

## Relación Problemas Tema 5: Campo Gravitatorio

1. La tabla adjunta relaciona el periodo  $T$  y el radio de las órbitas de cinco satélites que giran alrededor del mismo astro:

T (años)	0,44	1,61	3,88	7,89
R ( $\cdot 10^5$ )km	0,88	2,08	3,74	6,00

- a) Mostrar si se cumple la tercera ley de Kepler. ¿Cuál es el valor de la constante?  
 b) Se descubre un quinto satélite, cuyo periodo de revolución es 6,20 años. Calcula el radio de su órbita.

a)  $2,86 \cdot 10^{-10} \text{ (s}^2 \cdot \text{m}^{-3})$       b)  $5,11 \cdot (10^5 \text{ km})$

2. Una masa de 8 kg está situada en el origen. Calcular: A) Intensidad del campo gravitatorio y potencial gravitatorio en el punto (2,1) m. B) Fuerza con que atraería a una masa  $m$  de 2 kg, y energía almacenada por dicha masa. C) Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria al trasladar la masa  $m$  desde el punto (2,1) m al punto (1,1) m.

a)  $\vec{g} = (-9,55 \cdot 10^{-11} \hat{i} - 4,77 \cdot 10^{-11} \hat{j}) \text{ N} \cdot \text{Kg}^{-1}$  ;  $V = -2,386 \cdot 10^{-10} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$   
 b)  $\vec{F} = (-1,909 \cdot 10^{-10} \hat{i} - 9,541 \cdot 10^{-10} \hat{j}) \text{ N}$     c)  $W = 2,774 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

3. Dos masas de 5 kg se encuentran en los puntos (0,2) m y (2,0) m. Calcular: A) Intensidad de campo gravitatorio y potencial gravitatorio en el origen. B) Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria al trasladar al trasladar una masa de 1 kg desde el infinito hasta el origen.

a)  $\vec{g} = 8,334 \cdot 10^{-11} (\hat{i} + \hat{j}) \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;  $V_o = -3,335 \cdot 10^{-10} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$     b)  $W = 3,335 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

4.- a) ¿En qué punto se equilibran las atracciones que ejercen la Luna y La Tierra sobre un cuerpo de masa  $m$ ? (Datos: distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna = 384400 km;  $\frac{M_T}{M_L} = 81$  b) Si en dicho punto la atracción gravitatoria que sufre la masa  $m$  es nula, ¿podemos decir también que su energía potencial también es nula? Razonar.

a)  $d_{T-L} - x = 3,459 \cdot 10^8 \text{ m}$     b) No.

5.- Un objeto que pesa 70 kp en la superficie de la Tierra, se encuentra en la superficie de un planeta cuyo radio es el doble del terrestre y cuya masa es ocho veces la de la Tierra. Calcular:

- a) Peso del objeto en dicho lugar.  
 b) Tiempo que tarda en caer desde una altura de 20 m hasta la superficie del planeta, si lo dejamos caer con  $v_o = 0$ .

a)  $P = 1373,4 \text{ N}$       b)  $t = 1,43 \text{ s}$

6.- Calcular: a) Altura sobre la superficie terrestre en la que el valor de  $g$  se ha reducido a la mitad. b) Potencial gravitatorio terrestre en un punto situado a 6370 km de distancia de la Tierra. (Datos: Masa de la Tierra =  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6370 \text{ km}$ .)

a)  $h = 2639 \text{ km}$       b)  $V_T = -3,141 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$

7.- Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 1000 m/s. Calcular: A) Altura máxima que alcanzará. B) Repetir lo anterior despreciando la variación de  $g$  con la altura. Comparar ambos resultados.

a)  $h = 51202 \text{ m}$       b)  $h = 50968 \text{ m}$

8.- Calcular la velocidad de escape para un cuerpo situado en: A) La superficie terrestre. B) A 2000 km sobre la superficie.

a)  $v_e = 11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$       b)  $v_e = 9,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

9.- Un satélite artificial describe una órbita circular a una altura igual a tres radios terrestres sobre la superficie de la Tierra. Calcular: A) Velocidad orbital del satélite. B) Aceleración del satélite

$$\text{a) } v_{orb} = 3963 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \quad \text{b) } a_n = 0,616 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

10.- a) ¿Cuál será la altura que alcanzará un proyectil que se lanza verticalmente desde el Sol a 720 km/h.? b) ¿Cuántas veces es mayor el peso de un cuerpo en el Sol que en la Tierra?

( $M_{SOL}/M_{TIERRA} = 324440$  ;  $R_S/R_T = 108$  ;  $R_T = 6370 \text{ km}$ )

$$\text{a) } h = 73,3 \text{ m} \quad \text{b) } g_s = 27,82 \cdot g_o$$

11.- Si la gravedad en la superficie lunar es aproximadamente 1/6 de la terrestre, calcular la velocidad de escape de la Luna ¿En qué medida importa la dirección de la velocidad? (dato  $R_{LUNA} = 1740 \text{ km}$ )

$$v_e = 2,4 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$$

12.- El planeta Marte tiene un radio  $R_M = 0,53 R_T$ . Su satélite Fobos describe una órbita casi circular de radio igual a 2,77 veces  $R_M$ , en un tiempo de 7 h 39' 14". Calcula el valor de g en la superficie de Marte. (Dato:  $R_T = 6370 \text{ km}$ )

$$g_M = 3,73 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

13.- Calcular la aceleración respecto al Sol de la Tierra si el radio de la órbita es  $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$ . Deducir la masa del Sol. (Datos  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $R_T = 6370 \text{ km}$ ,  $T_{Tierra} = 1 \text{ año}$ )

$$\text{a) } a_c = 5,95 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \quad \text{b) } M_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

14.- Calcular: A) Trabajo que hay que realizar para trasladar un cuerpo de 20 kg desde la superficie terrestre hasta una altura igual al radio de la Tierra. B) Velocidad a la que habría que lanzarlo para que alcanzara dicha altura. (Datos:  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $R_T = 6370 \text{ km}$ )

$$\text{a) } W_{ext} = 6,28 \cdot 10^8 \text{ J} \quad \text{b) } v = 7925 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

15. Un satélite de comunicaciones está situado en órbita geoestacionaria circular en torno al ecuador terrestre. Calcule: A) Radio de la trayectoria, B) Aceleración tangencial del satélite, C) Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria durante un semiperiodo, D) Campo gravitatorio y aceleración de la gravedad en cualquier punto de la órbita. ( $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ )

$$\text{a) } R = 4,23 \cdot 10^7 \text{ m} ; \quad \text{b) } a_t = 0 ; \quad \text{c) } W = 0 \text{ J} ; \quad \text{d) } g = 0,17 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

16. Un satélite describe una órbita circular de radio  $2 R_T$  en torno a la Tierra. A) Determine su velocidad orbital. B) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿cuál será su peso en la órbita? Explique las fuerzas que actúan sobre el satélite. ( $R_T = 6400 \text{ km}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$  )

$$\text{a) } v_{orb} = 5592 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \quad \text{b) } P = 1256 \text{ N}$$

17. Un satélite describe una órbita en torno a la Tierra con un periodo de revolución igual al terrestre. A) Explique cuántas órbitas son posibles y calcule su radio. B) Determine la relación entre la velocidad de escape en un punto de la superficie terrestre y la velocidad orbital del satélite. ( $R_T = 6400 \text{ km}$  ;  $g_T = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$  )

$$\text{a) } R = 4,23 \cdot 10^7 \text{ m}, \text{ solo una.} \quad \text{B) } v_e = 3,9 \cdot v_o$$

18. Si con un cañón suficientemente potente se lanzara hacia la Luna un proyectil. A) ¿En qué punto de la trayectoria hacia la Luna la aceleración del proyectil sería nula? B) ¿Qué velocidad mínima inicial debería poseer para llegar a ese punto? ¿Cómo se movería a partir de esa posición? ( $R_T = 6400 \text{ km}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$  ;  $R_L = 1600 \text{ km}$  ;  $M_L = 7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$  ;  $d_{T-L} = 3,8 \cdot 10^8 \text{ m}$  )

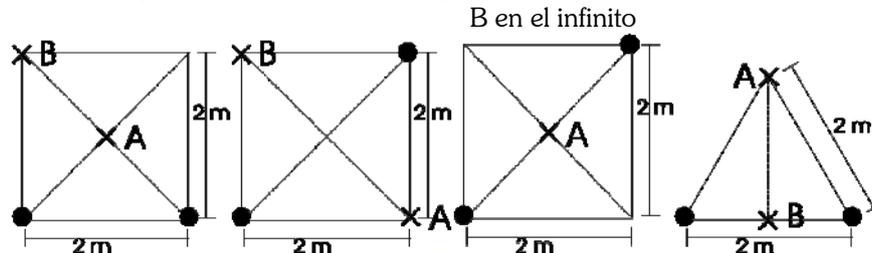
$$\text{a) } d_{T-L} - x = 3,43 \cdot 10^8 \text{ m} \quad \text{b) } v_e = 11,18 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$$

19. La masa de la Luna es 0,01 veces la de la Tierra y su radio es 0,25 veces el radio terrestre. Un cuerpo, cuyo peso en la Tierra es de 800 N, cae desde una altura de 50m sobre la superficie lunar. A) Determine la masa del cuerpo y su peso en la Luna. B) Realice el balance energético en el movimiento de caída y calcule la velocidad con que el cuerpo llega a la superficie.

a)  $m = 81,5 \text{ kg}$ ,  $P = 136 \text{ N}$

b)  $v = 12,93 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

20. Dadas las siguientes distribuciones de masa (todas de 10 kg), calcular para cada caso campo y potencial gravitatorios en el punto A, así como el trabajo necesario para llevar la unidad de masa desde el punto A al B.



a)  $\vec{g}_A = 4,716 \cdot 10^{-10} \hat{j} \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $V_A = -9,433 \cdot 10^{-10} \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $V_B = -5,693 \cdot 10^{-10} \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $W = -3,74 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

b)  $\vec{g}_A = 1,668 \cdot 10^{-10} (\hat{i} + \hat{j}) \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $V_A = -6,67 \cdot 10^{-10} \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $V_B = -6,67 \cdot 10^{-10} \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $W = 0 \text{ J}$

c)  $\vec{g}_A = 0 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $V_A = -9,433 \cdot 10^{-10} \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $V_B = 0 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $W = -9,433 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

d)  $\vec{g}_A = 2,89 \cdot 10^{-10} \hat{j} \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $V_A = -6,67 \cdot 10^{-10} \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $V_B = -1,334 \cdot 10^{-9} \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $W = 6,67 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

21.- ¿A qué Distancia de la tierra se encuentra le punto, sobre la recta que une los dos centros de la Tierra y la Luna, en que la intensidad del campo gravitatorio terrestre es doble que la intensidad del campo gravitatorio de la luna?. Datos: Distancia Tierra-Luna  $3,84 \cdot 10^5 \text{ km}$ ,  $M_T = 81M_L$ .

a)  $d = 331854,15 \text{ km}$

22.- Suponiendo que la órbita terrestre es circular de  $1,495 \cdot 10^8 \text{ km}$  de radio y que la Tierra invierte 365,25 días en su revolución completa, determinar la intensidad del campo gravitatorio solar en un punto que diste del centro del sol la centésima parte de nuestro planeta.

a)  $g = 1,86 \cdot 10^9 \text{ N/Kg}$

23.- Sabiendo que el planeta Venus tarda 224,7 días en una revolución completa alrededor del Sol y que la distancia de Neptuno al Sol es de  $4501 \cdot 10^6 \text{ km}$ , y asimismo que la Tierra invierte 365,25 días en una revolución completa alrededor del sol y que la distancia a éste es de  $1,495 \cdot 10^8 \text{ km}$ . Se pide: A) Distancia de Venus al Sol. B) Duración de una revolución completa de Neptuno alrededor del Sol.

a)  $d = 1,08 \cdot 10^8 \text{ m}$     b)  $T = 60339 \text{ días}$

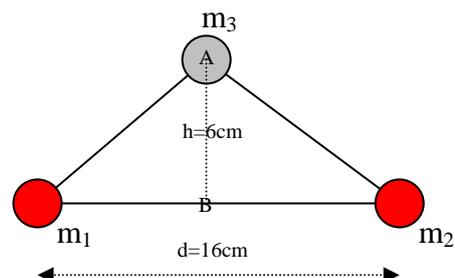
24.- Supongamos que la tierra tiene densidad uniforme. A) ¿Cuál sería el valor de  $g$  sobre la superficie terrestre si su diámetro fuera la mitad y la densidad la misma?. B) Supóngase que en las condiciones actuales se excava un pozo hasta alcanzar la mitad de la distancia. ¿Cuál sería el valor de la aceleración de la gravedad en el fondo del pozo?

a)  $g' = g/2$ ,    b)  $g'' = g/2$

25.- Dos masas esféricas iguales de  $m_1$  y  $m_2$  de 6,4 kg cada una, están fijadas a dos puntos separados 16 cm. Una tercera masa,  $m_3$ , se suelta en un punto A equidistante de las dos masas anteriores y a una distancia de 6 cm de la línea que los une. Si suponemos que la masa  $m_3$  es móvil y  $m_3 = 100\text{gr}$ , calcular: A) La aceleración de la masa cuando está en las posiciones A y B. B) Velocidad que llevará cuando pase por B. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

a)  $5,122 \cdot 10^{-4} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

b)  $V_B = 6,54 \cdot 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$



26.- Deducir la distancia que separa al Sol de Júpiter, sabiendo que el tiempo que tarda Júpiter en dar una vuelta alrededor del sol es 12 veces mayor que el que tarda la Tierra y que la distancia de la Tierra al Sol es de  $1,5 \cdot 10^{11}$  m.

a)  $7,86 \cdot 10^8$  km

27.- En la superficie de cierto planeta la aceleración debida a la gravedad vale  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  y su radio es de  $2,58 \cdot 10^3$  m. Deducir: A) La intensidad del campo gravitatorio en su superficie. B) La masa del planeta.

a)  $g = 10 \text{ N/kg}$  b)  $m = 10^{24}$  kg.

28.- La relación entre las velocidades de dos planetas hipotéticos es de 1/5. ¿Cuántas veces mayor es el año solar de uno con respecto del otro?

a)  $T_1 = 125T_2$

29.- A partir de los datos de la tierra, obtén en unidades del SI el valor de la constante que aparece en la tercera Ley de Kepler. Utiliza el valor de esa constante para obtener la masa del sol.

a)  $K = 2,97 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^3$  b)  $M_s = 1,99 \cdot 10^{30}$  kg

30.- El vehículo espacial Apollo 8 estuvo en órbita circular alrededor de la Luna 113 km por encima de su superficie. Calcula: A) EL periodo del movimiento, B) Las velocidades lineal y angular del trasbordador espacial. C) La velocidad de escape de la atracción lunar desde esa posición.

a)  $T = 7153$  s, b)  $v = 1,63 \cdot 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$   $\omega = 8,80 \cdot 10^{-4} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  c)  $V_e = 2,30 \cdot 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

31.- Alicia está pilotando un cohete especial que describe una órbita circular alrededor de la tierra y tarda 1 h y 30 minutos en dar vuelta alrededor de ésta. Raúl pilota otro cohete que también describe una órbita circular alrededor de la tierra y tarda 1 h en dar una vuelta alrededor de ésta. ¿Qué distancia mínima están separadas las naves de Alicia y Raúl cuando están alineadas? Datos  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{Kg}^2$ , Masa de la tierra =  $5,98 \cdot 10^{24}$  Kg.

a)  $d = 1,58 \cdot 10^6$  m

32.- ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad se reduce a la mitad?

Dato: Radio de la Tierra = 6 400 Km

a)  $h = 2650,9$  km

33.- Un satélite de  $2 \cdot 10^3$  Kg de masa gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de  $2 \cdot 10^4$  Km de radio.

A) Sabiendo que la gravedad en la superficie de la Tierra es de  $9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ , ¿Cual será el valor de la gravedad en esta órbita?. B) ¿Cuánto vale la velocidad angular del satélite?. C) Si por alguna circunstancia la velocidad del satélite se anulara, este empezaría a caer sobre la Tierra. ¿Con qué velocidad llegará a la superficie terrestre?. Suponer despreciable el rozamiento con el aire. Dato : Radio de la tierra = 6 370 Km.

a)  $0,99 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  b)  $2,2 \cdot 10^4 \text{ Rad/s}$  c) 9216 m/s

34.- Cuatro masas puntuales están situadas en los vértices de un cuadrado como se ve en figura. Determinar: A) Módulo, dirección y sentido del campo gravitatorio creado por las cuatro masas en el centro del cuadrado. B) Potencial gravitatorio en este mismo punto.

Datos :  $m_1 = m_2 = m_3 = 100 \text{ Kg}$ ,  $m_4 = 200 \text{ Kg}$ ;  $L = 3 \text{ m}$ ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{Kg}^2$

a)  $g = 1,48 \cdot 10^{-9} \text{ N/kg}$  en la dirección de  $m_4$  b)  $-1,57 \cdot 10^{-6} \text{ J/kg}$

35.- Un astronauta dentro de un satélite a 250 Km de la Tierra nota que no pesa. ¿Esto sucede porqué es despreciable la gravedad a esta altura o por alguna otra razón? Razona la respuesta.

a)  $g = 9,01 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

36.- La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es de  $3,7\text{m/s}^2$ . El radio de la Tierra es de  $6\,370\text{ Km}$  y la masa de Marte es un  $11\%$  la de la Tierra. Calcular: A) El radio de Marte. B) La velocidad de escape desde la superficie de Marte. C) El peso en dicha superficie de un astronauta de  $80\text{ Kg}$  de masa.

a)  $R_M=3,44\cdot 10^6\text{ m}$    b)  $v_e=5045\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$    c)  $296\text{ N}$

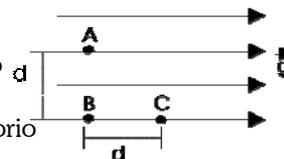
Cuestiones:

1. a) Si el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa  $m$  se sitúa en la superficie de la Tierra, ¿cuál es el valor de la energía potencial de la partícula cuando ésta se encuentra a una distancia infinita de la Tierra? b) ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?, ¿Puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?

2. En una región del espacio existe un campo gravitatorio uniforme de intensidad  $g$ , representado en la figura por sus líneas de campo.

a) Razone el valor del trabajo que se realiza al trasladar la unidad de masa desde el punto A al B y desde el B al C.

b) Analice las analogías y diferencias entre el campo descrito y el campo gravitatorio terrestre.



3. a) Explique el concepto de velocidad de escape y deduzca razonadamente su expresión.

b) ¿Qué ocurriría en la realidad si lanzamos un cohete desde la superficie de la Tierra con una velocidad igual a la velocidad de escape?

4. a) Escriba la ley de Gravitación Universal y explique su significado físico. b) Según la ley de Gravitación, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste, ¿por qué o caen más deprisa los cuerpos con mayor masa?

5. Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando a más alejado del Sol que B. a) Haga un análisis energético del movimiento del cometa y compare los valores de las energías cinética y potencial en a y en B. b) ¿En cuál de los puntos A o B es mayor el módulo de la velocidad? ¿y el de la aceleración?

6. Se suele decir que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $m$  situado a una altura  $h$  viene dada por  $E_p = m g h$ .

a) ¿Es correcta dicha afirmación? ¿Por qué?

b) ¿En qué condiciones es válida dicha fórmula?