RECUPERACIÓN DE FÍSICA
1ª EVALUACIÓN. ENERO 2006

CUESTIONES

1.- a) Defina energía potencial a partir del concepto de fuerza conservativa.
b) Explique por qué, en lugar de energía potencial en un punto, deberíamos hablar de variación de energía potencial entre dos puntos. Ilustre su respuesta con algunos ejemplos.

(1 punto)

2.- ¿Sobre un cuerpo que gira... toda fuerza que actúe producirá una variación en su momento angular? Justifica tu respuesta

(1 punto)

3.- Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto x_1 hasta otro punto x_2 , realizando un trabajo de 50 J.
a) Determine la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en x_1 , ¿cuánto valdrá en x_2 ?
b) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en x_1, ¿cuál será la velocidad en x_2 ?; ¿cuál será la variación de su energía mecánica?

(2 puntos)

PROBLEMAS

4.- La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es: $y(x,t) = 0{,}05 \text{ sen } \pi (25 t - 2 x)$ (S.I.)
a) Explique de qué tipo de onda se trata y en qué sentido se propaga e indique cuáles son su amplitud, frecuencia y longitud de onda.
b) Calcule la velocidad de propagación de la onda y la velocidad del punto x = 0 de la cuerda en el instante t = 1 s y explique el significado de cada una de ellas.

5.- Un trineo de 100 kg desliza por una pista horizontal al tirar de él con una fuerza F, cuya dirección forma un ángulo de 30º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento es 0,1.
a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el trineo y calcule el valor de F para que el trineo deslice con movimiento uniforme.
b) Haga un análisis energético del problema y calcule el trabajo realizado por la fuerza F en un desplazamiento de 200 m del trineo. ($g= 10 \text{ m s}^{-2}$)

6.- Un cuerpo de masa 2 kg está unido a un muelle horizontal de constante elástica k=5kN/m. Se alarga el muelle 10 cm y se deja libre. Calcula:
a) La frecuencia, el período y la amplitud del movimiento.
b) La velocidad y aceleración máxima del cuerpo.

RECUPERACIÓN DE FÍSICA
1ª EVALUACIÓN. ENERO 2006

1.- ***a) Defina energía potencial a partir del concepto de fuerza conservativa.***
b) Explique por qué, en lugar de energía potencial en un punto, deberíamos hablar de variación de energía potencial entre dos puntos. Ilustre su respuesta con algunos ejemplos.

a) Las fuerzas se diferencian en: conservativas y no conservativas.

Las primeras son aquellas para las que podemos calcular el trabajo que realizan considerando el punto inicial y final, con independencia del camino. Si en una región del espacio actúa una fuerza conservativa, se habla de campo conservativo. En tal región puede definirse una función matemática que es función, exclusivamente de la posición, con la que podríamos calcular las variaciones de energía en un recorrido cualquiera con independencia del camino recorrido por el cuerpo. A dicha función se la conoce como función energía potencial.
Son fuerzas conservativas las fuerzas elásticas, gravitatorias y electrostáticas. De manera que existen las denominadas energías potenciales elástica, gravitatorio o electrostática.

b) En verdad, en un proceso en el que actúa una fuerza conservativa lo que importa es el cambio en la energía potencial y no qué valores tiene al principio y al final. Es decir, la energía potencial es relativa, no absoluta. Esta es una de las cuestiones que más llaman la atención al estudiar el campo gravitatorio, en el que se toma como referencia que $E_p(\infty)=0$.

Un ejemplo sencillo puede ser el siguiente. Imaginemos una maceta de 2 kg en un quinto piso, esto es a unos 15m de altura. ¿Qué energía tiene la maceta? La respuesta es bien distinta para un viandante que para una persona asomada al 3^er^ piso (a unos 9 m de altura sobre el suelo). Está claro que la maceta golpearía al viandante con más violencia que al vecino del 3º.

Para un viandante, el impacto sería de ($2\text{kg}\cdot 15\text{m}\cdot 10\text{m/s}^2$) unos 300 J. Pero para el vecino del 3º el impacto sería de ($2\text{kg}\cdot 6\text{m}\cdot 10\text{m/s}^2$) unos 120 J. Así pues, la energía efectiva que la maceta tiene para el viandante será distinta que para el vecino del 3º, con lo que cada uno podría adjudicar un valor absoluto diferente a esta. No obstante, y sea cual sea el observador sí estarán de acuerdo que en un recorrido cualquiera la maceta ha realizado un trabajo definido que puede calcularse como diferencia de energías potenciales final e inicial.

2.- ¿Sobre un cuerpo que gira... toda fuerza que actúe producirá una variación en su momento angular? Justifica tu respuesta

La definición de momento angular es: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. Se lo derivamos respecto al tiempo, obtenemos la ecuación fundamental de la dinámica de rotación.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p}}_{\substack{\text{esto es cero ya que}\\ \vec{v}\text{ y }\vec{p}\text{ son paralelos}}} + \underbrace{\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}}_{\substack{\text{esto es un momento}\\ \text{de fuerza }(\vec{r}\times\vec{F})\text{ respecto}\\ \text{al punto O, centro de giro.}}}$$

Finalmente: $$\boxed{\vec{M}_o = \frac{d\vec{L}}{dt}}$$

O sea, que lo que produce variaciones en el giro de un cuerpo no es la presencia o ausencia de fuerzas sino de momentos.

Así, si: $\vec{M}_o = 0 \Rightarrow \vec{L} = cte \Rightarrow$ se conserva el momento cinético, es decir existe equilibrio en la rotación. Como el momento de fuerzas es: $\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$; valdrá cero, y por tanto se conservará el momento cinético, cuando:

✓ *No actúan fuerzas sobre el cuerpo*

✓ *Cuando actúen fuerzas pero los momentos originados por ellas se anulan entre si.*

✓ *Cuando la fuerza y el vector de posición respecto al centro de giro sean paralelos, como ocurre en el caso de la interacción gravitatoria. Por eso se conserva el momento angular en el movimiento de planetas, cometas, satélites...*

3.- Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto x_1 hasta otro punto x_2 , realizando un trabajo de 50 J.

a) Determine la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en x_1 , ¿cuánto valdrá en x_2 ?

b) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en x_1, ¿cuál será la velocidad en x_2 ?; ¿cuál será la variación de su energía mecánica?

a) Cuando una fuerza conservativa realiza un trabajo, lo hace a expensas de una variación de energía potencial, cumpliéndose que $W = -\Delta E_p$

Por consiguiente, como el trabajo es de 50 J tenemos que: $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = -50$ J

Así, $E_{p,2} = E_{p,1} - 50 \text{ J} = 0 - 50 \text{ J} = \underline{-50 \text{ J}}$

b) Toda trabajo produce una variación en la energía cinética y, como en el caso de las fuerzas conservativas la energía mecánica se conserva, debe cumplirse que: $\Delta E_c = -\Delta E_p = 50$ J.

Por tanto, la disminución en la Ep produce un aumento en la energía cinética de 50 J.
La variación de velocidad podemos obtenerla, fácilmente:

$$E_{c,x1} = \tfrac{1}{2} m v_2^2 = 50 J \xrightarrow{\text{de donde}} v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 J}{0{,}005 Kg}} = 140 m/s$$

La energía mecánica que, inicialmente, en x_1 valía 0 valdrá siempre 0 ya que la fuerza que actúa tiene carácter conservativo. Así podrán producirse variaciones en la E_p o en la E_c pero siempre de forma que globalmente la energía total sea 0.

PROBLEMAS

4.- La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es: y(x,t) = 0,05 sen π (25 t – 2 x) (S.I.)

a) Explique de qué tipo de onda se trata y en qué sentido se propaga e indique cuáles son su amplitud, frecuencia y longitud de onda.

b) Calcule la velocidad de propagación de la onda y la velocidad del punto x = 0 de la cuerda en el instante t = 1 s y explique el significado de cada una de ellas.

a) La ecuación es, modificando un poco: ***y(x,t) = 0,05 sen (25π t – 2 πx) (S.I.)***

Se trata de una onda transversal ya que relaciona el movimiento en una coordanada "y" para los puntos del medio indicados por la coordenada "x", perpendiculares entre si.

El signo negativo, dentro del paréntesis, indica que la onda se propaga de izquierda a derecha, por convenio.

La expresión general de un movimiento ondulatorio es: y(x,t) = A sen (ωt – kx)

Por comparación de la expresión dada y la general, tenemos que: $A = 0{,}05$ m; $\omega = 25\pi$ rad/s; $k = 2\pi$ m^{-1}

Frecuencia y longitud de onda podemos obtenerlas de sus relaciones con pulsación y número de ondas, como sigue:

$$\omega = 2\pi\upsilon \quad\Rightarrow\quad \upsilon = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{25\pi\ {}^{rad}\!/\!_{s}}{2\pi\, rad} = \underline{12{,}5 Hz}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{2\pi}\, m^{-1}} = \underline{1 m}$$

b) La velocidad con que se propaga la onda puede obtenerse de su longitud de onda y frecuencia:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\cdot\upsilon \quad\Rightarrow\quad v = 1m\cdot 12{,}5\ s^{-1} = \underline{12{,}5\ {}^{m}\!/\!_{s}}$$

El punto x=0, que es el foco, se mueve, como cualquier otro punto, con MVAS. La ecuación de movimiento para dicho punto podemos escribirla sin más que sustituir x=0 en la ecuación del M.O:

$$y(0,t) = 0{,}05\cdot sen(25\pi t - \underbrace{2\pi\cdot 0}_{0}) \quad\Rightarrow\quad y(t) = 0{,}05 \cdot sen\ 25\pi t$$

La velocidad con se mueve, vibra, dicho punto en cualquier instante, la obtenemos derivando la expresión anterior:

$$v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = 0{,}05 \cdot 25\pi \cdot \cos 25\pi t = 1{,}25\pi\cdot\cos 25\pi t$$

$$v(t = 1s) = 1{,}25\cdot\underbrace{\cos 25\pi}_{-1} = -1{,}25\pi \simeq \underline{-3{,}9\ {}^{m}\!/\!_{s}}$$

En ese instante el foco está descendiendo y pasando por la posición de equilibrio ya que la velocidad obtenida es máxima y negativa.

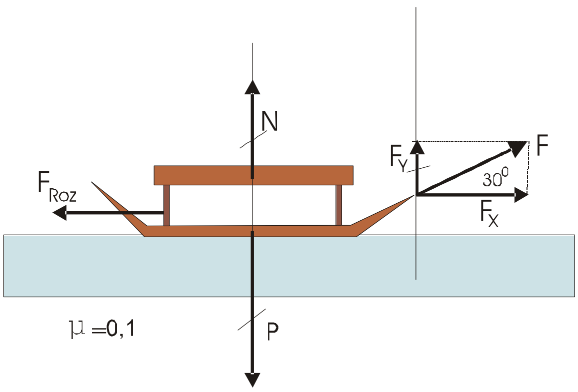
La velocidad de la onda es de 12,5 m/s y es constante. Es la velocidad con que avanza la energía pasando de punto a punto a lo largo de la cuerda. Sin embargo, la velocidad obtenida para el foco es instantánea, no constante, y es una velocidad de vibración. El punto vibra perpendicularmente al medio, por ser una onda transversal. Esa velocidad varía entre +3,9 y -3,9 m/s, pasando por todos los valores incluidos el 0 (cuando se encuentra en los puntos de máxima elongación).

5.- Un trineo de 100 kg desliza por una pista horizontal al tirar de él con una fuerza F, cuya dirección forma un ángulo de 30º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento es 0,1.

a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el trineo y calcule el valor de F para que el trineo deslice con movimiento uniforme.

b) Haga un análisis energético del problema y calcule el trabajo realizado por la fuerza F en un desplazamiento de 200 m del trineo. (g= 10 m s^{-2})

a) El diagrama es el siguiente.



Debe observarse que ha de cumplirse que:

F_y + N = P ; por tanto: $\boldsymbol{N = P - F_y}$

Es decir, el peso del trineo es sustentado tanto por la superficie (fuerza normal) como por la componente y de la fuerza aplicada.

Para que se de un M.U, esto es v=cte, ha de cumplirse que la suma de todas las fuerzas actuantes se anulen. Por tanto, en la horizontal deberá cumplirse que:

$F_x + F_{roz} = 0$; desarrollando:

$$F \cdot \cos 30^\circ - N \cdot \mu = 0$$
$$0{,}87F - (mg - F \cdot \text{sen}30^\circ) \cdot \mu = 0$$
$$0{,}87\,F - (1000N - 0{,}5F)\,0{,}1 = 0$$
$$0{,}87F - 100\,N + 0{,}05F = 0$$
$$0{,}92F = 100\,N$$
$$\boldsymbol{F} = 100\,N/0{,}92 \approx \boldsymbol{109\,N}$$

b) Actúan dos fuerzas en la dirección en que se mueve el trineo, el rozamiento y la fuerza impulsiva (F). Según el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{total} = W_F + W_{roz} = \Delta E_c$$

Y en este caso se da M.U., es decir v=cte. Por consiguiente: $\Delta E_c = 0$. Eso significa que todo el trabajo realizado por la fuerza impulsiva, W_F, que comunica energía al trineo es disipado por el rozamiento, W_{roz}.

Ambos trabajos son iguales, pero con signo contrario.

Para calcular el trabajo aplicamos la expresión: $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta s \cdot \cos\alpha$
y tenemos:

$W_F = 109\text{ N} \cdot \cos 30^\circ \cdot 200\text{ m} \approx$ ***18 900 J***

Por tanto: $W_{roz} =$ ***- 18 900 J***

6.- Un cuerpo de masa 2 kg está unido a un muelle horizontal de constante elástica k=5kN/m. Se alarga el muelle 10 cm y se deja libre. Calcula:

a) La frecuencia, el período y la amplitud del movimiento.

b) La velocidad y aceleración máxima del cuerpo.

a) La vibración ocurre en la horizontal, por lo que la expresión más correcta para el movimiento es del tipo:

$$x\,(t) = A \cdot \text{sen}\,(\omega t + \varphi_0)$$

De acuerdo con el enunciado, el movimiento arranca en una elongación de 10 cm, y eso será el extremo de las oscilaciones. Así pues: ***A= 0,1 m***.

La fase inicial, al partir de la posición de máximo alargamiento positivo será de π/2 ya que estamos empleando una función seno.

La frecuencia y el periodo pueden obtenerse a partir de la relación entre K, T (o f) y m :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}}$$

Sustituyendo valores: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{2\text{ kg}}{5000\ {}^{N}\!/_{m}}} = \underline{0{,}126s|}$

Y la frecuencia: $\nu = 1/T =$ ***7,96Hz***

b) La pulsación del movimiento es: $\omega = 2\pi\nu = 50$ rad/s

Ahora podemos escribir la ecuación del movimiento:: $x\,(t) = 0{,}1 \cdot \text{sen}\,(50t + \pi/2)$

Las expresiones de velocidad y aceleración se obtienen a partir de esta, por derivación:

$$v=\frac{dy}{dt}=0{,}1\cdot 50\cdot\cos(50t+\frac{\pi}{2})=\ 5\cdot\cos(50t+\frac{\pi}{2})\quad (S.I)$$

$$a=\frac{dv}{dt}=-5\cdot 50\cdot \mathrm{sen}(50t+\frac{\pi}{2})=-250\ \mathrm{sen}\ (50t+\frac{\pi}{2})\quad (S.I)$$

Los valores máximos de estas magnitudes se darán cuando las funciones armónicas sean la unidad, y por tanto son:

$v_{máx}$ = 5 m/s
$a_{máx}$ = 250 m/s