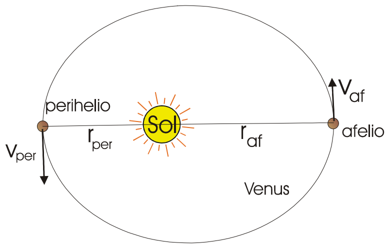
Campos Gravitatorio y Eléctrico
EXAMEN RESUELTO

CUESTIONES *(1 punto)*

1.- El planeta Venus, como todos los planetas, describe una órbita ligeramente elíptica, variando su distancia al Sol desde 0.728 UA en el afelio, hasta 0.718 UA en el perihelio. ¿Qué magnitudes físicas se conservan en la rotación de Venus? Sabiendo que la velocidad en el afelio es de 3.48·10⁴ m/s, calcula su velocidad en el perihelio.



La fuerza gravitatoria es una fuerza central y conservativa, por lo que en la rotación de cualquier planeta se conservarán:

1) La energía mecánica: $E_0=E_f$, o también: $\Delta E_c = -\Delta E_p$
2) y el momento angular o cinético. Como

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{L}=cte$$

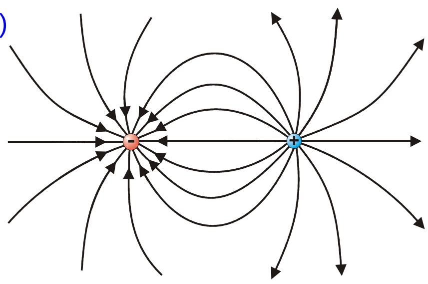
Como se cumple que: $L_{afelio}= L_{perihelio}$, tenemos:

$$\cancel{m_{venus}} \cdot r_{af} \cdot v_{af} = \cancel{m_{venus}} \cdot r_{per} \cdot v_{per}$$

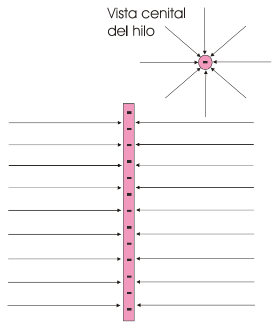
$$v_{per} = \frac{r_{af}}{r_{per}} \cdot v_{af} = \frac{0{,}728\,\cancel{UA}}{0{,}718\,\cancel{UA}} \cdot 3{,}48 \cdot 10^4 \,\tfrac{m}{s} = \underline{3{,}53 \cdot 10^4 \,\tfrac{m}{s}}$$

2.- Dibuja las líneas de campo creadas por:
a) un dipolo eléctrico y
b) un hilo recto, de longitud indefinida, cargado negativamente.

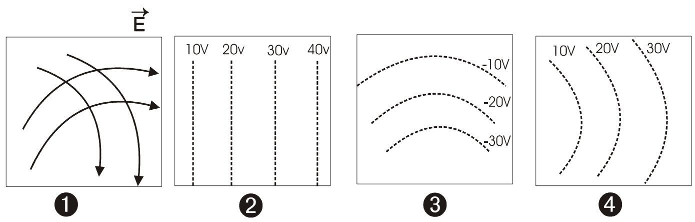
a)



b)



3.- Las ilustraciones siguientes corresponden a campos eléctricos en ciertas regiones. Razona si pueden corresponder a situaciones posibles o no. En caso afirmativo indica qué puede producirlos y si es imposible cuál es el error.



La figura ❶ representa una situación imposible ya que las líneas de campo no pueden cortarse, ya que eso supone la existencia de dos valores de campo distintos en un mismo punto.

La ❷ podría corresponder a una placa positiva situada a la derecha del dibujo, ya que los valores de potencial son positivos y disminuyen de derecha a izda.

El campo ❸ puede ser generado por una esfera, una carga puntual o un cable normal a la superficie del papel cargado negativamente y situado en la zona inferior, ya que los potenciales son negativos y disminuyen radialmente hacia abajo.

El campo ❹ no puede ser generado por una esfera o carga + ya que las lineas de campo radiales brotarían de izquierda a derecha, pero el potencial aumenta en ese sentido en lugar de disminuir.

Sí que podría ser posible con una distribución de carga positiva en una superficie cóncava situada a la derecha.

4.- Explica el comportamiento de materiales conductores y dieléctricos bajo la influencia de un campo eléctrico.

Consulta la teoría

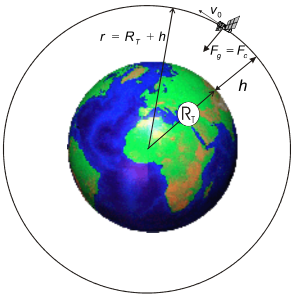
PROBLEMAS *(2 puntos)*

5.- Un satélite de 500 kg orbita circularmente a 400 km de altitud sobre la superficie terrestre. Determina:

a) La velocidad orbital y el periodo de revolución del satélite.

b) La energía mecánica del satélite. Reflexiona sobre el resultado.

Datos: R_T= 6370 km, g_0= 10 m s^{-2}



Datos: g_0= 10 m s^{-2}
R_T= 6370km = $6,37 \cdot 10^6$ m
r = R_T + h = $6,77 \cdot 10^6$ m
m_s = 500 kg

Dado que: $g_0 = G\dfrac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow \underline{G \cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2}$ (1)

Relación que nos será de interés en la resolución del problema.

a) Partiendo de las expresiones de velocidad angular:

$$\left.\begin{array}{l} \omega = \dfrac{2\pi}{T} \\ \omega = \dfrac{v_0}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{v_0}{r} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi r}{v_0} \quad (2)$$

Así pues, para calcular el período necesitamos conocer la velocidad orbital, que no tenemos. La expresión de esta, se obtiene a partir del hecho de que la fuerza que hace girar al satélite es la fuerza de atracción gravitatoria. Es decir:

$$F_g = F_c \quad \Rightarrow \quad G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m_s}}{(R_T + h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m_s} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{R_T + h}} \quad \text{, de donde:}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} \xrightarrow{\text{aprovechando (1)}} v_0 = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{10\,\frac{m}{s^2} \cdot \left(6,37 \cdot 10^6\, m\right)^2}{6,77 \cdot 10^6 m}} \simeq 7740\, m/s = \underline{7,74\, km/s}$$

Sustituyendo la velocidad orbital en (2), tenemos finalmente el periodo:

$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6,77 \cdot 10^6\, \cancel{m}}{7740\, \frac{\cancel{m}}{s}} = 5496 s \simeq 5500 s \simeq \underline{1,53 horas}$$

b) La energía mecánica será la suma de las energías cinética y potencial, esto es:

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m_s \cdot v_0^2 - \frac{\overbrace{G \cdot M_T}^{g_0 \cdot R_T^2} \cdot m_s}{R_T + h}; \quad \text{introducimos valores:}$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot 500 kg \cdot (7,74 \cdot 10^3\, \tfrac{m}{s})^2 - \frac{10\,\frac{m}{s^2} \cdot \left(6,37 \cdot 10^6\, m\right)^2 \cdot 500 kg}{6,77 \cdot 10^6 m} = 1,50 \cdot 10^{10} J - 3,03 \cdot 10^{10} J = \underline{-1,53 \cdot 10^{10} J}$$

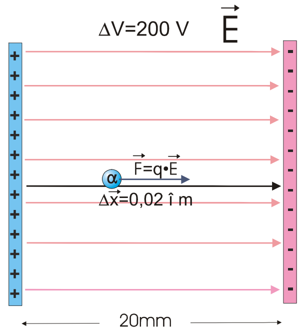
La energía mecánica de un satélite ha de ser negativa, lo que significa que está ligado al planeta. Si su energía fuese superior a 0, seguiría una trayectoria hiperbólica y escaparía al infinito.

6.- Tenemos un condensador de placas planas paralelas, separadas 20 mm, y sometidas a una diferencia de potencial de 200 V.

a) Dibuja las lineas de campo entre las placas, calcula su valor y exprésalo vectorialmente.

b) Si se deja una partícula α (q= +2e) en libertad sobre la superficie de la placa positiva del condensador, con qué velocidad impactará sobre la placa negativa.

Datos: $m_\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg ; e= $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C



a) Δx= 0,020m
ΔV = 200 V

Dado que entre las placas existe un campo eléctrico uniforme, podemos utilizar la siguiente relación entre campo y potencial:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{200V}{0{,}020m} = \underline{10.000 \tfrac{N}{C}}|$$

Según el dibujo, como el campo va de izda a dcha, será: $\boxed{\vec{E} = 10^4 \hat{i} \ \left(\tfrac{N}{C}\right)}$

b) Si abandonamos una partícula α en reposo, es decir sin energía cinética inicial, la fuerza eléctrica a la que se verá sometida la impulsará hacia la derecha. Dicha fuerza será constante, ya que el campo es uniforme, por lo que podemos calcular el trabajo a través de su expresión más sencilla, como producto de fuerza por desplazamiento:

$$W = \Delta E_c = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}$$

Así pues: $\frac{1}{2} m_\alpha \cdot v_F^2 = \overset{2e}{\overbrace{q}} \cdot \vec{E} \cdot \Delta \vec{x} \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = \frac{4e \cdot \vec{E} \cdot \Delta \vec{x}}{m_\alpha}$

$$v_F = \sqrt{\frac{4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cancel{C} \cdot 10000 \hat{i} \frac{N}{\cancel{C}} \cdot 0{,}02 \ \hat{i} \ m}{6{,}7 \cdot 10^{-27} kg}} \simeq 1{,}38 \cdot 10^5 \ m/s = \underline{138 \tfrac{km}{s}}|$$

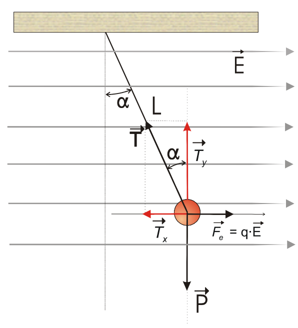
La partícula se desplaza movida por la fuerza eléctrica hacia la placa negativa, aunque también podemos interpretarlo en términos energéticos: se mueve hacia la placa de menor potencial, disminuyendo su energía potencial y aumentando la cinética en la misma medida.

7.- Una esfera de plástico de 2 g se encuentra suspendida de un hilo de 20 cm de longitud y, al aplicar un campo eléctrico uniforme y horizontal de 10^3 N/C, el hilo forma un ángulo de 15º con la vertical.

a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico y todas las fuerzas que actúan sobre la esfera, y determine su carga eléctrica.

b) Explique cómo cambia la energía potencial de la esfera al aplicar el campo eléctrico.

Datos: K=$9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2} ; g = 10 m s^{-2}



a) La situación de equilibrio final alcanzado supone que:

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_e = 0$$

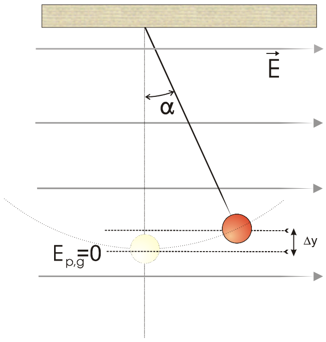
Por componentes: $T_x = F_e \quad \rightarrow \quad$ T·sen15º= q·E
$T_y = mg \quad \rightarrow \quad$ T·cos15º= mg

Dividiendo ambas ecuaciones, miembro a miembro, tenemos:

$$\frac{T \cdot sen\ 15º}{T \cdot \cos 15º} = \frac{q \cdot E}{mg} \quad \Rightarrow \quad \text{tg } 15º = \frac{qE}{mg}$$

Y despejando q: $q = \frac{mg}{E} \cdot tg15º = \frac{0{,}002kg \cdot 10 \frac{m}{s^2}}{1000 \frac{N}{C}} \cdot tg15º \simeq 5{,}4 \cdot 10^{-6} C = \underline{5{,}4 \mu C}|$

El signo de la carga es desconocido dado que no se dispone de información suficiente, no obstante, en el dibujo se ha supuesto que la carga de la bolita era positiva.



b) Tomando el nivel inicial de la bola como origen de energías potenciales gravitatorias, podemos decir que al principio, cuando la bolita estaba colgada verticalmente, no tenía energía ni potencial ni cinética.

Al aplicar el campo eléctrico, la fuerza impulsa a la bolita que se desplaza, espontáneamente, hacia puntos de menor energía potencial eléctrica. Ese desplazamiento espontáneo dentro del campo eléctrico supone una disminución en la energía potencial eléctrica y debería repercutir aumentando la cinética, dado que se trata de un campo conservativo.

Pero como la bolita está anclada por el cable, la tensión retiene a la bolita impidiéndole el movimiento libre y haciéndola ascender un Δy. El resultado final es que la bolita aumenta su energía potencial gravitatoria en lugar de la cinética a expensas del trabajo realizado por el campo eléctrico.

Por tanto, se cumple que: $\Delta E_{p,g} = - \Delta E_{p,e}$, o también: $q\Delta V = - mg\Delta y$