Interacción electromagnética
I. Campo eléctrico

Cuestiones y problemas

1. Si entre las dos placas de un condensador plano separadas 3 cm entre sí, existe un campo eléctrico uniforme de 7.10^{-4} N/C:

   a) ¿Qué fuerza se ejercerá sobre un electrón situado en su interior?
   b) ¿Qué aceleración adquiere el electrón?
   c) Si el electrón se desplaza, partiendo del reposo, de la placa negativa a la positiva ¿qué velocidad y qué energía cinética posee al llegar a la placa positiva?

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

2. Una carga puntual de 4 μC se encuentra localizada en el origen de coordenadas y otra de –2 μC en el punto (0,4) m. Suponiendo que se encuentran en el vacío, calcular:

   a) La intensidad de campo eléctrico en el punto A (6,0) m.
   b) El potencial eléctrico en el punto A.
   c) La diferencia de potencial entre los puntos A (6,0) m y B (8,0) m.
   d) El trabajo necesario para llevar una carga de 3 μC desde el punto A al punto B.

Datos: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^{9}$ $N.m^{2}.C^{-2}$

3. Entre dos placas planas y paralelas separadas 5 cm, se establece una diferencia de potencial de 1500 V. Un protón se libera de placa positiva en el mismo instante en que un electrón se libera de la placa negativa, Determinar:

   a) A qué distancia de la placa positiva se cruzan.
   b) La velocidad y la energía cinética con la que llegan cada uno de ellos a la respectiva placa opuesta.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
Masa del electrón: $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg
Masa del protón: $m_p = 1{,}672.10^{-27}$ kg

4. Tenemos un campo eléctrico uniforme, dirigido verticalmente hacia abajo, cuya intensidad es de 10^{-11} N/C. Se sitúa un electrón a 10 m de altura sobre el suelo, sometido a la acción del campo eléctrico y del campo gravitatorio, a) ¿en qué sentido y con qué aceleración se moverá? b) ¿qué tiempo tardará en llegar al suelo? ¿o no caerá?

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
Gravedad terrestre: $g = 9{,}8$ ms^{-2}

5. Se tienen dos cargas eléctricas puntuales de 3 μC cada una, una positiva y la otra negativa, colocadas a una distancia de 20 cm. Calcular la intensidad de campo eléctrico y el potencial eléctrico en los siguientes puntos:

   a) En el punto medio del segmento que las une.
   b) En un punto equidistante 20 cm de ambas cargas

Datos: El medio es el vacío. Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9\ N.m^2.C^{-2}$

6. Si una carga eléctrica negativa se desplaza en un campo eléctrico uniforme a lo largo de una línea de fuerza bajo la acción de la fuerza del campo:
   a) ¿Cómo varía la energía potencial de la carga al pasar ésta desde un punto A a un punto B del campo?
   b) ¿Dónde será mayor el potencial eléctrico del campo en A o en B?

Razona las respuestas.

7. Dos pequeñas esferas iguales, de 5 N de peso cada una, cuelgan de un mismo punto fijo mediante dos hilos idénticos, de 10 cm de longitud y de masa despreciable. Si se suministra a cada una de estas esferas una carga eléctrica positiva de igual cuantía se separan de manera que los hilos forman entre si un ángulo de 60° en la posición de equilibrio. Calcular:
   a) El valor de la fuerza electrostática ejercida entre las cargas de las esferas en la posición de equilibrio.
   b) El valor de la carga de las esferas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9\ N.m^2.C^{-2}$

8. Se tienen dos cargas eléctricas iguales y de signo opuesto, de valor absoluto 10^{-9} C, situadas en el plano XY, en los puntos (–1, 0) la carga positiva y (1, 0) la carga negativa. Sabiendo que las distancias están dadas en m, se pide: a) El potencial y el campo eléctrico en los puntos A (0,1) y B (0,–1), b) El trabajo necesario para llevar un electrón desde A hasta B, interpretando el resultado.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C.
Permitividad del vacío: $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ N^{-1}m^{-2}C^2$.

9. ¿Puede existir diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de una región en la cual la intensidad de campo eléctrico es nula? ¿Qué relación general existe entre el vector intensidad de campo eléctrico y el potencial eléctrico?. Razona las respuestas.

10. Dos cargas eléctricas puntuales de valor 2 mC y –2 mC, se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (0,3) y (0,–3) respectivamente, estando las distancias expresadas en m.
   a) ¿Cuáles son los valores de la intensidad de campo en el punto (0,6) y en el punto (4,0)?
   b) ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre un protón cuando se desplaza desde el punto (0,6) hasta el punto (4,0)?

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6x10^{-19}$ C
Permitividad del vacío: $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ N^{-1}m^{-2}C^2$.

11. Los puntos A, B y C son los vértices de un triángulo equilátero de 2 m de lado. Dos cargas iguales positivas de 2 mC están en A y B.
   a) ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto C?
   b) ¿Cuál es el potencial en el punto C?
   c) ¿Cuánto trabajo se necesita para llevar una carga positiva de 5 mC desde el infinito hasta el punto C si se mantienen fijas las otras cargas?
   d) Responder al apartado anterior c) si la carga situada en B se sustituye por una carga de –2 mC.

Datos: Permitividad del vacío: $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ N^{-1}m^{-2}C^2$.

12. Dos cargas puntuales e iguales de valor 2 mC cada una, se encuentran situadas en el plano XY en los puntos (0, 5) y (0, –5), respectivamente, estando las distancias expresadas en metros.

a) ¿En qué punto del plano el campo eléctrico es nulo?
b) ¿Cuál es el trabajo necesario para llevar una carga unidad desde el punto (l,0) al punto (–1,0)?

13. Tres cargas positivas e iguales de valor $q = 2\ \mu C$ cada una se encuentran situadas en tres de los vértices de un cuadrado de lado 10 cm. Determine:

a) El campo eléctrico en el centro del cuadrado, efectuando un esquema gráfico en su explicación.
b) Los potenciales en los puntos medios de los lados del cuadrado que unen las cargas y el trabajo realizado al desplazarse la unidad de carga entre dichos puntos.

Datos: Constante de la ley de Coulomb en el vacío $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^2$

14. Un electrón es lanzado con una velocidad de $2{\cdot}10^6$ m/s paralelamente a las líneas de un campo eléctrico uniforme de 5000 V/m. Determine:

a) La distancia que ha recorrido el electrón cuando su velocidad se ha reducido a $0{,}5{\cdot}10^6$ m/s.
b) La variación de la energía potencial que ha experimentado el electrón en ese recorrido.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C.
Masa del electrón: $m_e = 9{,}109{\cdot}10^{-31}$ kg.

15. Se tienen tres cargas situadas en los vértices de un triángulo equilátero cuyas coordenadas (expresadas en cm) son: A (0,2), B $(-\sqrt{3},-1)$, C $(\sqrt{3},-1)$. Sabiendo que las cargas situadas en los puntos B y C son idénticas e iguales a 2 μC y que el campo eléctrico en el origen de coordenadas (centro del triángulo) es nulo, determine:

a) El valor y el signo de la carga situada en el punto A.
b) El potencial en el origen de coordenadas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9\ N.m^2.C^{-2}$

16. Se crea un campo eléctrico uniforme de intensidad $6{\cdot}10^4$ N/C entre dos láminas metálicas planas y paralelas que distan entre sí 2,5 cm. Calcule:

a) La aceleración a la que está sometido un electrón situado en dicho campo.
b) Si el electrón parte del reposo de la lámina negativa, ¿con qué velocidad llegará a la lámina positiva?

Nota: Se desprecia la fuerza gravitatoria.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C.
Masa del electrón: $m_e = 9{,}109{\cdot}10^{-31}$ kg

17. Un protón se encuentra situado en el origen de coordenadas del plano XY. Un electrón, inicialmente en reposo, está situado en el punto (2,0). Por efecto del campo eléctrico creado por el protón (supuesto inmóvil), el electrón se acelera. Estando todas las coordenadas expresadas en μm, calcule:

a) El campo eléctrico y el potencial creado por el protón en el punto (2,0).
b) La energía cinética del electrón cuando se encuentra en el punto (1,0).
c) La velocidad y momento lineal del electrón en la posición (1,0).
d) La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón en el punto (1,0).

Datos: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9\ N.m^2.C^{-2}$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$ C.

Masa del electrón: $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg
Constante de Planck: $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J.s

18. Tres partículas cargadas $Q_1 = +2$ μC, $Q_2 = +2$ μC y Q_3 de valor desconocido están situadas en el plano XY. Las coordenadas de los puntos en los que se encuentran las cargas son Q_1: (1,0), Q_2: (–1,0) y Q_3: (0,2). Si todas las coordenadas están expresadas en metros:

a) ¿Qué valor debe tener la carga Q_3 para que una carga situada en el punto (0,1) no experimente ninguna fuerza neta?
b) En el caso anterior, ¿cuánto vale el potencial eléctrico resultante en el punto (0,1) debido a las cargas Q_1, Q_2 y Q_3?

Dato: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}

19. Dos cargas puntuales de +6 μC y –6μC están situadas en el eje X, en dos puntos A y B distantes entre sí 12 cm. Determine:

a) El vector campo eléctrico en el punto P de la línea AB, si AP = 4 cm y PB = 8 cm.
b) El potencial eléctrico en el punto C perteneciente a la mediatriz del segmento AB y distante 8 cm de dicho segmento.

Dato: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}

20. Un electrón, con velocidad inicial $3\text{x}10^5$ m/s dirigida en el sentido positivo del eje X, penetra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme y constante de valor $6\text{x}10^{-6}$ N/C dirigido en el sentido positivo del eje Y. Determine:

a) Las componentes cartesianas de la fuerza experimentada por el electrón.
b) La expresión de la velocidad del electrón en función del tiempo.
c) La energía cinética del electrón 1 segundo después de penetrar en el campo.
d) La variación de la energía potencial experimentada por el electrón al cabo de 1 segundo de penetrar en el campo.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
Masa del electrón: $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg.

21. Dos cargas eléctricas en reposo de valores $q_1 = 2$ μC y $q_2 = -2$ μC, están situadas en los puntos (0,2) y (0,–2) respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:

a) El campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en el punto A de coordenadas (3,0).
b) El potencial en el citado punto A y el trabajo necesario para llevar una carga de 3 μC desde dicho punto hasta el origen de coordenadas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}.

22. Dos cargas eléctricas negativas e iguales de valor $3 \cdot 10^{-6}$ C están situadas en los puntos A (0,2) y B (0,–2) del plano XY. Otras dos cargas iguales Q están localizadas en los puntos C (4,2) y D (4,–2). Sabiendo que el campo eléctrico en el origen de coordenadas es $\vec{E} = 4 \cdot 10^3 \vec{i} \;\; N/C$, siendo $\vec{i}$ el vector unitario en el sentido positivo del eje X, y que todas las coordenadas están expresadas en metros, determine:

a) El valor numérico y el signo de las cargas Q.
b) El potencial eléctrico en el origen de coordenadas debido a esta configuración de cargas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}

23. Una carga puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es V = –120 V y el campo eléctrico es **E** = –80 **i** N/C, siendo **i** el vector unitario en el sentido positivo del eje X. Si las coordenadas están dadas en metros, calcule:

a) La posición del punto A y el valor de Q.
b) El trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
Constante de la ley de Coulomb en el vacío $K = 9.10^{9}$ N.m^{2}.C^{-2}

24. Una carga positiva de 2 μC se encuentra situada inmóvil en el origen de coordenadas. Un protón moviéndose por el semieje positivo de las X se dirige hacia el origen de coordenadas. Cuando el protón se encuentra en el punto A, a una distancia del origen de x =10 m, lleva una velocidad de 1000 m/s. Calcule:

a) El campo eléctrico que crea la carga situada en el origen de coordenadas en el punto A.
b) El potencial y la energía potencial del protón en el punto A.
c) La energía cinética del protón en el punto A.
d) El cambio de momento lineal experimentado por el protón desde que parte de A y por efecto de la repulsión vuelve al mismo punto A.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9.10^{9}$ N.m^{2}.C^{-2}
Masa del protón $m_p = 1{,}672.10^{-27}$ kg. Carga del protón $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

(Junio 2007, Septiembre 2007, Modelo 2008)

25. Dos partículas con cargas de +1 μC y de –1 μC están situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (–1,0) y (1,0) respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

a) El campo eléctrico en el punto (0,3).
b) El potencial eléctrico en los puntos del eje Y.
c) El campo eléctrico en el punto (3,0).
d) El potencial eléctrico en el punto (3,0).

Dato: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^{9}$ N.m^{2}.C^{-2}

26. Se disponen dos cargas eléctricas sobre el eje X: una de valor Q_1 en la posición (1,0), y otra de valor Q_2 en (–1,0). Sabiendo que todas las distancias están expresadas en metros, determine en los dos casos siguientes:

a) Los valores de las cargas Q_1 y Q_2 para que el campo eléctrico en el punto (0,1) sea el vector **E** = 2x10^{5} **j** N/C, siendo **j** el vector unitario en el sentido positivo del eje Y.
b) La relación entre las cargas Q_1 y Q_2 para que el potencial eléctrico en el punto (2,0) sea cero.

Datos: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^{9}$ N.m^{2}.C^{-2}

27. a) Enuncie el teorema de Gauss y escriba su expresión matemática. b) Utilice dicho teorema para deducir la expresión matemática del campo eléctrico en un punto del espacio debido a una carga puntual.

28. a) Enuncie el teorema de Gauss y escriba su expresión matemática. b) Tenemos cinco cargas eléctricas situadas en cinco puntos cuyas coordenadas se indican a continuación:

Carga	–5 μC	+2 μC	+3 μC	–4 μC	+6 μC
Coordenadas (m)	(0,0)	(0,1)	(2,0)	(1,1)	(1,2)

Calcula el flujo a través de una superficie esférica centrada en el origen y de radio 1,5 m. c) ¿Cuál es mayor, el número de líneas de fuerza que entran en la superficie o el número de líneas que salen?
Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}

29. En el plano x=0 existe una distribución superficial infinita de carga cuya densidad superficial de carga es $\sigma_1 = +10^{-6}$ C/m^2.

a) Empleando el teorema de Gauss determine el campo eléctrico generado por esta distribución de carga en los puntos del espacio de coordenadas (1,0,0) y (–1,0,0).

Una segunda distribución superficial infinita de carga de densidad superficial σ_2 se sitúa en el plano x = 3.

b) Empleando el teorema de Gauss determine el valor de σ_2 para que el campo eléctrico resultante de ambas distribuciones superficiales de carga en el punto (–2,0,0) sea $\vec{E} = +10^4\vec{\imath}\, N/C$.

Nota: Todas las coordenadas están expresadas en unidades del SI.
Dato: Permitividad del vacío: $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ N^{-1}m^{-2}C^2.

30. Se disponen tres cargas de 10 nC en tres de los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Determine en el centro del cuadrado:

a) El módulo, la dirección y el sentido del vector campo eléctrico.
b) El potencial eléctrico.

Dato: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}

31. Una carga de +10 nC se distribuye homogéneamente en la región que delimitan dos esferas concéntricas de radios r_1 =2 cm y r_2 = 4 cm. Utilizando el teorema de Gauss, calcule:

a) El módulo del campo eléctrico en un punto situado a 6 cm del centro de las esferas.
b) El módulo del campo eléctrico en un punto situado a 1 cm del centro de las esferas.

Dato: Permitividad del vacío: $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ N^{-1}m^{-2}C^2.

(Junio 2008, Septiembre 2008, Modelo 2009)

32. Dos cargas fijas Q_1 = +12,5 nC y Q_2 = –2,7 nC se encuentran situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (2,0) y (–2,0) respectivamente. Si todas las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

a) El potencial eléctrico que crean estas cargas en el punto A (–2,3).
b) El campo eléctrico creado por Q_1 y Q_2 en el punto A.
c) El trabajo necesario para trasladar un ion de carga negativa igual a *–2e* del punto A al punto B, siendo B (2,3), indicando si es a favor o en contra del campo.
d) La aceleración que experimenta el ion cuando se encuentra en el punto A.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C.
Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}. Masa del ion: $M = 3{,}15\cdot 10^{-26}$ kg.

33. Dos cargas puntuales de –3 μC y +3 μC se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (–1,0) y (1,0) respectivamente. Determine el vector campo eléctrico:

a) En el punto de coordenadas (10,0).
b) En el punto de coordenadas (0,10).

Nota: Todas las coordenadas están expresadas en metros.
Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}.

34. Una superficie esférica de radio R tiene una carga eléctrica Q distribuida uniformemente en ella.

a) Deduzca la expresión del módulo del vector campo eléctrico en un punto situado en el exterior a dicha superficie haciendo uso del teorema de Gauss.
b) ¿Cuál es la razón entre los módulos de los vectores campo eléctrico en dos puntos situados a las distancias del centro de la esfera $r_1 = 2$ R y $r_2 = 3$ R?

(2010 junio y septiembre)

35. a) Enuncie y exprese matemáticamente el teorema de Gauss.

b) Deduzca la expresión del módulo del campo eléctrico creado por una lámina plana, infinita, uniformemente cargada con una densidad superficial de carga σ.

36. Tres cargas puntuales de valores $q_1 = +3$ nC, $q_2 = -5$ nC y $q_3 = +4$ nC están situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas (0,3), (4,3) y (4,0) del plano XY. Si las coordenadas están expresadas en metros, determine:

a) La intensidad de campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas.
b) El potencial eléctrico en el origen de coordenadas.
c) La fuerza ejercida sobre una carga q = 1 nC que se sitúa en el origen de coordenadas.
d) La energía potencial electrostática del sistema formado por las tres cargas q_1, q_2 y q_3.

Dato: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}

37. Dos cargas puntuales iguales, de valor $2x10^{-6}$ C, están situadas respectivamente en los puntos (0,8) y (6,0). Si las coordenadas están expresadas en metros, determine:

a) La intensidad del campo eléctrico en el origen de coordenadas (0,0).
b) El trabajo que es necesario realizar, para llevar una carga $q = 3x10^{-6}$ C desde el punto P (3,4), punto medio del segmento que une ambas cargas, hasta el origen de coordenadas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb: $K = 9.10^9$ N.m^2.C^{-2}.

(Junio 2011, Septiembre 2011, Modelo 2011-2012)

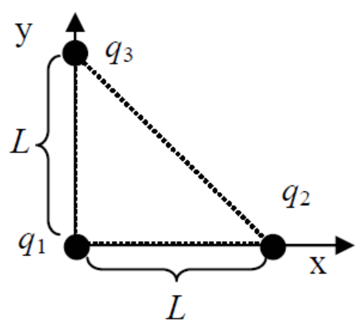
38. Considérese un conductor esférico de radio R = 10 cm, cargado con una carga q = 5 nC.

a) Calcule el campo electrostático creado en los puntos situados a una distancia del centro de la esfera de 5 y 15 cm.
b) ¿A qué potencial se encuentran los puntos situados a 10 cm del centro de la esfera?
c) ¿Y los situados a 15 cm del centro de la esfera?
d) ¿Qué trabajo es necesario realizar para traer una carga de 2 nC desde el infinito a una distancia de 10 cm del centro de la esfera?

Datos: Constante de Coulomb $K = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9\cdot10^9$ N.m^2.C^{-2}.

39. Se disponen tres cargas eléctricas puntuales en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos tienen una longitud L como indica la figura ($L = 1{,}2$ m, $q_1 = q_2 = 5$ nC, $q_3 = -5$ nC).

a) Calcule la fuerza total, $\vec{F}$, ejercida por las cargas q_1 y q_2 sobre la carga q_3, y dibuje el diagrama de fuerzas de la carga q_3.
b) ¿Cuál sería el trabajo necesario para llevar la carga q_3 desde su posición actual al punto P de coordenadas $x = 1{,}2$ m, $y = 1{,}2$ m?



Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

40. En el punto de coordenadas (0, 3) se encuentra situada una carga, $q_1 = 7{,}11 \cdot 10^{-9}$ C y en el punto de coordenadas (4, 0) se encuentra situada otra carga, $q_2 = 3{,}0 \cdot 10^{-9}$ C. Las coordenadas están expresadas en metros.

a) Calcule la expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).
b) Calcule el valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).
c) Indique el valor y el signo de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.
d) Indique el valor y el signo de la carga q_4 que hay que situar en el origen de coordenadas para que la intensidad del campo en el punto de coordenadas (4, 3) sea 0.

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K= 9 \cdot 10^9$ $N.m^2.C^{-2}$.

Aclaración: No es necesario, pero si se desea que en el punto (4, 3) el campo eléctrico en el apartado d) sea un cero exacto, hay que considerar el valor de q_1 como un número periódico, $q_1 = (64/9) \cdot 10^{-9}$ C.

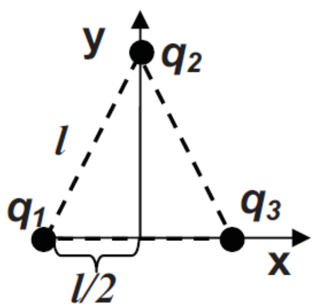
41. En una región del espacio, el flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada es cero.

a) ¿Se puede afirmar que el campo eléctrico es cero en todos los puntos de la superficie? Razone la respuesta.
b) Si se disponen dos cargas puntuales, una de +2μC colocada en el punto (-1, 0) cm y la otra de -8 μC en el punto (1, 0) cm, determine el flujo de campo eléctrico que atraviesa una esfera de radio 2 cm centrada en el origen de coordenadas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9.10^9$ $N.m^2.C^{-2}$.

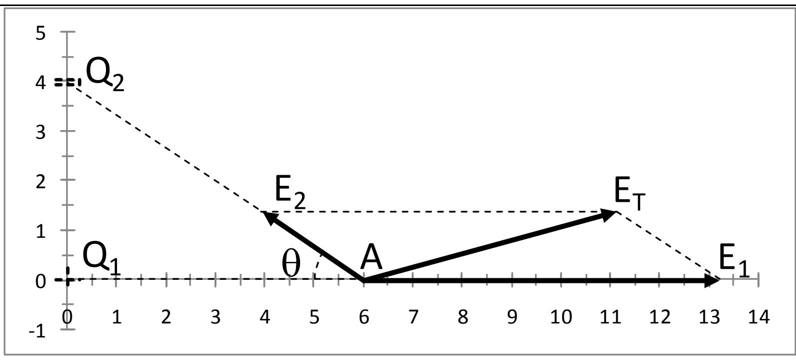
42. Se tienen tres cargas eléctricas situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado l=0,25 m tal y como se muestra en la figura. Si q_1=q_2=5 nC y q_3= -5 nC.

a) Dibuje el diagrama de fuerzas de la carga q_3 debido a la presencia de q_1 y q_2, y calcule el vector fuerza resultante que experimenta q_3.
b) Calcule el trabajo necesario para llevar la carga q_3 desde el punto donde se encuentra a una distancia muy grande (considere que la distancia es infinita).



Dato: Constante de la ley de Coulomb $K= 9.10^9$ $N.m^2.C^{-2}$.

2.



a) $\overrightarrow{r_{1A}} = (6 \quad 0)\vec{\imath} + (0 \quad 0)\vec{\jmath} = 6\vec{\imath}\,; \quad r_{1A} = 6$

$$\overrightarrow{E_{1A}} = k\frac{Q_1}{{r_{1A}}^2}\frac{\overrightarrow{r_{1A}}}{r_{1A}} = 9\cdot 10^9\frac{4\cdot 10^{-6}}{6^2}\cdot\frac{6\vec{\imath}}{6} = 1000\,\vec{\imath}$$

$$\overrightarrow{r_{2A}} = (6 \quad 0)\vec{\imath} + (0 \quad 4)\vec{\jmath} = 6\vec{\imath} \quad 4\vec{\jmath}\,; \quad r_{2A} = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52}$$

$$\overrightarrow{E_{2A}} = k\frac{Q_2}{{r_{2A}}^2}\frac{\overrightarrow{r_{2A}}}{r_{2A}} = 9\cdot 10^9\frac{(-2\cdot 10^{-6})}{52}\cdot\frac{(6\vec{\imath}-4\vec{\jmath})}{\sqrt{52}} = \quad 288\vec{\imath} + 192\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1A}} + \overrightarrow{E_{2A}} = 712\vec{\imath} + 192\vec{\jmath}\ \ N/C$$

b)

$$V_A = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{4\cdot 10^{-6}}{6} + \frac{(-2\cdot 10^{-6})}{\sqrt{52}}\right) = 3500\ V$$

c)

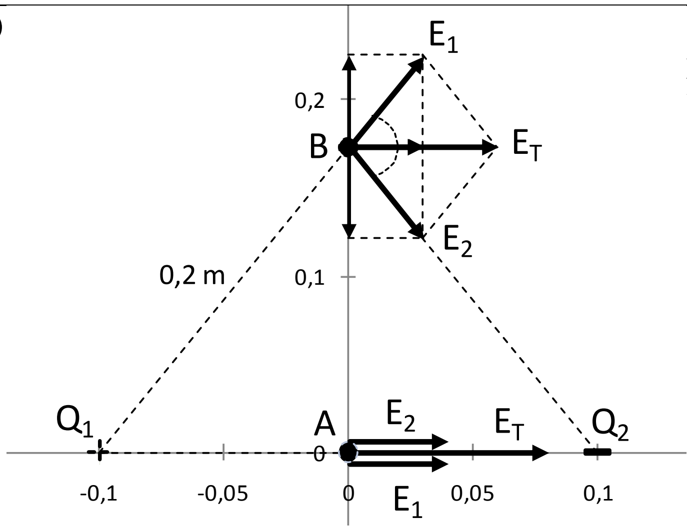
$$V_B = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{4\cdot 10^{-6}}{8} + \frac{(-2\cdot 10^{-6})}{\sqrt{8^2+4^2}}\right) = 2488\ V$$

$$\Delta V = V_B \quad V_A = \quad 1012\ V$$

d)

$$W = \quad q\Delta V = \quad 3\cdot 10^{-6}(-1012) = 3{,}036\cdot 10^{-3}\ J$$

5. a)



Situamos las cargas Q_1 y Q_2 en los puntos (–0,1;0) y (0,1;0) respectivamente. El punto equidistante será A (0,0)

$$\overrightarrow{r_{1A}} = (0+0{,}1)\vec{\imath} + (0 \quad 0)\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{1A}} = 0{,}1\vec{\imath}\,; \quad r_{1A} = 0{,}1$$

$$\overrightarrow{E_{1A}} = k\frac{Q_1}{{r_{1A}}^2}\frac{\overrightarrow{r_{1A}}}{r_{1A}} =$$

$$\overrightarrow{E_{1A}} = 9\cdot 10^9\frac{3\cdot 10^{-6}}{0{,}1^2}\cdot\frac{0{,}1\vec{\imath}}{0{,}1}$$

$$\overrightarrow{E_{1A}} = 2{,}7\cdot 10^6\,\vec{\imath}$$

$$\overrightarrow{r_{2A}} = (0 \quad 0{,}1)\vec{\imath} + (0 \quad 0)\vec{\jmath} = \quad 0{,}1\vec{\imath}\,; \quad r_{2A} = 0{,}1$$

$$\overrightarrow{E_{2A}} = k\frac{Q_2}{{r_{2A}}^2}\frac{\overrightarrow{r_{2A}}}{r_{2A}} = 9\cdot 10^9\frac{(-3\cdot 10^{-6})}{0{,}1^2}\cdot\frac{(-0{,}1\vec{\imath})}{0{,}1} = 2{,}7\cdot 10^6\,\vec{\imath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1A}} + \overrightarrow{E_{2A}} = 5{,}4\cdot 10^6\,\vec{\imath}\ \ N/C$$

$$V_A = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{3\cdot 10^{-6}}{0{,}1} + \frac{(-3\cdot 10^{-6})}{0{,}1}\right) = 0$$

b) Primero hallamos la coordenada y del punto B. Si nos fijamos en el triángulo rectángulo Q_1AB, aplicando el teorema de Pitágoras:

$$y_B = \sqrt{0{,}2^2 \quad 0{,}1^2} = 0{,}1732\,; \qquad x_B = 0$$

$$\overrightarrow{r_{1B}} = (0 + 0{,}1)\vec{\imath} + (0{,}1732 \quad 0)\vec{\jmath} = 0{,}1\vec{\imath} + 0{,}1732\vec{\jmath}\,;$$

$$r_{1B} = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}1732^2} = 0{,}2$$

$$\overrightarrow{E_{1B}} = k\frac{q_1}{r_{1B}{}^2}\cdot\frac{\overrightarrow{r_{1B}}}{r_{1B}} = 9\cdot 10^9\frac{3\cdot 10^{-6}}{0{,}2^2}\cdot\frac{0{,}1\vec{\imath} + 0{,}1732\vec{\jmath}}{0{,}2} = 337500\,\vec{\imath} + 584550\,\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{2B}} = (0 \quad 0{,}1)\vec{\imath} + (0{,}1732 \quad 0)\vec{\jmath} = \quad 0{,}1\vec{\imath} + 0{,}1732\vec{\jmath}\,; \quad r_{1B} = 0{,}2$$

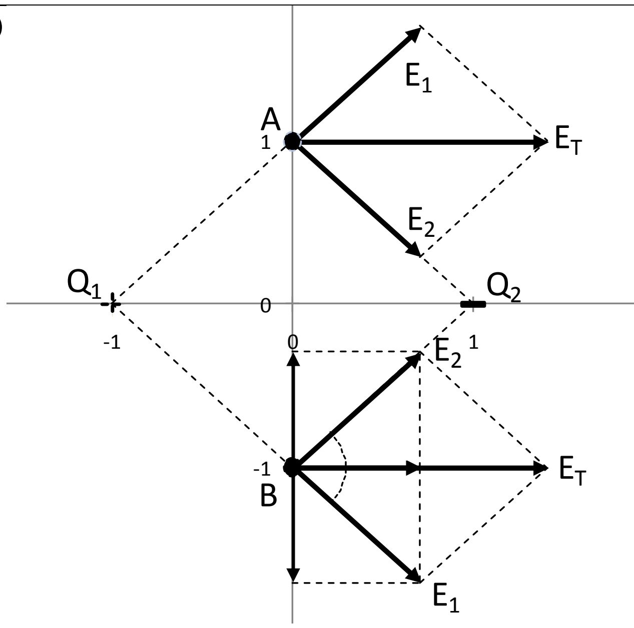
$$\overrightarrow{E_{2B}} = k\frac{q_2}{r_{2B}{}^2}\cdot\frac{\overrightarrow{r_{2B}}}{r_{2B}} = 9\cdot 10^9\frac{(-3\cdot 10^{-6})}{0{,}2^2}\cdot\frac{(-0{,}1\vec{\imath} + 0{,}1732\vec{\jmath})}{0{,}2}$$

$$= 337.500\,\vec{\imath} \quad 584.550\,\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1B}} + \overrightarrow{E_{2B}} = 675.000\,\vec{\imath}\ N/C$$

$$V_B = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{3\cdot 10^{-6}}{0{,}2} + \frac{(-3\cdot 10^{-6})}{0{,}2}\right) = 0$$

8. a)



En el punto A (0,1):

$$\overrightarrow{r_{1A}} = (0 + 1)\vec{\imath} + (1 \quad 0)\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{1A}} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}; \quad r_{1A} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{E_{1A}} = k\frac{Q_1}{r_{1A}{}^2}\frac{\overrightarrow{r_{1A}}}{r_{1A}} =$$

$$\overrightarrow{E_{1A}} = 9\cdot 10^9\frac{10^{-9}}{2}\cdot\frac{\vec{\imath} + \vec{\jmath}}{\sqrt{2}}$$

$$\overrightarrow{E_{1A}} = 3{,}182\,\vec{\imath} + 3{,}182\,\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{2A}} = (0 \quad 1)\vec{\imath} + (1 \quad 0)\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{2A}} = \quad \vec{\imath} + \vec{\jmath}; \quad r_{2A} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{E_{2A}} = k\frac{Q_2}{r_{2A}{}^2}\frac{\overrightarrow{r_{2A}}}{r_{2A}} =$$

$$\overrightarrow{E_{2A}} = 9\cdot 10^9\frac{(-10^{-9})}{2}\cdot\frac{(-\vec{\imath} + \vec{\jmath})}{\sqrt{2}}$$

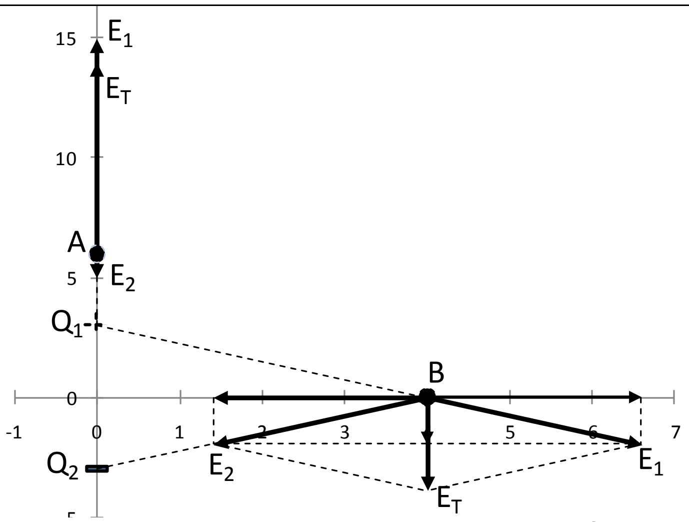
$$\overrightarrow{E_{2A}} = 3{,}182\,\vec{\imath} \quad 3{,}182\,\vec{\jmath}\,; \qquad \overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1A}} + \overrightarrow{E_{2A}} = 6{,}364\,\vec{\imath}\ N/C$$

$$V_A = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{10^{-9}}{\sqrt{2}} + \frac{(-10^{-9})}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

En el punto B, el campo sería el mismo, tal como se ve en la figura, y el potencial también seria 0.

b) $W = \quad q\Delta V = 0$. El trabajo conservativo no depende de la trayectoria, sólo depende de los potenciales inicial y final, y como ambos son nulos el trabajo es cero.

10. a)



En el punto A (0,6):

$$\overrightarrow{r_{1A}} = (0-0)\vec{\imath} + (6\quad 3)\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{r_{1A}} = 3\vec{\jmath};\quad r_{1A} = 3$$
$$\overrightarrow{E_{1A}} = k\frac{Q_1}{{r_{1A}}^2}\frac{\overrightarrow{r_{1A}}}{r_{1A}} =$$
$$\overrightarrow{E_{1A}} = 9\cdot 10^9\frac{2\cdot 10^{-3}}{3^2}\cdot\frac{3\vec{\jmath}}{3}$$
$$\overrightarrow{E_{1A}} = 2\cdot 10^6\,\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{2A}} = (0\quad 0)\vec{\imath} + (6+3)\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{r_{2A}} = 9\vec{\jmath};\quad r_{2A} = 9$$
$$\overrightarrow{E_{2A}} = k\frac{Q_2}{{r_{2A}}^2}\frac{\overrightarrow{r_{2A}}}{r_{2A}}$$
$$\overrightarrow{E_{2A}} = 9\cdot 10^9\frac{(-2\cdot 10^{-3})}{9^2}\cdot\frac{9\vec{\jmath}}{9} = \quad 2{,}22\cdot 10^5\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1A}} + \overrightarrow{E_{2A}} = 1{,}78\cdot 10^6\,\vec{\jmath}\,N/C$$

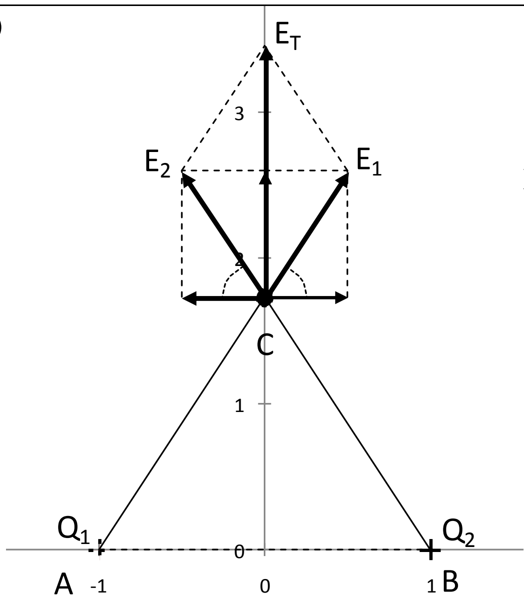
En el punto B (4,0):

$$\overrightarrow{r_{1B}} = (4-0)\vec{\imath} + (0\quad 3)\vec{\jmath} = 4\vec{\imath}\quad 3\vec{\jmath}\,;\quad r_{1B} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$$
$$\overrightarrow{E_{1B}} = k\frac{q_1}{{r_{1B}}^2}\cdot\frac{\overrightarrow{r_{1B}}}{r_{1B}} = 9\cdot 10^9\frac{2\cdot 10^{-3}}{5^2}\cdot\frac{4\vec{\imath}\quad 3\vec{\jmath}}{5} = 576.000\,\vec{\imath}\quad 432.000\,\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{r_{2B}} = (4\quad 0)\vec{\imath} + (0+3)\vec{\jmath} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\,;\quad r_{2B} = 5$$
$$\overrightarrow{E_{2B}} = k\frac{q_2}{{r_{2B}}^2}\cdot\frac{\overrightarrow{r_{2B}}}{r_{2B}} = 9\cdot 10^9\frac{(-2\cdot 10^{-3})}{5^2}\cdot\frac{4\vec{\imath}+3\vec{\jmath}}{5} = \quad 576.000\,\vec{\imath}\quad 432.000\,\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1B}} + \overrightarrow{E_{2B}} = \quad 864.000\,\vec{\jmath}\ N/C$$

b)

$$V_A = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{2\cdot 10^{-3}}{3} + \frac{(-2\cdot 10^{-3})}{9}\right) = 4\cdot 10^6\,V$$
$$V_B = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{2\cdot 10^{-3}}{5} + \frac{(-2\cdot 10^{-3})}{5}\right) = 0$$
$$W = \quad q\Delta V = \quad 1{,}6\cdot 10^{-19}(0\quad 4\cdot 10^6) = 6{,}4\cdot 10^{-13}\,J$$

11. a)



Situamos las cargas Q_1 y Q_2 en los puntos A (–0,1; 0) y B (0,1; 0) respectivamente.
Hallamos la coordenada y del punto C. Si nos fijamos en el triángulo rectángulo formado por A, el origen y C y aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$y_C = \sqrt{2^2 \quad 1^2} = \sqrt{3}\,; \qquad x_C = 0$$

$$\overrightarrow{r_{1C}} = (0+1)\vec{\imath} + \left(\sqrt{3} \quad 0\right)\vec{\jmath} = \vec{\imath} + \sqrt{3}\vec{\jmath}$$

$$r_{1C} = \sqrt{1^2+3} = 2$$

$$\overrightarrow{E_{1C}} = k\frac{q_1}{{r_{1C}}^2}\cdot\frac{\overrightarrow{r_{1C}}}{r_{1C}}$$

$$\overrightarrow{E_{1C}} = 9\cdot 10^9\frac{2\cdot 10^{-3}}{2^2}\cdot\frac{\vec{\imath}+\sqrt{3}\vec{\jmath}}{2}$$

$$\overrightarrow{E_{1C}} = 2{,}25\cdot 10^6\,\vec{\imath} + 3{,}897\cdot 10^6\,\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{2C}} = (0 \quad 1)\vec{\imath} + \left(\sqrt{3} \quad 0\right)\vec{\jmath} = \quad \vec{\imath} + \sqrt{3}\vec{\jmath}\,; \quad r_{2C} = 2$$

$$\overrightarrow{E_{2C}} = k\frac{q_2}{{r_{2C}}^2}\cdot\frac{\overrightarrow{r_{2C}}}{r_{2C}} = 9\cdot 10^9\frac{2\cdot 10^{-3}}{2^2}\cdot\frac{\quad\vec{\imath}+\sqrt{3}\vec{\jmath}}{2} = \quad 2{,}25\cdot 10^6\,\vec{\imath} + 3{,}897\cdot 10^6\,\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1C}} + \overrightarrow{E_{2C}} = 7{,}79\cdot 10^6\,\vec{\jmath}\;N/C$$

b)

$$V_A = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{2\cdot 10^{-3}}{2} + \frac{2\cdot 10^{-3}}{2}\right) = 1{,}8\cdot 10^7\;V$$

c)

$$V_\infty = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{2\cdot 10^{-3}}{\infty} + \frac{2\cdot 10^{-3}}{\infty}\right) = 0$$

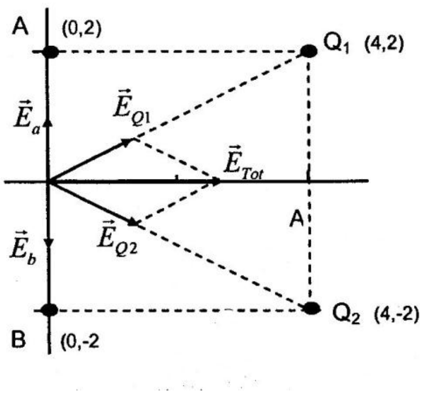
$$W = \quad q\Delta V = \quad 5\cdot 10^{-3}(1{,}8\cdot 10^7 \quad 0) = \quad 9\cdot 10^4\;J$$

d)

$$V_A = \sum K\frac{q_i}{r_i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{2\cdot 10^{-3}}{2} + \frac{\quad 2\cdot 10^{-3}}{2}\right) = 0$$

$$\Delta V = 0 \Longrightarrow W = 0$$

22. a)



Si $\vec{E} = 4000\vec{\imath}$, las cargas Q han de ser negativas.
Los campos que crean A y B se anulan porque son iguales y de sentido contrario.
Las componentes según el eje Y de los campos creados por Q_1 y Q_2 se anulan entre sí, sólo quedan las componentes X, que también son iguales:

$$\overrightarrow{E_T} = \left(E_{Q1x} + E_{Q2x}\right)\vec{\imath} = 2E_{Q1x}\vec{\imath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = 2K\frac{|Q|}{d^2}\cos\theta\,\vec{\imath}$$

$$4000\vec{\imath} = 2\cdot 9\cdot 10^9\frac{|Q|}{4^2+2^2}\cdot\frac{4}{\sqrt{4^2+2^2}}\vec{\imath}\,; \quad |Q| = \frac{4000\cdot 20\cdot\sqrt{20}}{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 4}$$
$$= 4{,}969\cdot 10^{-6}$$

Q $=-4{,}969\cdot 10^{-6}\;C$

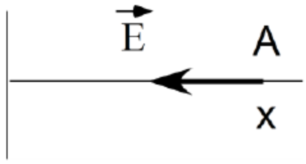
b)

$$V = \sum K\frac{q_i}{r_i} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \left(\frac{-3 \cdot 10^{-6}}{2} + \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{2} + \frac{-4{,}969 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{20}} \frac{-4{,}969 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{20}} \right)$$
$$= -47000\,V$$

---

23. a)



Si V<0 la carga es negativa.

$$\frac{|V|}{|\vec{E}|} = \frac{k\frac{|Q|}{x}}{k\frac{|Q|}{x^2}} = x\,; \qquad x = \frac{120}{80} = 1{,}5\,m$$

Sustituimos x en V:

$$-120 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q}{1{,}5}\,; \quad Q = -2 \cdot 10^{-8}\,C$$

b)
$$V_B = k\frac{Q}{\;} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-2 \cdot 10^{-8})}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = -63{,}6\,V\,; \qquad V_A = -120\,V$$

$$W = -q\Delta V = -(-e)(V_A - V_B) = 1{,}6 \cdot 10^{-19}(-120 + 63{,}6) = -9{,}02 \cdot 10^{-18}\,J$$

El trabajo es en contra del campo.

---

24. a)
$$E = k\frac{Q}{{}_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{10^2} = 180\,N/C$$

b)
$$V = k\frac{Q}{\;} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{10} = 1800\,V$$

$E_p = qV = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1800 = 2{,}88 \cdot 10^{-16}$ J

c) $E_c = \frac{1}{2}\, mv^2 = \frac{1}{2}\, 1{,}672 \cdot 10^{-27} \cdot 1000^2 = 8{,}36 \cdot 10^{-22}$ J

d) Cuando el protón vuelva al punto A tendrá la misma energía cinética que al principio, porque la energía mecánica se conserva, y por tanto su velocidad será la misma pero de sentido contrario.

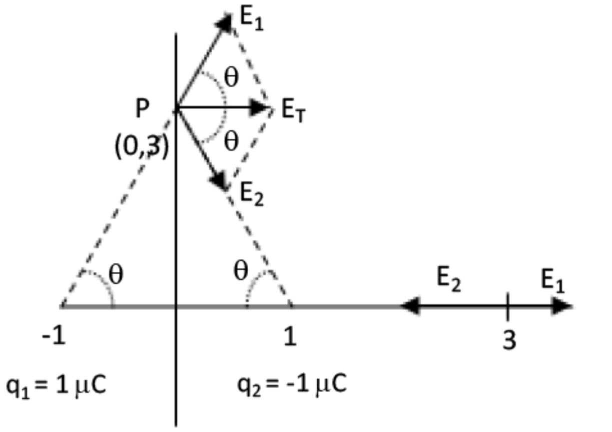
$\overrightarrow{p_0} = m\overrightarrow{v_0} = 1{,}672.10^{-27} \cdot (-1000)\,\vec{\imath} = -1{,}672 \cdot 10^{-24}\,\vec{\imath}$

$\overrightarrow{p_f} = m\overrightarrow{v_f} = 1{,}672 \cdot 1000\,\vec{\imath} = 1{,}672 \cdot 10^{-24}\,\vec{\imath}$

$\overrightarrow{\Delta p} = \overrightarrow{p_f} - \overrightarrow{p_0} = 3{,}334 \cdot 10^{-24}\,\vec{\imath}$ Kg·m/s

---

25. a)



$$E_1 = k\frac{q_1}{{}_1{}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{1^2 + 3^2}$$
$$E_1 = 900\;\;N/C = E_2$$
$$sen\,\theta = \frac{3}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$
$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$
$$\overrightarrow{E_1} = 900\cos\theta\,\vec{\imath} + 900\,sen\,\theta\,\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{E_2} = 900\cos\theta\,\vec{\imath} - 900\,sen\,\theta\,\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = 2 \cdot 900\cos\theta\,\vec{\imath} = 2 \cdot 900\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{\imath} = 569\,\vec{\imath}\;\,N/C$$

También se puede resolver utilizando los vectores

$$\overrightarrow{r_{1P}} = [0 - (-1)]\vec{\imath} + (3 - 0)\vec{\jmath} = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\,; \quad r_{1P} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\overrightarrow{E_{1P}} = k\frac{q_1}{{}_{1P}{}^2}\frac{\overrightarrow{r_{1P}}}{{}_{1P}} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{10} \cdot \frac{\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}}{\sqrt{10}} = 284{,}6\vec{\imath} + 853{,}8\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{2P}} = (0-1)\vec{\imath} + (3-0)\vec{\jmath} = -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\,; \quad r_{2P} = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\overrightarrow{E_{2P}} = k\frac{q_2}{_{2P}{}^2}\frac{\overrightarrow{r_{2P}}}{_{2P}} = 9\cdot 10^9\frac{(-10^{-6})}{10}\cdot\frac{\overrightarrow{(-\vec{\imath}+3\vec{\jmath})}}{\sqrt{10}} = 284{,}6\vec{\imath} - 853{,}8\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1P}} + \overrightarrow{E_{2P}} = 284{,}6\vec{\imath} + 853{,}8\vec{\jmath} + 284{,}6\vec{\imath} - 853{,}8\vec{\jmath} = 569\,\vec{\imath}\ N/C$$

b)

$$V = \sum K\frac{q_i}{i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{10^{-6}}{\sqrt{1^2+y^2}} + \frac{(-10^{-6})}{\sqrt{1^2+y^2}}\right) = 0$$

c)

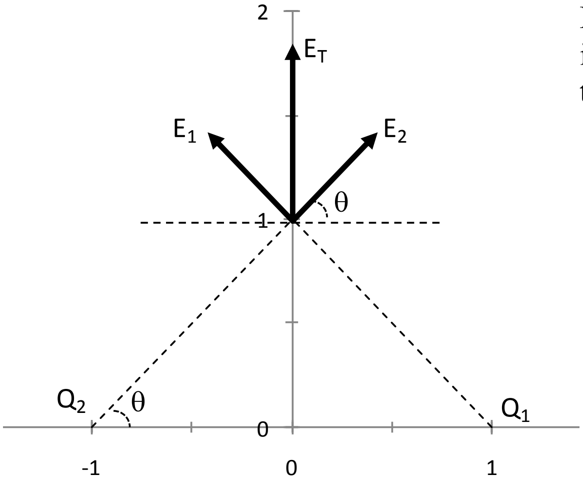
$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 9\cdot 10^9\frac{10^{-6}}{4^2}\vec{\imath} - 9\cdot 10^9\frac{10^{-6}}{2^2}\vec{\imath} = -1687{,}5\,\vec{\imath}\ N/C$$

d)

$$V = 9\cdot 10^9\frac{10^{-6}}{4} + 9\cdot 10^9\frac{(-10^{-6})}{2} = -2250\,V$$

---

26. a)



Las dos cargas han de ser positivas e iguales para que se anulen las componentes X.

$$E_2 = E_1 = k\frac{Q}{_2} = 9\cdot 10^{-9}\frac{Q}{1^2+1^2}$$
$$= 4{,}5\cdot 10^9 Q$$

$$sen\,\theta = \frac{1}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,; \quad \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\overrightarrow{E_1} = -E_1\cos\theta\,\vec{\imath} + E_1\,sen\,\theta\,\vec{\jmath}\,;$$
$$\overrightarrow{E_2} = E_2\cos\theta\,\vec{\imath} + E_2\,sen\,\theta\,\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = 2\cdot E_1\cos\theta\,\vec{\imath}\,; \qquad 2\cdot 10^5\vec{\jmath} = 2\cdot 4{,}5\cdot 10^9 Q\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}$$

$$Q_1 = Q_2 = 3{,}14\cdot 10^{-5}\,C$$

También se puede resolver utilizando los vectores $\vec{}$

$$\overrightarrow{r_{1P}} = (0-1)\vec{\imath} + (1-0)\vec{\jmath} = -\vec{\imath} + \vec{\jmath}\,; \quad r_{1P} = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{E_{1P}} = k\frac{Q_1}{_{1P}{}^2}\frac{\overrightarrow{r_{1P}}}{_{1P}} = 9\cdot 10^9\frac{Q_1}{2}\cdot\frac{(-\vec{\imath}+\vec{\jmath})}{\sqrt{2}} = -3{,}182\cdot 10^9 Q_1\vec{\imath} + 3{,}182\cdot 10^9 Q_1\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{2P}} = [0-(-1)]\vec{\imath} + (1-0)\vec{\jmath} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}\,; \quad r_{2P} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{E_{2P}} = k\frac{Q_2}{_{2P}{}^2}\frac{\overrightarrow{r_{2P}}}{_{2P}} = 9\cdot 10^9\frac{Q_2}{2}\cdot\frac{(\vec{\imath}+\vec{\jmath})}{\sqrt{2}} = 3{,}182\cdot 10^9 Q_2\vec{\imath} + 3{,}182\cdot 10^9 Q_2\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = 2\cdot 10^5\vec{\jmath} = \overrightarrow{E_{1P}} + \overrightarrow{E_{2P}} = 3{,}182\cdot 10^9(Q_2 - Q_1)\vec{\imath} + 3{,}182\cdot 10^9(Q_1 + Q_2)\vec{\jmath}$$

$$3{,}182\cdot 10^9(Q_2 - Q_1) = 0; \quad Q_2 = Q_1$$

$$3{,}182\cdot 10^9(Q_1 + Q_1) = 2\cdot 10^5\,; \quad Q_1 = \frac{2\cdot 10^5}{3{,}182\cdot 10^9\cdot 2} = 3{,}14\cdot 10^{-5}\,C$$

b)

$$V = \sum K\frac{q_i}{i}\,; \qquad 0 = 9\cdot 10^9\frac{Q_1}{1} + 9\cdot 10^9\frac{Q_2}{3}; \quad \frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{1}{3}$$

28. a) El flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga total encerrada por la superficie. $\Phi_n = Q_{interior}/\varepsilon_0$

b) Las cargas encerradas por la superficie serán aquellas que estén situadas a una distancia menor que 1,5 m: $Q_{interior} = -5 + 2 - 4 = -7$ μC y el flujo será:

$\Phi_n = Q_{interior}/\varepsilon_0 = Q_{interior}/(1/4\pi K) = -7\cdot10^{-6}\cdot4\pi\cdot9.10^{9} = -7{,}92\cdot10^{5}$ N.m^2.C^{-1}

c) Como el flujo es negativo, es mayor el número de líneas que entran que el de las que salen.

---

29. a) Elegimos como superficie gausiana un cilindro cuyo eje sea perpendicular al plano x=0 y cuyas bases (de superficie S) contengan a los puntos (1,0,0) y (–1,0,0). El flujo neto a través del cilindro será:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = \oiint_S E\cdot dS = E\oiint_S dS = E\cdot 2S$$

Por otra parte el teorema de Gauss dice que el flujo es igual a la carga encerrada dividida por ε_0, como la carga encerrada es igual a $\sigma\cdot$S tenemos:

$$\Phi = E\cdot 2S = \frac{\sigma\cdot S}{\varepsilon_0};\ \ E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{10^{-6}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 56500\ N/C$$

b) El campo generado por el plano x=0 en (–2,0,0) será: $\overrightarrow{E_1} = -56500\,\vec{\imath}$

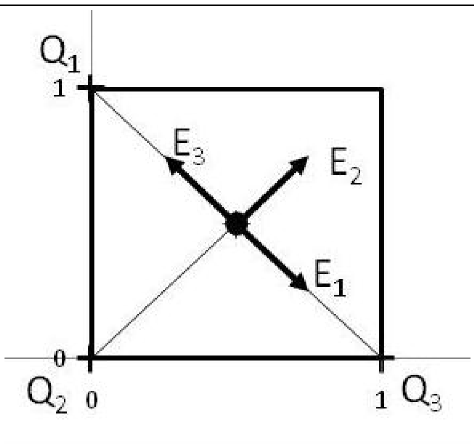
$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2};\quad 10^4\,\vec{\imath} = -56500\,\vec{\imath} + \overrightarrow{E_2};\quad \overrightarrow{E_2} = 66500\,\vec{\imath}$$

Para que $\overrightarrow{E_2}$ salga positivo, la densidad de carga ha de ser negativa:

$$\sigma_2 = -2\varepsilon_0 E_2 = -2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 66500 = -1{,}18\cdot 10^{-6}\ C/m^2$$

---

30 a)



Los campos debidos a Q_1 y Q_3 se anulan entre sí y el campo total será el debido a Q_2

$$E_2 = k\frac{q_2}{{}_2{}^2} = 9\cdot10^9\frac{10\cdot10^{-9}}{0{,}5^2+0{,}5^2}$$

$$E_T = E_2 = 180\ N/C$$

La dirección es la diagonal del cuadrado y el sentido alejándose de la segunda carga.

También se puede resolver utilizando los vectores $\vec{r}$ (el punto P es el centro del cuadrado y sus coordenadas son x=0,5; y=0,5)

$$\overrightarrow{r_{1P}} = (0{,}5-0)\vec{\imath} + (0{,}5-1)\vec{\jmath} = 0{,}5\vec{\imath} - 0{,}5\vec{\jmath};\quad r_{1P} = \sqrt{0{,}5^2+0{,}5^2} = \sqrt{0{,}5}$$

$$\overrightarrow{E_{1P}} = k\frac{q_1}{{}_{1P}{}^2}\frac{\overrightarrow{r_{1P}}}{{}_{1P}} = 9\cdot10^9\frac{10\cdot10^{-9}}{0{,}5}\cdot\frac{0{,}5\vec{\imath}-0{,}5\vec{\jmath}}{\sqrt{0{,}5}} = 127{,}3\vec{\imath} - 127{,}3\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{2P}} = (0{,}5-0)\vec{\imath} + (0{,}5-0)\vec{\jmath} = 0{,}5\vec{\imath} + 0{,}5\vec{\jmath};\quad r_{2P} = \sqrt{0{,}5^2+0{,}5^2} = \sqrt{0{,}5}$$

$$\overrightarrow{E_{2P}} = 9\cdot10^9\frac{10\cdot10^{-9}}{0{,}5}\cdot\frac{0{,}5\vec{\imath}+0{,}5\vec{\jmath}}{\sqrt{0{,}5}} = 127{,}3\vec{\imath} + 127{,}3\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_{3P}} = (0{,}5-1)\vec{\imath} + (0{,}5-0)\vec{\jmath} = -0{,}5\vec{\imath} + 0{,}5\vec{\jmath};\ r_{3P} = \sqrt{0{,}5^2+0{,}5^2} = \sqrt{0{,}5}$$

$$\overrightarrow{E_{3P}} = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-9}}{0{,}5} \cdot \frac{-0{,}5\vec{\imath} + 0{,}5\vec{\jmath}}{\sqrt{0{,}5}} = -127{,}3\vec{\imath} + 127{,}3\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1P}} + \overrightarrow{E_{2P}} + \overrightarrow{E_{3P}} = 127{,}3\vec{\imath} + 127{,}3\vec{\jmath}\ N/C$$

$$\left|\overrightarrow{E_T}\right| = \sqrt{127{,}3^2 + 127{,}3^2} = 180\ N/C$$

$$\theta = arctag\frac{127{,}3}{127{,}3} = 45º$$

b)

$$V = \sum_i K\frac{q_i}{i} = 3 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{0{,}5}} = 381{,}8\ V$$

---

31. a) Al ser una distribución de carga esférica el campo eléctrico debe ser radial (con sentido hacia fuera del centro) y sólo puede depender de la distancia al centro. Para calcular el campo eléctrico con la ley de Gauss tomamos como superficie gaussiana una superficie esférica de 6 cm de radio. Dado que la dirección del campo eléctrico es perpendicular a la superficie esférica y el módulo del campo es constante en toda la superficie, el flujo del campo eléctrico a través de esta superficie será:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \oiint_S E \cdot dS = E \oiint_S dS = E \cdot 4\pi R^2$$

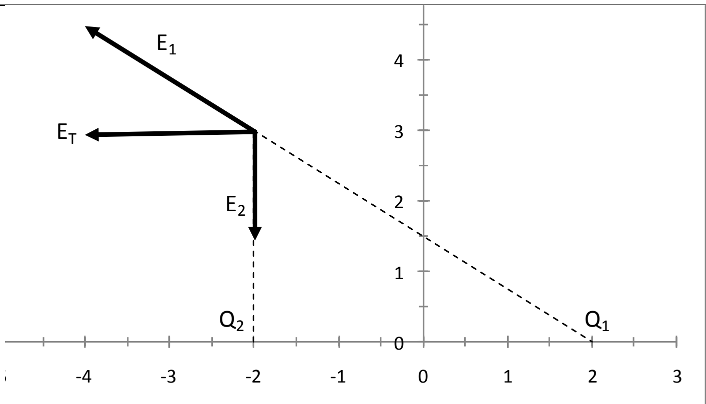
Por otra parte la ley de Gauss dice que el flujo es igual a la carga encerrada dividida por ε_0, como la carga encerrada es igual a la carga total (10 nC) tenemos:

$$\Phi = E \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0};\ E = \frac{Q}{4\pi R^2 \varepsilon_0} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{4\pi 0{,}06^2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 25.000\ N/C$$

b) El procedimiento es idéntico al del apartado anterior pero ahora la superficie gaussiana es una superficie esférica de 1 cm de radio, esta superficie no encierra ninguna carga y por tanto el flujo es nulo y el campo eléctrico también es nulo.

---

32. a)



$$\overrightarrow{r_{1A}} = (-2-2)\vec{\imath} + (3-0)\vec{\jmath} = -4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\,;\quad r_{1A} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$$

$$\overrightarrow{r_{2A}} = (-2+2)\vec{\imath} + (3-0)\vec{\jmath} = 3\vec{\jmath}\,;\quad r_{2A} = 3$$

$$V_A = \sum_i K\frac{q_i}{i} = 9 \cdot 10^9 \frac{12{,}5 \cdot 10^{-9}}{5} + 9 \cdot 10^9 \frac{(-2{,}7 \cdot 10^{-9})}{3} = 14{,}4\ V$$

b)

$$\overrightarrow{E_{1A}} = K\frac{q_1}{{}_{1A}^{\ 2}}\frac{\overrightarrow{r_{1A}}}{{}_{1A}} = 9 \cdot 10^9 \frac{12{,}5 \cdot 10^{-9}}{5^3}(-4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}) = -3{,}6\vec{\imath} + 2{,}7\vec{\jmath}$$

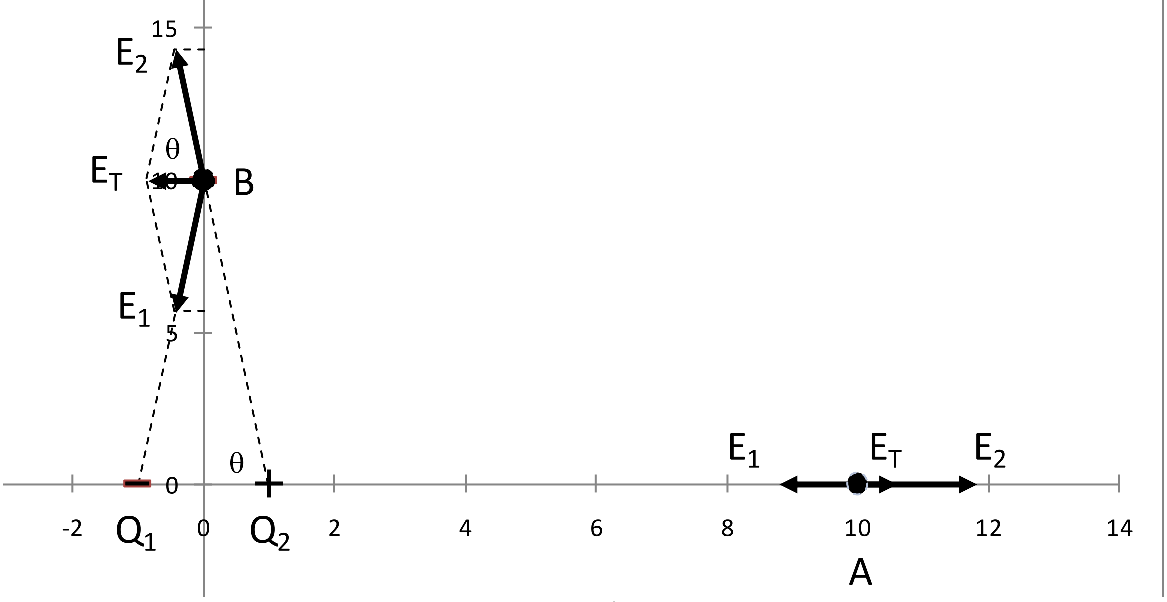
$$\overrightarrow{E_{2A}} = K\frac{q_2}{{}_{2A}^{\ 2}}\frac{\overrightarrow{r_{2A}}}{{}_{2A}} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-2{,}7 \cdot 10^{-9})}{3^3}(3\vec{\jmath}) = -2{,}7\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_A} = \overrightarrow{E_{1A}} + \overrightarrow{E_{2A}} = -3{,}6\,\vec{\imath}\; N/C$$

c)
$$\overrightarrow{r_{1B}} = (2-2)\vec{\imath} + (3-0)\vec{\jmath} = 3\vec{\jmath}\,; \quad r_{1A} = 3$$
$$\overrightarrow{r_{2B}} = (2+2)\vec{\imath} + (3-0)\vec{\jmath} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\,; \quad r_{2A} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$$
$$V_B = \sum_i K\frac{q_i}{i} = 9\cdot 10^9\,\frac{12{,}5\cdot 10^{-9}}{3} + 9\cdot 10^9\,\frac{(-2{,}7\cdot 10^{-9})}{5} = 32{,}64\,V$$
$$W = -q(V_B - V_A) = 2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(32{,}64 - 14{,}4) = 5{,}84\cdot 10^{-18}\,J$$
El trabajo es a favor del campo.

d) $\vec{F} = m\vec{a} = q\overrightarrow{E_A}\,; \qquad 3{,}15\cdot 10^{-26}\vec{a} = -2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(-3{,}6\,\vec{\imath}\,)$
$$\vec{a} = 3{,}66\cdot 10^{7}\,\vec{\imath}\;\; m/s^2$$

33.



a)
$$\mathrm{E_1} = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q_1}}{\mathrm{r_1}^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{3\cdot 10^{-6}}{11^2} = 223\;\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\,; \quad \overrightarrow{\mathrm{E_1}} = -223\,\vec{\imath}$$
$$\mathrm{E_2} = 9\cdot 10^9\,\frac{3\cdot 10^{-6}}{9^2} = 333\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\,; \quad \overrightarrow{\mathrm{E_2}} = 333\,\vec{\imath}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{E_T}} = -223\,\vec{\imath} + 333\,\vec{\imath} = 110\,\vec{\imath}\;\; \mathrm{N/C}$$
También se puede resolver utilizando los vectores $\vec{r}$
$\overrightarrow{\mathrm{r_{1A}}} = [10-(-1)]\vec{\imath} + (0-0)\vec{\jmath} = 11\,\vec{\imath}\,; \quad \mathrm{r_{1A}} = 11$
$$\overrightarrow{\mathrm{E_{1A}}} = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q_1}}{\mathrm{r_{1A}}^2}\frac{\overrightarrow{\mathrm{r_{1A}}}}{\mathrm{r_{1A}}} = 9\cdot 10^9\,\frac{(-3\cdot 10^{-6})}{11^2}\cdot\frac{11\,\vec{\imath}}{11} = -223\,\vec{\imath}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{r_{2A}}} = (10-1)\vec{\imath} + (0-0)\vec{\jmath} = 9\vec{\imath}\,; \quad \mathrm{r_{2A}} = 9$$
$$\overrightarrow{\mathrm{E_{2A}}} = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q_2}}{\mathrm{r_{2A}}^2}\frac{\overrightarrow{\mathrm{r_{2A}}}}{\mathrm{r_{2A}}} = 9\cdot 10^9\,\frac{3\cdot 10^{-6}}{9^2}\cdot\frac{9\vec{\imath}}{9} = 333\,\vec{\imath}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{E_T}} = \overrightarrow{\mathrm{E_{1A}}} + \overrightarrow{\mathrm{E_{2A}}} = 110\,\vec{\imath}\;\; \mathrm{N/C}$$

b)
$$\mathrm{E_1} = \mathrm{k}\frac{\mathrm{q_1}}{\mathrm{r_1}^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{(-3\cdot 10^{-6})}{1^2+10^2} = 267$$
$$\mathrm{E_1} = 267\;\; \mathrm{N/C} = \;\mathrm{E_2}$$
$$\mathrm{sen}\;\theta = \frac{10}{\sqrt{1^2+10^2}} = \frac{3}{\sqrt{101}}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{101}}$$
$$\overrightarrow{E_1} = -267\ \cos\theta\,\vec{\imath} - 267\ \text{sen}\,\theta\,\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{E_2} = -267\cos\theta\,\vec{\imath} + 267\ \text{sen}\,\theta\,\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{E_T} = -2\cdot 267\cos\theta\,\vec{\imath} = -2\cdot 267\frac{1}{\sqrt{101}}\vec{\imath} = 53{,}1\,\vec{\imath}\ \text{N/C}$$

También se puede resolver utilizando los vectores $\vec{r}$

$$\overrightarrow{r_{1B}} = [0-(-1)]\vec{\imath} + (10-0)\vec{\jmath} = \vec{\imath} + 10\vec{\jmath}\,;\quad r_{1B} = \sqrt{1^2+10^2} = \sqrt{101}$$
$$\overrightarrow{E_{1B}} = k\frac{q_1}{{r_{1B}}^2}\frac{\overrightarrow{r_{1B}}}{r_{1B}} = 9\cdot 10^9\frac{(-3\cdot 10^{-6})}{101}\cdot\frac{\vec{\imath}+10\vec{\jmath}}{\sqrt{101}} = -26{,}6\,\vec{\imath} - 266\,\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{r_{2B}} = (0-1)\vec{\imath} + (10-0)\vec{\jmath} = -\vec{\imath} + 10\vec{\jmath}\,;\quad r_{2B} = \sqrt{(-1)^2+10^2} = \sqrt{101}$$
$$\overrightarrow{E_{2B}} = k\frac{q_2}{{r_{2B}}^2}\frac{\overrightarrow{r_{2B}}}{r_{2B}} = 9\cdot 10^9\frac{3\cdot 10^{-6}}{101}\cdot\frac{(-\vec{\imath}+10\vec{\jmath})}{\sqrt{101}} = -26{,}6\,\vec{\imath} + 266\,\vec{\jmath}$$
$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_{1B}} + \overrightarrow{E_{2B}} = -53{,}2\,\vec{\imath}\ \text{N/C}$$

34. a) Al ser una distribución de carga esférica el campo eléctrico debe ser radial (con sentido hacia fuera del centro) y sólo puede depender de la distancia al centro. Para calcular el campo eléctrico con la ley de Gauss tomamos como superficie gaussiana una superficie esférica de radio $r > R$. Dado que la dirección del campo eléctrico es perpendicular a la superficie esférica y el módulo del campo es constante en toda la superficie, el flujo del campo eléctrico a través de esta superficie será:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = \oiint_S E\cdot dS = E\oiint_S dS = E\cdot 4\pi r^2$$

Por otra parte la ley de Gauss dice que el flujo es igual a la carga encerrada dividida por ε_0, como la carga encerrada es igual a la carga Q tenemos:

$$\Phi = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0};\ \ E = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}$$

b)
$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\dfrac{Q}{4\pi(3R)^2\varepsilon_0}}{\dfrac{Q}{4\pi(2R)^2\varepsilon_0}} = \frac{4}{9}$$

35. a) El flujo neto a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga encerrada por la superficie.

$$\Phi_{neto} = \oint \vec{E}\cdot\vec{n}\cdot dS = \frac{q_{dentro}}{\varepsilon_0}$$

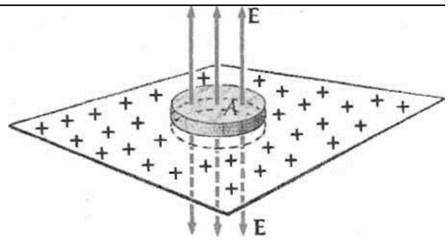
b) Escogemos como superficie gaussiana un cilindro en forma de caja con su eje perpendicular al plano y con su centro en el plano. Por simetría, el campo E debe ser perpendicular al plano como se muestra en la figura. Cada base del cilindro es paralela al plano y tiene un área A.

$$\Phi_{\mathrm{neto}} = \oint \vec{\mathrm{E}} \cdot \vec{\mathrm{n}} \cdot \mathrm{dS} = 2 \cdot \oint_{\mathrm{base}} \mathrm{E} \cdot \cos(0) \cdot \mathrm{dS} + \oint_{\text{superficie cilíndrica}} \mathrm{E} \cdot \cos(90) \cdot \mathrm{dS}$$

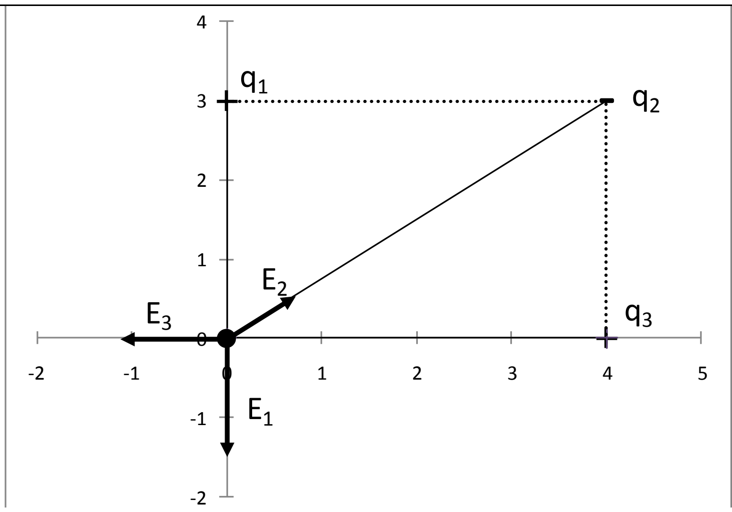
$$\Phi_{neto} = 2 \cdot E \cdot A$$

Por otra parte:

$$\Phi_{\mathrm{neto}} = \frac{\mathrm{q_{dentro}}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma \cdot \mathrm{A}}{\varepsilon_0}; \quad 2 \cdot E \cdot A = \frac{\sigma \cdot A}{\varepsilon_0}; \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



36.



a) $\vec{r_1} = (0-0)\vec{\imath} + (0-3)\vec{\jmath} = -3\vec{\jmath}\,; \quad r_{1A} = 3$

$$\vec{E_1} = k\frac{q_1}{{}_1^{\,2}}\frac{\vec{r_1}}{{}_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-9}}{3^2} \cdot \frac{-3\vec{\jmath}}{3} = -3\vec{\jmath}$$

$$\vec{r_2} = (0-4)\vec{\imath} + (0-3)\vec{\jmath} = -4\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}\,; \quad r_2 = \sqrt{4^2+3^2} = 5$$

$$\vec{E_2} = k\frac{q_2}{{}_2^{\,2}}\frac{\vec{r_2}}{{}_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-5 \cdot 10^{-9})}{25} \cdot \frac{(-4\vec{\imath} - 3\vec{\jmath})}{5} = 1{,}44\vec{\imath} + 1{,}08\vec{\jmath}$$

$\vec{r_3} = (0-4)\vec{\imath} + (0-0)\vec{\jmath} = -4\vec{\imath}\,; \quad r_{1A} = 4$

$$\vec{E_3} = k\frac{q_3}{{}_3^{\,2}}\frac{\vec{r_3}}{{}_3} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{4^2} \cdot \frac{-4\vec{\imath}}{4} = -2{,}25\vec{\imath}$$

$$\vec{E_T} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} = -0{,}81\vec{\imath} - 1{,}92\vec{\jmath} \;\; N/C$$

b)

$$V = \sum K\frac{q_i}{i} = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{3 \cdot 10^{-9}}{3} + \frac{(-5 \cdot 10^{-9})}{5} + \frac{4 \cdot 10^{-9}}{4}\right) = 9\,V$$

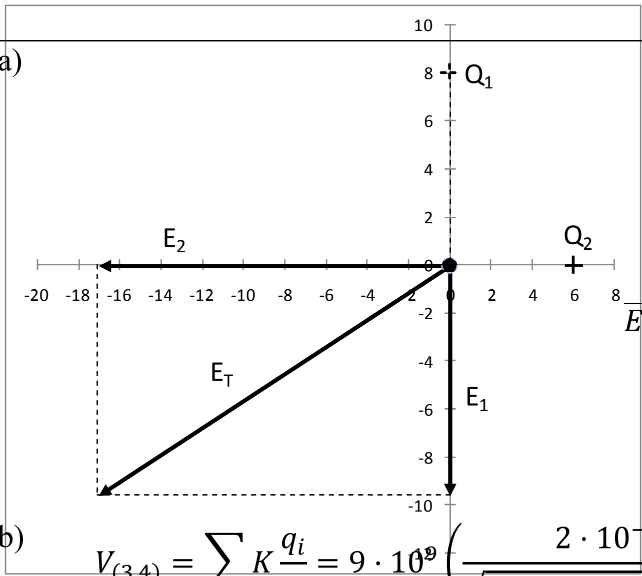
c) $\vec{F} = q \cdot \vec{E_T} = 10^{-9} \cdot (-0{,}81\vec{\imath} - 1{,}92\vec{\jmath}\,) = -0{,}81 \cdot 10^{-9}\vec{\imath} - 1{,}92 \cdot 10^{-9}\vec{\jmath} \;\; N$

d)

$$Ep = \sum K\frac{q_i \cdot q_j}{ij} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \left(\frac{3 \cdot 10^{-9} \cdot (-5 \cdot 10^{-9})}{4} + \frac{(-5 \cdot 10^{-9}) \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{3} + \frac{3 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{5}\right) = -7{,}215 \cdot 10^{-8}\;J$$

37. a)



$$\overrightarrow{E_1} = k\frac{Q_1}{{}_{1}^{2}}\overrightarrow{u_r}$$

$$\overrightarrow{E_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{8^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\overrightarrow{E_1} = -281{,}25\,\vec{j}$$

$$\overrightarrow{E_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{6^2} \cdot (-\vec{i}) = -500\,\vec{i}$$

$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = -500\,\vec{i} - 281{,}25\,\vec{j}\ N/C$$

b)

$$V_{(3,4)} = \sum K\frac{q_i}{i} = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{(3-0)^2 + (4-8)^2}} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{(3-6)^2 + (4-0)^2}}\right) = 7200\ V$$

$$V_{(0,0)} = \sum K\frac{q_i}{i} = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{(0-0)^2 + (0-8)^2}} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{(0-6)^2 + (0-0)^2}}\right) = 5250\ V$$

$$W = -q\Delta V = 3 \cdot 10^{-6}(7200 - 5250) = 5{,}85 \cdot 10^{-3}\ J$$

38. a) En una distribución de carga esférica el campo eléctrico es radial (con sentido hacia fuera del centro) y sólo depende de la distancia al centro. Para calcular el campo eléctrico utilizaremos la ley de Gauss y tomaremos como superficie gaussiana una superficie esférica de 5 cm de radio concéntrica con el conductor. Dado que la dirección del campo eléctrico es perpendicular a la superficie esférica y el módulo del campo es constante en toda la superficie, el flujo del campo eléctrico a través de esta superficie será:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \oiint_S E \cdot dS = E \oiint_S dS = E \cdot 4\pi R^2$$

Por otra parte la ley de Gauss dice que el flujo es igual a la carga encerrada dividida por ε_0, como la carga encerrada es nula, el flujo es nulo y el campo eléctrico también:

Para r = 5 cm, E=0

Para r = 15 cm, la carga encerrada por la superficie gaussiana es la carga total:

$$\Phi = E \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0};\ \ E = \frac{Q}{4\pi R^2 \varepsilon_0} = 9 \cdot 10^{-9}\frac{5 \cdot 10^{-9}}{0{,}15^2} = 2000\ N/C$$

b)

$$V = K\frac{Q}{} = 9 \cdot 10^{-9}\frac{5 \cdot 10^{-9}}{0{,}1} = 450\ V$$

c)

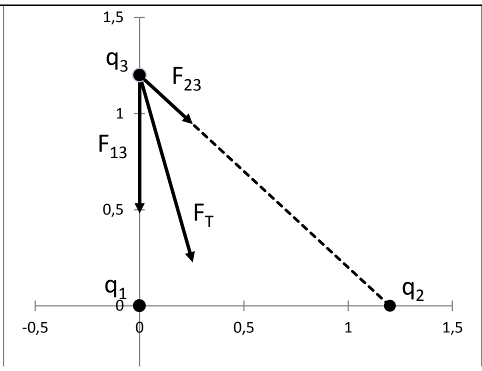
$$V = K\frac{Q}{} = 9 \cdot 10^{-9}\frac{5 \cdot 10^{-9}}{0{,}15} = 300\ V$$

d)

$$W_{cons} = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -2 \cdot 10^{-9} \cdot (450 - 0) = -9 \cdot 10^{-7}\ J$$

El trabajo necesario será $9 \cdot 10^{-7}$ J.

39. a)



Coordenadas de las cargas:
q_1 (0,0), q_2 (1,2;0), q_3 (0;1,2)

$$\vec{F}_{13} = K\frac{q_1 q_3}{{}^{2}_{13}} \cdot \vec{u}_{13} \quad \vec{u}_{13} = \frac{\vec{}_{13}}{{}_{13}}$$

$$\vec{}_{13} = (0-0)\vec{\imath} + (1{,}2-0)\vec{\jmath} = 1{,}2\vec{\jmath}$$

$${}_{13} = 1{,}2$$

$$\vec{u}_{13} = \frac{\vec{}_{13}}{{}_{13}} = \frac{1{,}2\vec{\jmath}}{1{,}2} = \vec{\jmath}$$

$$\vec{F}_{13} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{5\cdot 10^{-9}\cdot(-5\cdot 10^{-9})}{1{,}2^2}\cdot\vec{\jmath}$$

$$\vec{F}_{13} = -1{,}5625\cdot 10^{-7}\ N/C$$

$$\vec{F}_{23} = K\frac{q_2 q_3}{{}^{2}_{23}} \cdot \vec{u}_{23} \quad \vec{u}_{23} = \frac{\vec{}_{23}}{{}_{23}}$$

$$\vec{}_{23} = (0-1{,}2)\vec{\imath} + (1{,}2-0)\vec{\jmath} = -1{,}2\vec{\imath} + 1{,}2\vec{\jmath}$$

$${}_{23} = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}2^2} = 1{,}697$$

$$\vec{u}_{23} = \frac{\vec{}_{23}}{{}_{23}} = \frac{-1{,}2\vec{\imath} + 1{,}2\vec{\jmath}}{1{,}697} = -0{,}707\cdot\vec{\imath} + 0{,}707\cdot\vec{\jmath}$$

$$\vec{F}_{23} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{5\cdot 10^{-9}\cdot(-5\cdot 10^{-9})}{1{,}697^2}\cdot(-0{,}707\cdot\vec{\imath} + 0{,}707\cdot\vec{\jmath})$$

$$\vec{F}_{23} = 5{,}524\cdot 10^{-8}\cdot\vec{\imath} - 5{,}524\cdot 10^{-8}\cdot\vec{\jmath}\ N/C$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 5{,}52\cdot 10^{-8}\cdot\vec{\imath} - 2{,}11\cdot 10^{-7}\cdot\vec{\jmath}\ N/C$$

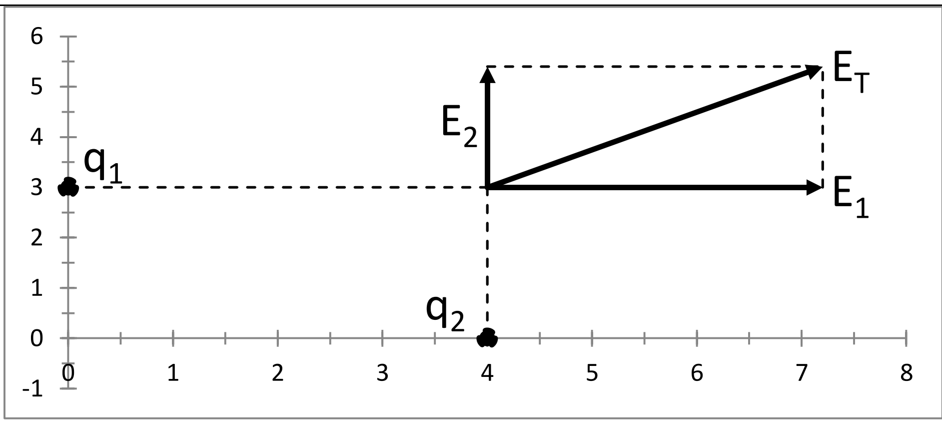
b)

$$V_0 = \sum K\frac{q_i}{i} = 9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{1{,}2} + 9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{\sqrt{1{,}2^2 + 1{,}2^2}}$$

$$V_P = \sum K\frac{q_i}{i} = 9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{\sqrt{1{,}2^2 + 1{,}2^2}} + 9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{1{,}2}$$

$$W = -q_3\cdot(V_P - V_0) = 0$$

40.



a)

$$\overrightarrow{E_1} = k\frac{q_1}{{}^{2}}\vec{\imath} = 9\cdot 10^9\frac{7{,}11\cdot 10^{-9}}{4^2}\cdot\vec{\imath} = 4\,\vec{\imath}$$

$$\overrightarrow{E_2} = k\frac{Q_2}{{}^{2}}\vec{\jmath} = 9\cdot 10^9\frac{3\cdot 10^{-9}}{3^2}\cdot\vec{\jmath} = 3\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\ \ N/C$$

b) $$V_A = \sum K\frac{q_i}{i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{7{,}11\cdot 10^{-9}}{4}+\frac{3\cdot 10^{-9}}{3}\right) = 25\ V$$

c) $$25 + 9\cdot 10^9\cdot\frac{q_3}{\sqrt{3^2+4^2}} = 0$$
$$q_3 = -1{,}39\cdot 10^{-8}\ C$$

d) $$9\cdot 10^9\,\frac{q_4}{5^2}\cdot\frac{4\,\vec{\imath}+3\vec{\jmath}}{5} + 4\vec{\imath}+3\vec{\jmath}\ = 0$$
$$q_4 = -\frac{5^3}{9\cdot 10^9} = -1{,}39\cdot 10^{-8}\ C$$

---

41. a) El flujo eléctrico es:

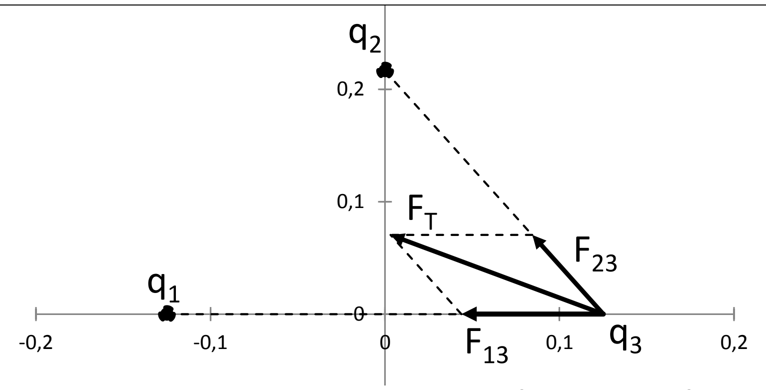
$$\Phi_E = \vec{E}\cdot S\cdot\vec{n} = E\cdot S\cdot\cos\theta$$

Si es cero puede deberse a que el campo sea cero o a que el campo sea paralelo a la superficie y por tanto perpendicular al vector normal, y en este segundo caso el campo no tendría por qué ser cero.

b) La esfera encierra en su interior las dos cargas, por lo tanto aplicando el teorema de Gauss:

$$\Phi_E = 4\pi K Q_{dentro} = 4\pi\cdot 9\cdot 10^9\cdot(2-8)\cdot 10^{-6} = 6{,}79\cdot 10^5\ N\cdot m^2/C$$

42.



a) $$\vec{F}_{13} = k\frac{q_1\cdot q_3}{2}\vec{\imath} = 9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}\cdot(-5\cdot 10^{-9})}{0{,}25^2}\cdot\vec{\imath} = -3{,}6\cdot 10^{-6}\,\vec{\imath}$$
$$\vec{\ }_{23} = (0{,}125-0)\vec{\imath} + \left(0-\sqrt{0{,}25^2-0{,}125^2}\right)\vec{\jmath} = -0{,}125\vec{\imath}+0{,}2165\vec{\jmath}\,;$$
$$_{23} = 0{,}25$$
$$\vec{F}_{23} = 9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}\cdot(-5\cdot 10^{-9})}{0{,}25^2}\cdot\frac{-0{,}125\vec{\imath}+0{,}2165\vec{\jmath}}{0{,}25}$$
$$= -1{,}8\cdot 10^{-6}\vec{\imath} + 3{,}12\cdot 10^{-6}\vec{\jmath}$$
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13}+\vec{F}_{23} = -5{,}4\cdot 10^{-6}\vec{\imath}+3{,}12\cdot 10^{-6}\vec{\jmath}\ N$$

b) Potencial en el punto en el que se encuentra:

$$V_A = \sum K\frac{q_i}{i} = 9\cdot 10^9\left(\frac{5\cdot 10^{-9}}{0{,}25}+\frac{5\cdot 10^{-9}}{0{,}25}\right) = 360\ V$$

Potencial a una distancia infinita:

$$V_B = 0$$
$$W = -q_3\cdot(V_B - V_A) = 5\cdot 10^{-9}\cdot(0-360) = -1{,}8\cdot 10^{-6}\ J$$

Hay que realizar un trabajo de $1{,}8\cdot 10^{-6}\ J$.