FÍSICA 2º de Bachillerato
SEPTIEMBRE DE 2007

1.- Responde razonadamente, realizando los cálculos o ilustraciones necesarias, a las siguientes cuestiones:

a) Qué relación existe entre trabajo y energía para una fuerza conservativa.
b) ¿Sería posible que un metal, M, no experimente efecto fotoeléctrico con luz naranja y sí ocurriese con luz roja?
c) Cuál será la velocidad máxima de las oscilaciones de una masa de 100 gramos unida a un muelle de K= 50 N/m que ha sido estirada 20 cm.
d) Un rayo de luz incide sobre una lámina de vidrio con un ángulo de 20º. Dibuja la marcha de los rayos y calcula el ángulo del rayo en el interior del vidrio sabiendo que n_{vidrio}/n_{aire}= 1,5.

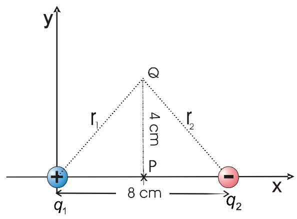
2.- La perturbación, Ψ, asociada a una nota musical tiene por ecuación:

$$\Psi\ (x, t) = 5{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{sen}\ (2764{,}6\ t - 8{,}11x)\ (\text{S I})$$

a) Explica las características de la onda y determine su frecuencia, longitud de onda, período y velocidad de propagación del sonido.
b) Supongamos que desciende la temperatura del aire, de modo que la velocidad de propagación aumenta hasta 353 m s^{-1}. Razona cómo influirá esto a la onda y escribe la ecuación que resultaría.

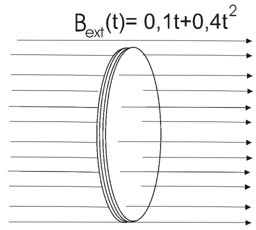
3.- Dos cargas puntuales q_1= +2,0 nC y q_2=-1,0 nC, están fijas y separadas una distancia de 8 cm. Calcula:

a) El campo eléctrico en el punto medio de la recta que las une (P)
b) El trabajo necesario para transportar una carga q_3=+3,0 nC desde P a Q.
Datos: K= $9{,}00 \cdot 10^9$ $N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.



4.- a) Calcula la altura a la que hay que elevar un satélite para que sea geoestacionario.
b) Calcula la energía necesaria para colocarlo en órbita si su masa es de 1000 kg. Ignora la velocidad de rotación de la Tierra sobre si misma.
Datos: G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; R_T= 6370 km, M_T= $6 \cdot 10^{24}$ kg

☺**5.-** Una bobina circular de 4 cm de radio y 30 vueltas se coloca en el seno de un campo magnético dirigido paralelamente a su eje, como se aprecia en el dibujo. El módulo del campo varía, en función del tiempo, según la expresión: B(t)= 0,1t +$0{,}4t^2$ (SI).



a) Explica con el máximo detalle el fenómeno que tendrá lugar en la espira.
b) Calcula el flujo magnético en la bobina en el instante t= 10,0 s.
c) Calcula la fem inducida en el instante t=5,00 s.

☺**6.-** Dos conductores rectilíneos paralelos y muy largos separados 10 cm, transportan corrientes de 5 y 8 A, respectivamente, en sentidos opuestos.

a) Dibuja en un esquema el campo magnético producido por cada uno de los conductores en un punto del plano definido por ellos y situado a 2 cm del primero y 12 cm del segundo y calcule la intensidad del campo total.
b) Dibuja, en otro esquema, la fuerza con que interaccionan los cables y determina su valor por unidad de longitud. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N A^{-2}

RECUERDA: ***ELIGE UN PROBLEMA ENTRE EL 5 Y EL 6. Sé limpio y ordenado. En la corrección se prestará especial atención al correcto uso de las unidades y criterios de redondeo.***

Todos los ejercicios se valorarán con una puntuación máxima de 2 puntos, repartidos por igual entre los apartados que lo componen.

SOLUCIONES

1.- Responde razonadamente, realizando los cálculos o ilustraciones necesarias, a las siguientes cuestiones:

a) Explique qué relación existe entre trabajo y energía para una fuerza conservativa.

Una fuerza o un campo de fuerzas se denomina conservativo cuando el trabajo que realiza sobre un cuerpo es independiente de la trayectoria, importando únicamente las posiciones final e inicial.

Cuando un cuerpo se sitúa en el seno de un campo conservativo o bajo la acción de una fuerza conservativa, posee una energía, denominada potencial, que depende exclusivamente de la posición. Así hablamos de energía potencial gravitatoria, eléctrica, elástica... para las fuerzas gravitatorias, electrostáticas o elásticas respectivamente.

De lo dicho anteriormente, se deduce que si un objeto se mueve en un ciclo cerrado no se producirá variación en su energía mecánica. Es decir: $E_0 = E_f$.

Por tanto, si la acción de la fuerza supone una variación en la energía cinética, habrá de producirse una variación en el mismo valor pero de signo contrario en la energía potencial. Es decir:

$$W = \Delta E_c = -\Delta E_p$$

Conclusión: no es correcto decir que una fuerza conservativa no realiza trabajo, aunque si es cierto si el punto inicial y final es el mismo. Lo que ocurre es que el trabajo realizado por una fuerza conservativa se realiza siempre a expensas de una pérdida en la energía potencial del cuerpo.

b) ¿Sería posible que un metal, M, no experimente efecto fotoeléctrico con luz naranja y sí ocurriese con luz roja?

Es imposible. La luz naranja es de mayor frecuencia y, por consiguiente, está constituida por fotones más energéticos ($E_{fotón} = h \cdot f$) que la luz roja.

Si la radiación naranja no supera la frecuencia umbral para la extracción de electrones, la radiación roja tampoco lo hará.

c) Cuál será la velocidad máxima de las oscilaciones de una masa de 100 gramos unida a un muelle de K= 50 N/m que ha sido estirada 20 cm.

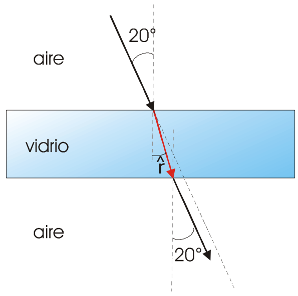
Calculamos la energía mecánica a partir del dato de la amplitud y la constante de elasticidad:

$$E_{total} = \tfrac{1}{2} K \cdot A^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 50 \text{ N/m} \cdot (0{,}2 \text{ m})^2 = 1 \text{ J}$$

Cuando el muelle pase por el punto de equilibrio, toda la energía se habrá convertido en cinética, por consiguiente:

$$\tfrac{1}{2} m \cdot v^2_{máx} = E_{total} \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 J}{0{,}1 kg}} = \underline{4{,}47 \tfrac{m}{s}}$$

d) Un rayo de luz incide sobre una lámina de vidrio con un ángulo de 20º. Dibuja la marcha de los rayos y calcula el ángulo del rayo en el interior del vidrio sabiendo que n_{vidrio}/n_{aire}= 1,5.



Aplicando la ley de Snell, para el rayo incidente desde el aire al vidrio, tenemos:

$$n_{aire} \cdot sen 20° = n_{vidrio} \cdot sen \hat{r}$$

de donde, despejando $\hat{r}$: $\hat{r} = \arcsen \underbrace{\left(\frac{n_{aire}}{n_{vidrio}} \cdot sen 20° \right)}_{\frac{1}{1{,}5} \cdot sen 20°} \simeq \underline{13{,}2°}$

2.- La perturbación, Ψ, asociada a una nota musical tiene por ecuación:

$\Psi(x,t)=5,5\cdot 10^{-3}$ sen (2764,6 t - 8,11 x) en unidades S.I.

a) Explique las características de la onda y determine su frecuencia, longitud de onda, periodo y velocidad de propagación del sonido.

b) ¿Cómo se modificaría la ecuación de onda anterior si, al aumentar la temperatura del aire, la velocidad de propagación aumenta hasta un valor de 353 m s^{-1}?

a) El sonido consiste en una oscilación longitudinal de las partículas del medio, de modo que estas se agolpan y separan, oscilando en la misma dirección en la que se propaga la onda sonora. La magnitud ψ puede referirse tanto a fluctuaciones de presión como a posición de las partículas en la horizontal. En el primer caso, supondría A= $5,5\cdot 10^{-3}$ Pa. Sin embargo esa es una presión excesivamente baja, por lo que ψ podría referirse a elongaciones en m.

La frecuencia se obtiene de la pulsación:

$$\omega = 2764,6 \text{ rad/s}$$

$$\text{como } \omega=2\pi\upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2764,6\ \cancel{rad}/s}{2\pi\ \cancel{rad}} = \underbrace{\underline{440 Hz}}_{\text{que corresponde don la nota La}}$$

La longitud de onda se obtiene del número de ondas:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi rad}{9,11 m^{-1}} = \underline{0,775 m}$$

Y, a partir de ese dato ya podemos calcular la velocidad:

$$v= \lambda\cdot\vartheta = 0,775 \text{ m} \cdot 440 \text{ s}^{-1} = 341 \text{ m/s}$$

b) Lo que no variará será la frecuencia de las oscilaciones ya que estas provienen de un foco cuya dinámica de oscilación es independiente del medio. Ahora bien, si la velocidad del sonido aumenta los frentes de onda recorrerán más distancia en un periodo, por lo que la longitud de onda aumentará proporcionalmente al aumento de la velocidad de propagación.

Así pues ϑ es constante, pero v cambia. Como existe una relación entre ellas:

$v= \lambda \cdot \vartheta$, o bien $\lambda = v/\vartheta$; significa que la longitud de onda es directamente proporcional a la velocidad de propagación. Podemos calcular, de modo sencillo la nueva longitud de onda (λ_2):

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{v_1}{\vartheta} \\ \lambda_2 &= \frac{v_2}{\vartheta} \end{aligned}\right\} \text{dividiendo miembro a miembro: } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{v_2}{\cancel{\vartheta}}}{\frac{v_1}{\cancel{\vartheta}}} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\text{Por tanto: } \lambda_2 = \lambda_1 \cdot \frac{v_2}{v_1} = 0,775 m \cdot \frac{353\ \cancel{m/s}}{341\ \cancel{m/s}} \approx \underline{0,802 m}$$

Así pues, quedará: $k = \dfrac{2\pi}{0,802 m} = 7,83 m^{-1}$, y la ecuación:

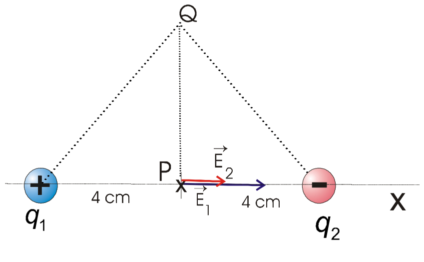
$\Psi(x,t)=5,5\cdot 10^{-3}$ sen (2764,6 t - 7,83 x) (S.I.)

3.- Dos cargas puntuales q_1= +2,0 nC y q_2=-1,0 nC, están fijas y separadas una distancia de 8 cm. Calcula:

a) El campo eléctrico en el punto medio de la recta que las une (P)

b) El trabajo necesario para transportar una carga q_3=+3,0 nC desde P a Q.

Datos: K= $9,00\cdot 10^9$ $N\cdot m^2\cdot C^{-2}$.



a) El campo eléctrico creado por una carga q en un punto P situado en una posición $\vec{r}$, viene dado por la expresión:

$$\vec{E} = K\frac{q}{r^2}\hat{r} \;\; ; \;\; \text{o bien:} \;\; \vec{E} = K\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

La acción simultánea de las cargas q_1 y q_2 está representada en el diagrama adjunto. Los campos están alineados por estar el punto P en la línea que une ambas cargas.

Considerando que las cargas están dispuestas en el eje x, podemos escribir

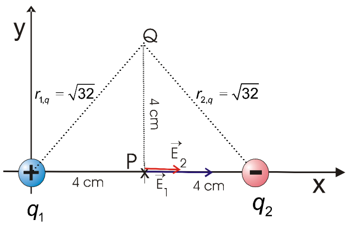
$$\vec{E}_1 = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{2\cdot 10^{-9}C}{(0{,}04m)^3}\cdot 0{,}04\hat{i} = 1{,}125\cdot 10^4\,\hat{i}\,(\tfrac{N}{C})$$

$$\vec{E}_2 = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{-1\cdot 10^{-9}C}{(0{,}04m)^3}\cdot(-0{,}04\hat{i}) = 0{,}563\cdot 10^4\,\hat{i}\,(\tfrac{N}{C})$$

El campo total será la suma vectorial de ambos: $\begin{cases} \vec{E}_{total} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \boxed{1{,}69\cdot 10^4\,\hat{i}\,(\tfrac{N}{C})} \\ \left|\vec{E}_{total}\right| = 1{,}69\cdot 10^4\,\tfrac{N}{C} \end{cases}$

b) El trabajo necesario para transportar una carga podemos calcularlo, con independencia del camino que siga esta, a partir de la variación de la energía potencial que experimenta dicha carga bajo la acción del campo creado por las cargas q_1 y q_2, dado que el campo eléctrico es conservativo. Así:

$$W_{P\to Q} = -\Delta E_p = -q\cdot\Delta V = q_3\cdot(V_P - V_Q)$$



El potencial es una magnitud escalar, de modo que el potencial en un punto es la suma de los potenciales que crea cada una de las cargas del sistema. Es decir:

$$V_P = V_{1,P} + V_{2,P} \;\; ; \;\; \text{y} \;\; V_Q = V_{1,Q} + V_{2,Q}$$

Desarrollando:

$$V_p = K\frac{q_1}{r_{1,p}} + K\frac{q_2}{r_{2,p}} = K\cdot\left(\frac{q_1}{r_{1,p}} + \frac{q_2}{r_{2,p}}\right) = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^{\cancel{2}}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\left(\frac{2\cdot 10^{-9}\,\cancel{C}}{0{,}04\,\cancel{m}} + \frac{-1\cdot 10^{-9}\,\cancel{C}}{0{,}04\,\cancel{m}}\right) = 450V - 225V = 225V$$

$$V_Q = K\cdot\left(\frac{q_1}{r_{1,q}} + \frac{q_2}{r_{2,q}}\right) = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^{\cancel{2}}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\left(\frac{2\cdot 10^{-9}\,\cancel{C}}{\sqrt{32}\cdot 10^{-2}\,\cancel{m}} + \frac{-1\cdot 10^{-9}\,\cancel{C}}{\sqrt{32}\cdot 10^{-2}\,\cancel{m}}\right) = 318V - 159V = 159V$$

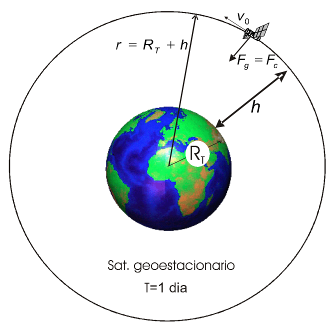
Podemos calcular el trabajo realizado por el campo al trasladar la carga q_3 como la variación de energía potencial entre dichos puntos cambiada de signo: $W_{P\to Q} = -\Delta E_p = -q_3\cdot\Delta V$.

Como lo que nos piden es el trabajo que hemos de realizar nosotros, en cuyo caso hemos de aplicar una fuerza de igual valor pero de signo contrario a la ejercida por el campo, la expresión será: $W_{P\to Q}\,(ext) = \Delta E_p = q_3\cdot\Delta V = q_3\cdot(V_Q - V_P)$; sustituyendo valores:

$W_{P\to Q}\,(ext) = 3\cdot 10^{-9}\,C\cdot(159V - 225V) = -\underline{1{,}98\cdot 10^{-7}\,J}$

El signo negativo indica que no hay que realizar trabajo sino que, al contrario, es la carga la que realiza trabajo al desplazarse de P a Q. Es decir, se trata de un proceso espontáneo ya que la carga (positiva) va de un punto de mayor a otro de menor potencial.

4.- **a) Calcula la altura a la que hay que elevar un satélite para que sea geoestacionario.**
b) Calcula la energía necesaria para colocarlo en órbita si su masa es de 1000 kg. Ignora la velocidad de rotación de la Tierra sobre si misma.
Datos: $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,N\,m^2\,kg^{-2}$; $R_T = 6370\,km$, $M_T = 6\cdot 10^{24}\,kg$



Si el satélite es geoestacionario, entonces: T= 1 día=86400 s

Llamaremos: **R_T** al radio de la Tierra.
r al radio orbital
h a la altitud a la que órbita el satélite

En el movimiento orbital se cumple que la fuerza gravitatoria es la que hace girar al satélite. Es decir:

$$F_c = F_g \quad \Rightarrow \quad \cancel{m_s}\cdot\frac{v_o^2}{r} = G\cdot\frac{\cancel{m_s}\cdot M_T}{r^2} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{G\cdot M_T}{v_0^2} \quad (1)$$

No disponemos de v_0 pero podemos expresarlo en función del radio de r y T:

$$v_o^2 = (\omega\cdot r)^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad (2)$$

Sustituyendo el valor obtenido en (2) en la ecuación (1), tenemos:

$$r = \frac{G\cdot M_T}{\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}} = \frac{G\cdot M_T\cdot T^2}{4\pi^2 r^2} \quad \Rightarrow \quad r^3 = \frac{G\cdot M_T\cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{N\cdot m^2}{kg^2}\cdot 6\cdot 10^{24}\,kg\cdot 86400s}{4\cdot\pi^2}} \simeq 42.300.000m$$

Con lo que: $h = r - R_T = 43300km - 6400km = \underline{35900km}$

Por consiguiente, un satélite geoestacionario orbita a unos 36000 km sobre la superficie terrestre.

b) Habremos de comunicarle tanto trabajo como diferencia de energía exista entre la posición final e inicial: $W_{órbita} = E_F - E_0$

Ignorando la rotación terrestre que sí que suele aprovecharse en los lanzamientos, tendremos que:

$$W_{órbita} = (E_{p,f} + E_{c,f}) - E_{p,o} = -G\frac{m_s M_T}{r} + \frac{1}{2}\cdot m_s\cdot v_o^2 + G\cdot\frac{m_s M_T}{R_T}$$

$$W_{órbita} = m_s\cdot\left[\underbrace{\frac{4\pi^2 r^2}{2T^2}}_{según\ (2)} + \frac{GM_T}{R_T} - \frac{GM_T}{r}\right] = m_s\cdot\left[\frac{4\pi^2 r^2}{2T^2} + GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r}\right)\right]$$

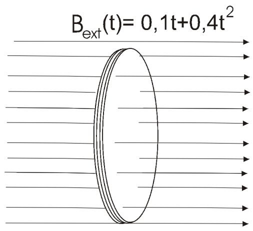
Sustituyendo los valores conocidos, tenemos: $W_{órbita} = 5{,}8\cdot 10^{10}$J

5.- Una bobina circular de 4 cm de radio y 30 vueltas se coloca en el seno de un campo magnético dirigido paralelamente a su eje, como se aprecia en el dibujo. El módulo del campo varía, en función del tiempo, según la expresión: B(t)= 0,1t +0,4t² (SI).

a) Explica con el máximo detalle el fenómeno que tendrá lugar en la espira.

b) Calcula el flujo magnético en la bobina en el instante t= 10,0 s.

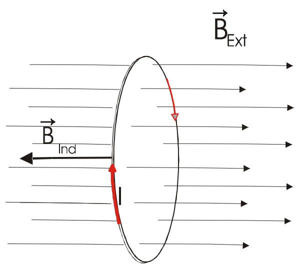
c) Calcula la fem inducida en el instante t=5,00 s.



a) La bobina se mantiene en reposo, por lo que $\vec{S}$ se mantiene constante, pero el campo magnético $\vec{B}$ varia, aumentando con el tiempo según la expresión que nos ofrecen. En consecuencia, el flujo a través de la bobina aumentará paulatinamente. El resultado, según la ley de Lenz, es que se inducirá corriente que cree un campo magnético de sentido opuesto al externo, oponiéndose al aumento de flujo a su través.

Utilizando la regla de la mano derecha podemos deducir el sentido de la corriente inducida, que se indica en el dibujo.

Puesto que el campo externo crece de forma cuadrática el flujo también lo hará, y la f.e.m. dada por $\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt}$ crecerá linealmente.



b) El flujo del campo magnético aplicado, a través de la sección de la bobina, viene dado como el producto escalar de los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$. Esto es:

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\alpha = (0{,}1t + 0{,}4t^2)T\cdot\pi\cdot(0{,}04m)^2\cdot\cos 0^o$$

$$\boxed{\Phi = 5{,}03\cdot10^{-4}t + 2{,}01\cdot10^{-3}t^2 \quad (\text{Wb})}$$

para t=10s: $\Phi_{10} = 5{,}03\cdot10^{-4}\cdot10 + 2{,}01\cdot10^{-3}10^2 \simeq \underline{0{,}206\ (\text{Wb})}$

c) La fuerza electromotriz inducida en un circuito se debe a la variación del flujo magnético, que como establece la ley de Faraday-Lenz pude obtenerse a partir de la derivada:

$$\varepsilon = -N\cdot\frac{d\Phi}{dt} = -30\cdot(5{,}03\cdot10^{-4} + 4{,}02\cdot10^{-3}t) = -(1{,}51\cdot10^{-2} + 0{,}121t)$$

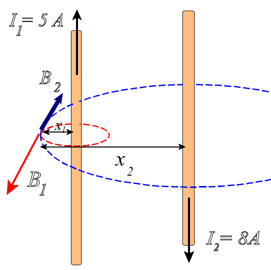
recordemos que N es el número de espiras que recorre la bobina y que el signo negativo indica que la corriente circula en sentido tal que se opone a la variación de flujo. Podemos tomar el valor absoluto para mayor claridad.

$$\varepsilon(t = 5{,}00s) = 1{,}51\cdot10^{-2} + 0{,}121\cdot5{,}00 = \underline{0{,}620V}$$

6.- Dos conductores rectilíneos paralelos y muy largos separados 10 cm, transportan corrientes de 5 y 8 A, respectivamente, en sentidos opuestos.

a) Dibuje en un esquema el campo magnético producido por cada uno de los conductores en un punto del plano definido por ellos y situado a 2 cm del primero y 12 cm del segundo y calcule la intensidad del campo total.

b) Dibuja, en otro esquema, la fuerza con que interaccionan los cables y determina su valor por unidad de longitud. $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ N A^{-2}



a) El sentido de los campos creados por los cables se obtiene por aplicación de la regla de la mano derecha.

Se observa que los campos creados por ambos cables llevan la misma dirección pero sentido contrario, tendiendo a eliminarse.

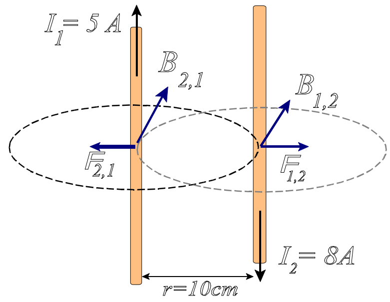
El valor del campo creado por una corriente rectilínea e indefinida viene dada por la expresión:

$$B = \mu\cdot\frac{I}{2\pi r}$$

por lo que el campo total será:

$$\vec{B}_{res} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu\cdot I_1}{2\pi x_1}\hat{k} - \frac{\mu\cdot I_2}{2\pi x_2}\hat{k} = \frac{\mu}{2\pi}\left(\frac{I_1}{x_1} - \frac{I_2}{x_2}\right)\hat{k} = \frac{4\cancel{\pi}\cdot10^{-7}T\cdot\cancel{m}\cdot A^{-1}}{2\cancel{\pi}}\left(\frac{5A}{0{,}02m} - \frac{8A}{0{,}12m}\right)\hat{k} = \underline{3{,}67\cdot10^{-5}\hat{k}(T)}$$

b) Según puede apreciarse en el diagrama adjunto, la interacción entre corrientes contrarias será de tipo repulsivo.



Obsérvese cómo aunque los campos que cada cable crea sobre el vecino no tienen el mismo valor, las fuerzas sí son iguales y opuestas (lo cual puede deducirse por simple aplicación del tercer principio de la dinámica newtoniana).

La interacción entre corrientes viene dada por la expresión:

$$F_{1,2} = F_{2,1} = I_2\cdot L\cdot B_1\cdot sen\alpha = \mu_0\cdot L\cdot\frac{I_1\cdot I_2}{2\pi r}$$

Expresión que puede obtenerse combinando la ley de Laplace con la del campo creado por una corriente rectilínea apuntada antes.

Sustituyendo valores: $F_{1,2} = F_{2,1} = 4\cancel{\pi}\cdot10^{-7}Tm\cdot A^{-1}\cdot1m\cdot\frac{5A\cdot8A}{2\cancel{\pi}\cdot0{,}1m} = \underline{8\cdot10^{-5}N}$