FÍSICA 2 - 24 de Marzo de 2008
Campos Conservativos

CUESTIONES (1 punto)

1.- *Una partícula describe una trayectoria cerrada bajo la acción exclusiva de un campo eléctrico. Describe qué ocurrirá con sus energía mecánica, cinética y potencial:*

a) Después de describir una vuelta completa.
b) Después de describir media vuelta.

2.- *Dibuja las líneas de campo:*

a) creadas por un dipolo eléctrico
b) correspondientes a un sistema de dos masas: m y 2m

3.- *Enuncia el teorema de Gauss y utilízalo para demostrar que una esfera cargada se comporta como si toda la carga estuviese concentrada en su centro.*

4.- *Describe la dinámica de un satélite artificial de órbita circular y responde a la siguiente cuestión:*

¿Podría un satélite orbitar sobre un paralelo terrestre, esto es, en una órbita cuyo centro no es el centro del planeta?

5.- *Suponiendo que Sedna, el décimo planeta de nuestro sistema solar, tiene una densidad media 2/3 de la terrestre y que su radio es la décima parte del radio de nuestro planeta, obtén el valor de la gravedad de Sedna respecto a la terrestre.*

6.- *Una partícula de polvo de 0,12 ng de masa posee una carga total equivalente a 150 electrones y se encuentra en equilibrio entre dos placas paralelas horizontales cargadas con una diferencia de potencial de 220V. Realiza un diagrama de la situación y calcula la distancia entre las placas.*

Datos: $g= 9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $e= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

PROBLEMAS *(2 puntos: 0,5 puntos para el apartado a y 1 punto para los apartados b y c)*

7.- *Un planeta tiene un radio de 1500 km, y una gravedad superficial de $2{,}0\ m\cdot s^{-2}$.*

a) Calcula su masa, sabiendo que $G= 6{,}67\cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$
b) Calcula la velocidad de escape en dicho planeta.
c) ¿Qué altura alcanzaría un cuerpo que se lanzase, verticalmente, desde la superficie de ese planeta a 1000 m/s?

8.- *Cargamos dos esferas de aluminio de 20 y 10 cm de radio a potenciales de -200V y 100V, respectivamente. Las situamos a una distancia de 1 m.*

a) Calcula la carga y el número de electrones hemos transferido o retirado a cada esfera.
b) El campo y el potencial en el punto medio de la recta que las une.
c) Si las conectamos con un hilo metálico qué carga quedará finalmente sobre cada una.
Dato: $K= 9{,}0\cdot 10^9\ Nm^2\ C^{-2}$; $e= 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C.

RECUERDA: En la corrección se penalizarán los ejercicios que carezcan de la explicación del fundamente teórico, el uso incorrecto de unidades y cifras y el desorden.

1.- *Una partícula describe una trayectoria cerrada bajo la acción exclusiva de un campo eléctrico. Describe qué ocurrirá con sus energía mecánica, cinética y potencial:*

a) Después de describir una vuelta completa.

Por otro lado, se dice que un campo es conservativo cuando la energía mecánica de un cuerpo no cambia de punto a punto. Por consiguiente, la energía del objeto será la misma en cualquier punto de la trayectoria ($E_c + E_p$= cte).
Puesto que la energía potencial depende exclusivamente de la posición del cuerpo, y en nuestro caso las posiciones final e inicial son la misma, tampoco variará la E_p (esto es, $E_{p,f} = E_{p,o}$)

De lo anterior se desprende que también se conservará la E_c. Es decir, en un ciclo cerrado no cambian ni la E_c ni la E_p ni la energía mecánica.

b) Después de describir media vuelta.

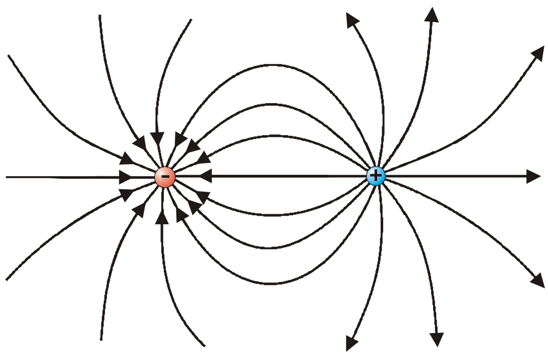
En media vuelta seguirá cumpliéndose la constancia en la E_m, por tratarse de una fuerza de naturaleza conservativa, pero ahora no tiene por qué conservarse ni la E_p (al ser las posiciones inicial y final distintas) ni, por consiguiente, la conservación de la E_c. Lo que sí se cumplirá es que la variación en una de ellas será igual y de sentido contrario a la variación en la otra. Esto es:

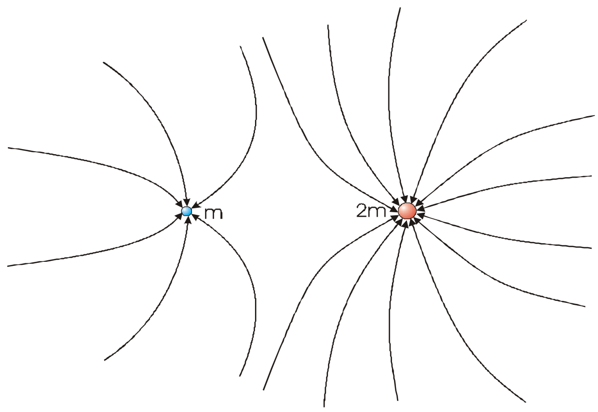
como: $\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p$

2.- *Dibuja las líneas de campo:*

a) creadas por un dipolo eléctrico

b) correspondientes a un sistema de dos masas: m y 2m

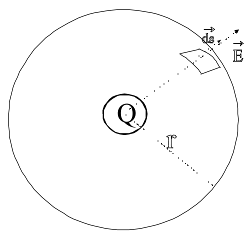




3.- *Enuncia el teorema de Gauss y utilízalo para demostrar que una esfera cargada se comporta como si toda la carga estuviese concentrada en su centro.*

El teorema de Gauss nos dice que el valor de flujo electrostático a través de una superficie cerrada vale: $\boldsymbol{\Phi_E = Q/\varepsilon}$ *, siendo Q la carga encerrada por la superficie.*

Como, por definición, el flujo que atraviesa un infinitesimal de superficie ds es: $d\Phi = \vec{E}\cdot d\vec{S}$ *, el flujo que atravesará una superficie S cualquiera, en este caso toda la esfera, será la suma de todos los diferenciales de flujo:*



$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_S \underset{cte}{E}\cdot ds\cdot \underset{vale\ 1}{\cos 0^{o}} = E\oint_S ds = E\cdot 4\pi r^2$$

Nota: Obsérvese que la constancia de E, es consecuencia de la simetría. En todos los puntos de la superficie esférica trazada la intensidad del campo es idéntica por encontrarse a la misma distancia de Q. Por otro lado, r es el radio de la superficie esférica trazada medido, por tanto desde el centro de la esferita cargada con Q.

Igualando la expresión calculada a la suministrada por el teorema de Gauss, tenemos:

$$\frac{Q}{\varepsilon} = E\cdot 4\pi r^2 \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Q}{r^2}$$

Expresión que corresponde con la del campo creado por una carga puntual Q, a una distancia *r de la misma. Esto significa que una esfera cargada se comporta como si todo la carga estuviese situada en su centro aunque, realmente, se encuentra situada sobre la superficie de la misma.*

4.- *Describe la dinámica de un satélite artificial de órbita circular y responde a la siguiente cuestión: ¿Podría un satélite orbitar sobre un paralelo terrestre, esto es, en una órbita cuyo centro no es el centro del planeta?*

La única fuerza que actúa, despreciados los posibles rozamientos, sobre un satélite en órbita es la atracción gravitatoria del planeta. Dicha fuerza es la que se encarga de hacer girar al satélite, apartándolo de su movimiento natural que, por el principio de inercia, sería una trayectoria rectilínea. Es decir, la fuerza gravitatoria realiza un efecto centrípeto (de giro): $F_g = F_c$ (la fuerza gravitatoria ES la fuerza centrípeta)

Para que un satélite orbitase sobre un paralelo debería existir una fuerza apuntando hacia el centro del paralelo, en el plano del movimiento, y no es así ya que la atracción apunta hacia el centro del planeta.

Por tanto, sólo serán posibles aquellas trayectorias que incluyan al centro del planeta en el plano del movimiento, siendo el centro del planeta el centro del de dicha órbita circular o uno de los focos en el caso de tratarse de un movimiento elíptico.

5.- *Suponiendo que Sedna, el décimo planeta de nuestro sistema solar, tiene una densidad media 2/3 de la terrestre y que su radio es la décima parte del radio de nuestro planeta, obtén el valor de la gravedad de Sedna respecto a la terrestre.*

$$\text{Las expresiones para la gravedad de ambos planetas son :}\begin{cases} g_T = G\cdot\dfrac{M_T}{R_T^2} \\ g_{Sedna} = G\cdot\dfrac{M_{Sedna}}{R_{Sedna}^2}\end{cases}$$

$$\text{Tenemos que :}\begin{cases} \rho_{Sedna} = {2\rho_T}/{3} \\ \mathrm{R}_{Sedna} = {R_T}/{10}\end{cases}$$

Desarrollando la gravedad de Sedna :

$$g_{Sedna} = G\cdot\frac{V_{Sedna}\,\rho_{Sedna}}{R_{Sedna}^2} = G\cdot\frac{\frac{4}{3}\pi R_{Sedna}^{\cancel{3}}\cdot\rho_{Sedna}}{\cancel{R_{Sedna}^2}} = G\cdot\frac{4}{3}\pi\,\frac{R_T}{10}\cdot\frac{2\rho_T}{3}$$

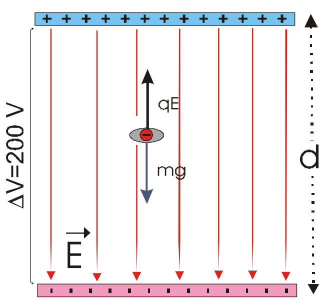
$$g_T = G\cdot\frac{V_T\,\rho_T}{R_T^2} = G\cdot\frac{\frac{4}{3}\pi R_T^{\cancel{3}}\cdot\rho_T}{\cancel{R_T^2}} = G\cdot\frac{4}{3}\pi R_T\,\rho_T$$

$$\text{dividiendo miembro a miembro :}\ \frac{g_{Sedna}}{g_T} = \frac{G\cdot\frac{4}{3}\pi\,\frac{R_T}{10}\cdot\frac{2\rho_T}{3}}{G\cdot\frac{4}{3}\pi R_T\,\rho_T} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

Con lo que la gravedad sería 15 veces menor que en la Tierra.

6.- *Una partícula de polvo de 0,12 ng de masa posee una carga total equivalente a 150 electrones y se encuentra en equilibrio entre dos placas paralelas horizontales cargadas con una diferencia de potencial de 220V. Realiza un diagrama de la situación y calcula la distancia entre las placas.*

Datos: g= 9,8 m·s^{-2} , e= 1,602 ·10^{-19} C



Si la partícula de polvo es negativa, para que levite es necesario que el campo ejerza una fuerza vertical y hacia arriba que compense el peso. Por esto la situación debe ser la que se indica en el dibujo (placa positiva arriba y negativa abajo)

El campo entre las placas de un condensador es uniforme, y por tanto constante. Al tratarse de un campo uniforme, la relación entre campo y potencial puede escribirse como cociente de incrementos: ***E****= - (ΔV/d)* ***j*** *(el signo negativo es indicativo de que el campo apunta hacia potenciales decrecientes y tiene sentido en la expresión vectorial). Su módulo será: E = ΔV/d*

En la situación de equilibrio se cumple: $\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{F}_e = 0$

esto es, los módulos de peso y fuerza eléctrica deben valer lo mismo:

$$mg = \frac{q \cdot \Delta V}{d} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{q \cdot \Delta V}{mg} = \frac{150 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 220\, \frac{J}{C}}{1{,}2 \cdot 10^{-13}\, kg \cdot 9{,}8\, \frac{m}{s^2}} = \underline{5{,}1 \cdot 10^{-3}\, m|}$$

Esto es, la distancia entre placas es aproximadamente de 5 mm.