,}476\cdot 10^6}{2} = 1{,}738\cdot 10^6\ \text{m}$$

es menor de lo que se ha desplazado, el cohete pasará a una distancia del centro de la Luna de:

$d_L - R_L$ = 2,498 · 10^8 – 1,738 · 10^6 = 2,481 · 10^8 m *c)* Como la Luna se ha desplazado φ = 0,65 rad, en el periodo de vuelo, este es el ángulo solicitado:

$$\varphi = 0{,}65\ \text{rad} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi\ \text{rad}} = 37{,}24^\circ$$

6. Vuelve a resolver el problema anterior suponiendo que la velocidad inicial del cohete es de 100 m/s y se le aplica durante todo el recorrido una aceleración constante de 10 m/s^2.

La distancia que vuelve a recorrer es:

$$d_c = 384400\ \text{km} - 6378\ \text{km} - \frac{3476\ \text{km}}{2}$$

$$d_c = 376284\ \text{km} = 3{,}763 \cdot 10^5\ \text{km} \cdot \frac{10^3\ \text{m}}{1\,\text{km}}$$

$$d_c = 3{,}763 \cdot 10^8\ \text{m}$$

Al ser un MRUA con v_0 = 100 m/s y a = 10 m/s^2

$$x_f = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$3{,}763 \cdot 10^8 = +10^2 t + \frac{1}{2} 10 t^2$$

$$5t^2 + 100t - 3{,}763 \cdot 10^8 = 0$$

$$t = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 + 4 \cdot 5 \cdot 3{,}763 \cdot 10^8}}{2 \cdot 5} = \frac{-100 \pm 8{,}675 \cdot 10^4}{10}$$

$t = 8{,}665 \cdot 10^3$ s es el tiempo de vuelo

$$t = 8665\ \text{s} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 2{,}41\ \text{h}$$

* La Luna: T = 2,42 · 10^6 s ⇒ ω = 2,59 · 10^{-6} rad/s

por lo que en este tiempo φ = ω*t*

$$\varphi = 2{,}59 \cdot 10^6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 8665\,\text{s} = 0{,}02244\ \text{rad}$$

que suponen $d_L = \varphi R$ = 0,02244 · 3,844 · 10^8 m =8,626 · 10^6 m

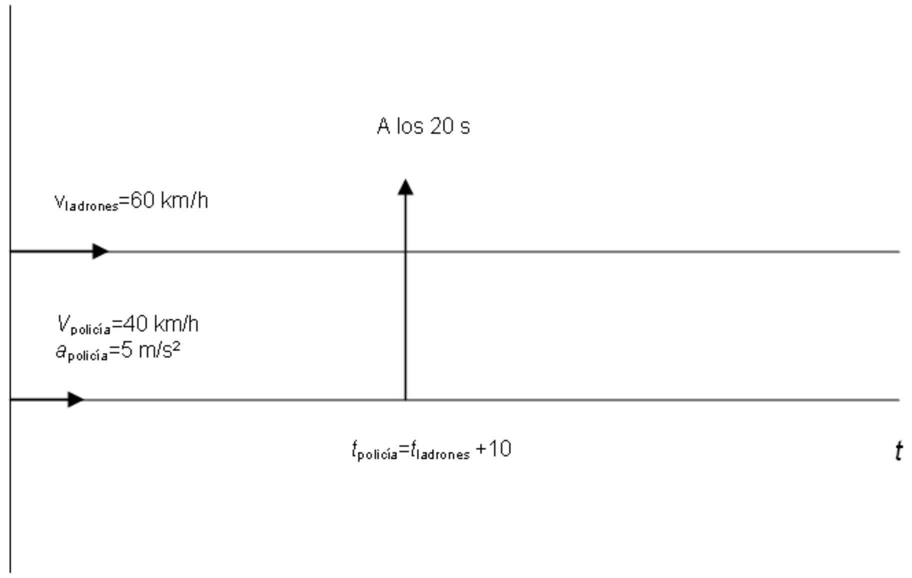
Luego pasa a una distancia del centro de la Luna:

$x = d_L - R_L$ = 8,626 · 10^6 – 1,3738 · 10^6 = 6,89 · 10^6

7. Unos ladrones salen huyendo de un pueblo con una velocidad de 60 Km/h. 20 segundos después parte la policía, con una velocidad inicial de 40 km/h y una aceleración de 5 m/s^2. A los 10 s de partir la policía, los ladrones se percatan y aplican una aceleración de 2 m/s^2 a su vehículo.

- ***a)*** **Dibuja la gráfica de los movimientos implicados en el problema.**
- ***b)*** **¿Cuánto tiempo tardará la policía en coger a los ladrones?**

c) **¿A qué distancia los alcanzan?**



a) Los ladrones recorren durante 30 s un MRU con

$$v_{2,1} = 60\frac{\text{km}}{\text{h}} = 60\frac{\text{km}}{\text{h}}\cdot\frac{10^3\,\text{m}}{1\,\text{km}}\cdot\frac{1\,\text{h}}{3600\ \text{s}} = 16,67\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

con una ecuación de movimiento $x_L = x_0 + v\,t$

$x_{L,1}$ = 16,67t m

A partir del segundo 30, realizan un MRUA con ecuación $x_{L,2} = x_{0,2} + v_{0,2}\,t + ½\ a\ t^2$

$x_{0,2} = x_{f,1}$ =1,667 · 30 = 500 m

$v_{0,2} = v_{L,1}$ = 16,67 m/s

$a_{2,2}$ = 2 m/s^2

$t_{2,2} = t - 30$

$v_{L,2} = 500 + 16,67\ (t - 30) + (t - 30)^2$

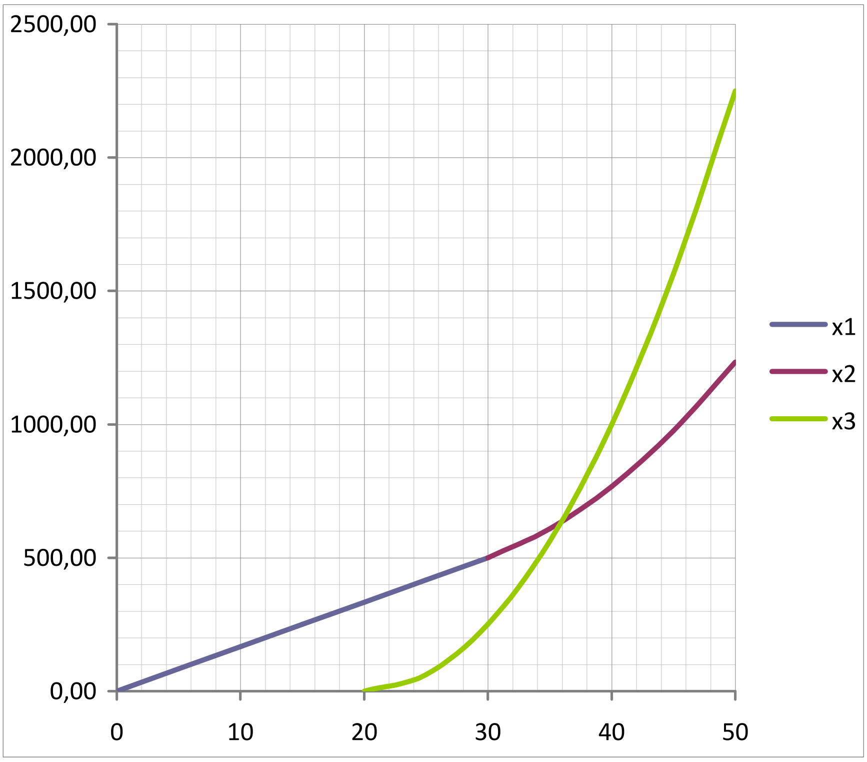
Los policías tienen una ecuación de movimiento:

$t_p = t_2 - 20$

$v_0 = 0$

a = 5 m/s

$x_p = ½ \cdot 5\ (t - 20)^2 = 2\ ,\ 5 \cdot (t - 20)^2$



A partir de la gráfica se ve que la policía alcanza a los ladrones en:

$t \approx 36$ s y $x \approx 650$ m

b) Si calculamos numéricamente, los policías se encuentran con los ladrones en:

$x_p = x_{L,2}$

$$2{,}5(t-20)^2 = 500 + 16{,}67(t-30) + (t-30)^2$$

$$2{,}5\,t^2 + 1000 - 100\,t = 500 + 16{,}67\,t - 500 + t^2 + 900 - 60\,t$$

$$1{,}5\,t^2 - 56{,}67\,t + 100 = 0$$

$$t = \frac{56{,}67 \pm \sqrt{56{,}67^2 - 4 \cdot 1{,}5 \cdot 100}}{2 \cdot 1{,}5} = \frac{56{,}67 \pm 51{,}10}{3}$$

$$t_1 = \frac{56{,}67 + 51{,}10}{3} = 35{,}92 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{56{,}67 - 51{,}10}{3} = 1{,}86 \text{ s} \rightarrow$$ descartado porque en este momento no habían comenzado los policías su recorrido

c) La distancia recorrida será:

$x_p = 2{,}5 \cdot (t - 20)^2 = 2{,}5 \cdot (35{,}92 - 20)^2 = 2{,}5 \cdot 15{,}92^2$

$x_p = 633{,}62$ m

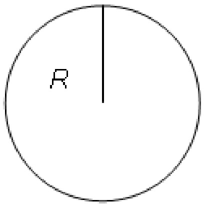
8. El LHC es el acelerador de partículas más grande del mundo, con una circunferencia de 27 Km. Los protones se mueven dentro de él a una velocidad de 297 000 Km/s.

a) Calcula la velocidad angular y la aceleración normal de estos protones.

b) Si, partiendo de una velocidad de 274 000 Km/s, adquieren esta velocidad en 1,5 s, calcula la aceleración total a la que están sometidos.

a) $v_p = 2,97 \cdot 10^5$ Km/s

Los protones describen un MCU



La circunferencia tiene un radio de:

$$L = 2\,\pi\,R \Rightarrow R = \frac{L}{2\,\pi} = \frac{2,7 \cdot 10^4\,\text{m}}{2\,\pi} = 4,297 \cdot 10^3\,\text{m}$$

Con lo que la velocidad anular sería:

$$v = \omega R \Rightarrow R = \frac{v}{R} = \frac{2,97 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,297 \cdot 10^3\,\text{m}}$$

$$\omega = 6,91 \cdot 10^4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La aceleración normal es:

$$a_n = \frac{v^2}{\text{R}} = \frac{(2,97 \cdot 10^8)^2\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{4,297 \cdot 10^3\,\text{m}} = 2,053 \cdot 10^{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) Al variar su celeridad:

$$a_T = \frac{\Delta|\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{2,97 \cdot 10^8 - 2,74 \cdot 10^8}{1,5} = \frac{2,3 \cdot 10^7}{1,5} = 1,533 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

con lo que la aceleración total será:

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$$

$$a = \sqrt{(1,533 \cdot 10^7)^2 + (2,053 \cdot 10^{15})^2} \rightarrow \text{podemos despreciarlo al ser 16 órdenes de magnitud menor}$$

$$a = \sqrt{2,35 \cdot 10^{14} + 4,22 \cdot 10^{30}} = 2,053 \cdot 10^{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

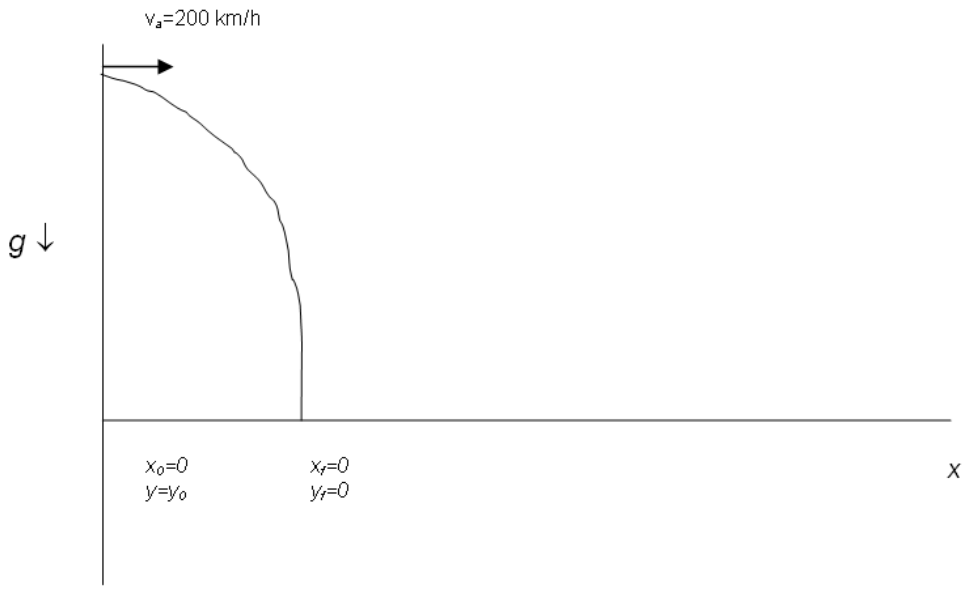
Como $a_T \Leftarrow a_N \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N = \vec{a}_N$

9. Desde un avión que vuela horizontalmente con una velocidad de 200 m/s y a una altura de 1000 m dejamos caer una piedra a una diana situada en el suelo.

a) **¿A qué distancia horizontal de la diana hay que dejarla caer?**

b) **Repite el problema si existe un viento horizontal contrario al movimiento del avión que aplica a la piedra una aceleración de 3 m/s².**

a)



Al dejar caer la piedra desde el avión:

- Su velocidad inicial es 0 m/s.
- Su velocidad horizontal inicial es la del avión = 200 m/s.

Por lo que la piedra realiza un movimiento parabólico:

Eje *Ox*: MRU $\quad x_f = x_0 + v_{0x}\, t$

$v_{xf} = v_x$

Eje *Oy*: MRUA $\quad y_f = y_0 + v_{0x} \cdot t - ½\, g\, t^2$

$v_{fy} = \mathrm{v}_{0yx} - g\, t$

Concretamente:

$x_f = 200\, t$

$0 = 1000 - \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000}{9{,}8}} = 14{,}286 \text{ s}$

$x_f = 200 \cdot \leq 14{,}286 = 2857{,}2 \text{ m}$

Luego, hay que lanzar la piedra 2857,2 m antes de la vertical de la diana.

b) En este caso:

Eje *Ox* $\quad x_f = x_0 + v_{0x} \cdot t - ½\, a_x\, t^2$

$v_{fx} = \mathrm{v}_{0x} - a_x\, t^2$

$y_f = y_0 + v_{0x} \cdot t - ½\, g\, t^2$

$v_{fy} = \mathrm{v}_{0y} - g\, t$

Como el viento es horizontal, no influye en el tiempo de caída, por lo tanto:

$t = 14{,}286$ s

$x_f = 0 + 200\ t - ½ \cdot 3\ t^2$

$x_f = 200 \cdot 14{,}286 - 1{,}5 \cdot 14{,}286^2$

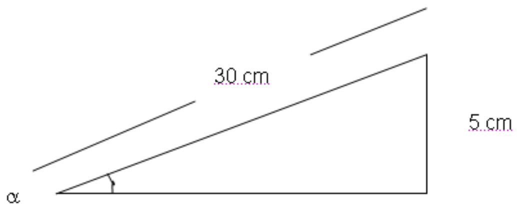
$x_f = 2551{,}07$ m

10. Encima de una mesa de 1,10 m de alto, formamos una rampa colocando un cuaderno de 30 cm de largo sobre un estuche de 5 cm de alto.

- ***a)*** **Si queremos lanzar un coche por la rampa y acertar a un muñeco situado en el suelo a 1 m de la mesa. ¿Con qué velocidad inicial habrá que lanzar el coche?**
- ***b)*** **Si el muñeco se coloca en una silla de 40 cm de alto en el mismo sitio. ¿Cuál será ahora la velocidad a la que habrá que lanzar el coche?**

a)

El ángulo de lanzamiento del coche será el ángulo que forma el cuaderno con la mesa:



$$\text{sen}\ \alpha = \frac{5\ \text{cm}}{30\ \text{cm}} = \frac{1}{6}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\text{sen}^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{6}\right)^2}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{35}{36}} = \frac{\sqrt{35}}{6}$$

Los componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha = \frac{\sqrt{35} \cdot v_0}{6}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\ \alpha = \frac{v_0}{6}$$

Con lo que el movimiento está descrito por:

Eje *Ox* $\quad x_f = x_0 + v_{0x}\ t$

$\quad v_{xf} = v_{0x}$

$$1 = \frac{\sqrt{35}\ v_0}{6} t \Rightarrow t = \frac{6}{\sqrt{35}\ v_0} \Rightarrow v_0\ t = \frac{6}{\sqrt{35}}$$

Eje *Oy* $\quad y_f = y_0 + v_{0y} \cdot t - ½\ g\ t^2$

$\quad v_{fy} = v_{0y} - g\ t$

$$0 = 1{,}15 + \frac{v_0}{6} t - \frac{1}{2} 9{,}8 \cdot t^2$$

$$0 = 1{,}15 + \frac{1}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{6}}{\sqrt{35}} - 4{,}9\,t^2 = 1{,}15 + 6{,}169 - 4{,}9\,t^2$$

$$0 = 1{,}1319 - 4{,}9\,t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1{,}319}{4{,}9} \Rightarrow t = \sqrt{0{,}269} = 0{,}519 \text{ s}$$

$$v_0 = \frac{6}{\sqrt{35}\,t} = \frac{6}{5{,}916 \cdot 0{,}519} = 1{,}954 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b)

El ángulo de lanzamiento es igual que antes, por lo que:

$v_{0x} = 0{,}986\ v_0$

$v_{0y} = 0{,}167\ v_0$

$x_\text{f} = x_0 + v_{0x}\ t$ $\qquad 1 = 0{,}986\ v_0\ t \Rightarrow v_0\ t = \dfrac{1}{0{,}986}$

$y_\text{f} = y_0 + v_{0y} \cdot t - ½\ g\ t^2$ $\qquad 0{,}4 = 1{,}15 + 0{,}167\ v_0\ t - \dfrac{1}{2} 9{,}8 \cdot t^2$

$$0{,}4 = 1{,}15 + \frac{0{,}167}{0{,}986} - 4{,}9\,t^2$$

$$-4{,}9\,t^2 = 1{,}15 + 0{,}169 - 0{,}4 = 0{,}919$$

$$t = \sqrt{\frac{0{,}919}{4{,}9}} - 0{,}433 \text{ s}$$

$$v_0 = \frac{1}{0{,}986\,t} = \frac{1}{0{,}986 \cdot 0{,}433} = 2{,}342 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nota: las actividades aquí propuestas se corresponden con los siguientes contenidos:

Actividad	**Contenido**
1 a 3	2. Magnitudes del movimiento
4 y 5	4.2. Cinemática del MRU
6 a 8	4.3. MRUA
9 y 10	6. Composición de movimientos