Ejercicios resueltos

Boletín 7

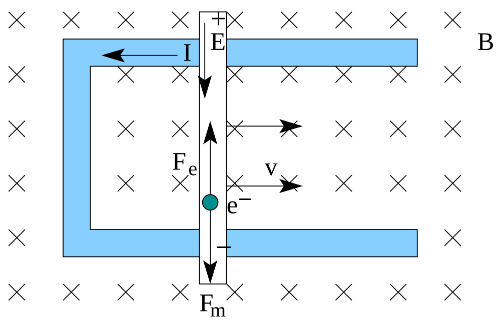
Inducción electromagnética

Ejercicio 1

Una varilla conductora, de 20 cm de longitud y 10 Ω de resistencia eléctrica, se desplaza paralelamente a sí misma y sin rozamiento, con una velocidad de 5 cm/s, sobre un conductor en forma de U, de resistencia despreciable, situado en el interior de un campo magnético de 0,1 T. Calcula la fuerza magnética que actúa sobre los electrones de la barra y el campo eléctrico en su interior. Halla la fuerza electromotriz que aparece entre los extremos de la varilla y la intensidad de la corriente eléctrica que recorre el circuito y su sentido. ¿Qué fuerza externa hay que aplicar para mantener el movimiento de la varilla? Calcula la potencia necesaria para mantener el movimiento de la varilla.

Solución 1

Considérese el circuito de la figura adjunta en el que el campo magnético tiene la dirección perpendicular al papel y sentido hacia adentro y que el conductor se mueve hacia la derecha.



1. Sobre cada electrón actúa la fuerza de Lorentz, de dirección la de la varilla y sentido hacia abajo.

$$\vec{F}_m = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow F = |q|\,v\,B = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}1 = 8 \cdot 10^{-22}\ \mathrm{N}$$

   Como consecuencia de la separación de cargas se origina un campo eléctrico en el interior del conductor. Siempre que la velocidad del conductor sea constante los módulos de la fuerza magnética y de la fuerza eléctrica que actúan sobre los electrones son iguales.

$$F_m = F_e; \quad |q|\, v\, B = |q|\, E \Rightarrow E = v\, B = 0{,}05 \cdot 0{,}1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ N/C}$$

El sentido del campo eléctrico dentro del conductor es desde las cargas positivas a las negativas.

2. La f.e.m. inducida se determina aplicando la relación entre el campo y el potencial eléctricos. Su valor absoluto es:

$$\varepsilon = E\, L = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2 = 10^{-3} \text{ V}$$

Siempre que el conductor se mueva con velocidad constante, la f.e.m. es estable y se origina una corriente eléctrica, cuyo sentido convencional es el contrario al del movimiento de los electrones. Aplicando la ley de Ohm:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{10^{-3}}{10} = 10^{-4} \text{ A}$$

3. Sobre la varilla, recorrida por la intensidad de la corriente eléctrica I, actúa una fuerza magnética de sentido opuesto al vector velocidad. Para mantener su movimiento hay que aplicar una fuerza externa de sentido contrario al de la fuerza magnética, es decir, del mismo sentido que el del vector velocidad. Esta fuerza es la que realiza el trabajo necesario para mantener la corriente eléctrica por el circuito. Su módulo es:

$$F_{ext} = I\, L\, B = 0{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

4. La potencia intercambiada por un agente externo para mantener el movimiento de varilla es:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}05 = 10^{-7} \text{ W}$$

Esta potencia se intercambia en forma de calor en la resistencia eléctrica del circuito.

$$P = I^2 \cdot R = (10^{-4})^2 \cdot 10 = 10^{-7} \text{ W}$$

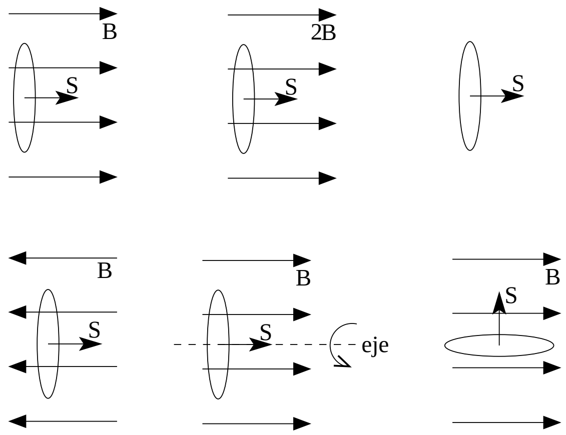
Ejercicio 2

Una bobina circular, formada por 200 espiras de 10 cm de radio, se encuentra situada perpendicularmente a un campo magnético de 0,2 T. Determina la *f.e.m.* inducida en la bobina en los casos siguientes referidos a un intervalo de tiempo igual a 0,1 s: se duplica el campo magnético; se anula el campo magnético; se invierte el sentido del campo magnético; se gira la bobina 90° en torno al eje paralelo al campo magnético; se gira la bobina 90° en torno al eje perpendicular al campo magnético.

Solución 2

Inicialmente el ángulo θ que forman los vectores campo magnético y superficie es igual a cero.

$$\phi_{B,1} = N\,\vec{B}\,\vec{S} = N\,B\,S\,\cos\theta = 200 \cdot 0{,}2 \cdot \pi \cdot (0{,}1)^2 \cdot \cos 0^\circ = 0{,}4\,\pi \text{ Wb}$$



1. Si se duplica el campo magnético, se duplica el flujo que atraviesa la bobina.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = -\frac{2\,\phi_{B,1} - \phi_{B,1}}{\Delta t} = -\frac{\phi_{B,1}}{\Delta t} = -\frac{0{,}4\,\pi}{0{,}1} = -4\,\pi \text{ V}$$

2. Si se anula el campo magnético, el flujo final es igual a cero.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = -\frac{0 - \phi_{B,1}}{\Delta t} = \frac{\phi_{B,1}}{\Delta t} = \frac{0{,}4\,\pi}{0{,}1} = 4\,\pi \text{ V}$$

3. Al invertir el sentido del campo, el flujo final es igual al inicial cambiado de signo.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = -\frac{(-\phi_{B,1}) - \phi_{B,1}}{\Delta t} = \frac{2\,\phi_{B,1}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 0{,}4\,\pi}{0{,}1} = 8\,\pi \text{ V}$$

4. No cambia la orientación entre la bobina y el campo magnético.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = 0$$

5. El flujo final es igual a cero, ya que los dos vectores son perpendiculares.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = -\frac{0 - \phi_{B,1}}{\Delta t} = \frac{\phi_{B,1}}{\Delta t} = \frac{0{,}4\,\pi}{0{,}1} = 4\,\pi \text{ V}$$

Ejercicio 3

Una bobina circular, que está formada por 100 espiras de 2 cm de radio y 10 Ω de resistencia eléctrica, se encuentra colocada perpendicularmente a un campo magnético de 0,8 T. Si el campo magnético se anula al cabo de 0,1 s, determina la fuerza electromotriz inducida, la intensidad que recorre el circuito y la cantidad de carga transportada.

¿Cómo se modifican las magnitudes anteriores si el campo magnético tarda el doble de tiempo en anularse?

Solución 3

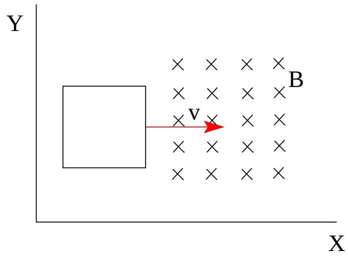
1. El flujo del campo magnético que atraviesa inicialmente a la bobina es:
$$\phi_{B,0} = N\,\vec{B}\,\vec{S} = N\,B\,S\,\cos\theta = 100 \cdot 0{,}8 \cdot \pi \cdot (0{,}02)^2 \cdot \cos 0^\circ = 0{,}032\,\pi \text{ Wb}$$
Aplicando la ley de Lenz-Faraday:
$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = -\frac{0 - 0{,}032\,\pi}{0{,}1} = 0{,}32\,\pi \text{ V}$$
Aplicando la ley de Ohm:
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0{,}32\,\pi}{10} = 0{,}032\,\pi \text{ A}$$
Aplicando la definición de intensidad:
$$q = I\,\Delta t = 0{,}032\,\pi \cdot 0{,}1 = 3{,}2 \cdot 10^{-3}\,\pi \text{ C}$$

2. Si el campo magnético tarda el doble de tiempo en anularse: $\Delta t = 0{,}2$ s, se tiene que la rapidez con la que varía el flujo magnético es menor por lo que disminuye el valor absoluto de la fuerza electromotriz inducida y el de la intensidad de la corriente eléctrica.

   Sin embargo, la cantidad de carga eléctrica transportada permanece constante, ya que no depende de la rapidez con la que varía el flujo magnético. La cantidad de carga transportada depende de la propia variación del flujo magnético, que no se modifica. En efecto:
$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t} = -\frac{0 - 0{,}032\,\pi}{0{,}2} = 0{,}16\,\pi \text{ V}$$
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0{,}16\,\pi}{10} = 0{,}016\,\pi \text{ A}$$
$$q = I\,\Delta t = 0{,}016\,\pi \cdot 0{,}2 = 3{,}2 \cdot 10^{-3}\,\pi \text{ C}$$

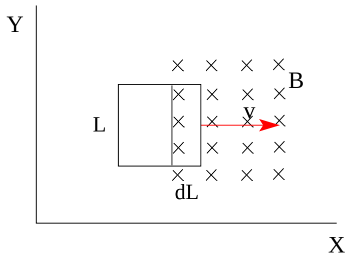
Ejercicio 4

Una espira cuadrada de 5 cm de lado, situada en el plano XY, se desplaza con velocidad $\vec{v} = 2\,\vec{\imath}$ cm/s, penetrando en el instante $t = 0$ en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = -0{,}2\,\vec{k}$ T. Calcula la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente inducidas en la espira si su resistencia es de 10 Ω. Haz un esquema indicando el sentido de la intensidad de la corriente eléctrica inducida.



Solución 4

Según avanza la espira hacia el interior del campo magnético, la superficie que delimita es atravesada por un flujo del campo magnético cada vez mayor, por lo que se genera una fuerza electromotriz inducida y una corriente eléctrica inducida que se opone a la variación del flujo.



Al cabo de un tiempo: $t = \dfrac{L}{v} = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$ s, la espira se sitúa completamente dentro del campo magnético.

A partir de ese instante el flujo del campo magnético a través de la espira permanece constante y con ello desaparece la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente eléctrica inducida.

Transcurrido un tiempo dt, desde el instante inicial, el elemento de superficie que se ha situado en el interior del campo magnético es:

$$\mathrm{d}S = L\,\mathrm{d}L = L\,v\,\mathrm{d}t$$

Los vectores $\vec{B}$ y d$\vec{S}$ son paralelos, por lo que:

$$\mathrm{d}\phi_B = \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{S} = B\,L\,v\mathrm{d}t$$

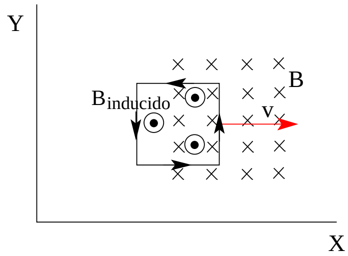
$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi_B}{\mathrm{d}t} = -B\,L\,v = -0{,}2 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}02 = -2 \cdot 10^{-4}\text{ V}$$

Aplicando la ley de Ohm:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{10} = 2 \cdot 10^{-5}\text{ A}$$

El sentido de la intensidad inducida es el contrario al de las agujas del reloj, con el fin de generar en el interior de la espira un campo magnético inducido de sentido contrario al del campo magnético inductor.

A partir del instante $t = 2{,}5$ s, cesa la variación del flujo del campo magnético y la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente eléctrica se hacen iguales a cero.

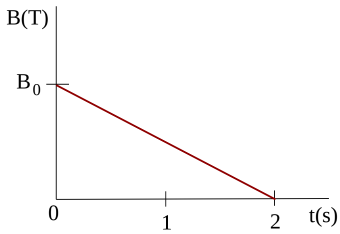


Ejercicio 5

Una espira de 10 cm^2 de área está situada perpendicularmente en el seno de un campo magnético de 1 T. Si el campo disminuye proporcionalmente hasta anularse al cabo de 2 s, calcula la fuerza electromotriz inducida. Representa de forma gráfica el campo magnético y la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo. Si el campo magnético es perpendicular al plano del papel y de sentido hacia fuera, indica en un esquema el sentido de la intensidad de la corriente eléctrica inducida en la espira.

Solución 5

1. Si el campo disminuye proporcionalmente con el tiempo responde a una ecuación de tipo: $y = a\,x + b$, con $b = B_0 = 1$ T



   Para calcular la pendiente tenemos en cuenta que $B_{t=2} = 0$, y sustituyendo en la ecuación de la recta:

$$0 = a \cdot 2 + 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

   La ecuación que describe la variación del campo magnético es:

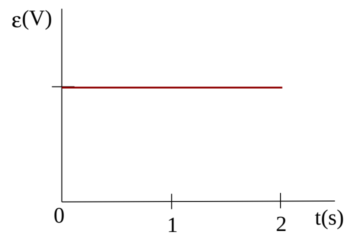
$$B(t) = 1 - \frac{1}{2}\,t$$

2. El flujo del campo magnético que atraviesa la espira, teniendo en cuenta que los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son paralelos entre sí, es:

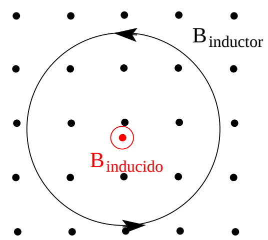
$$\phi_B = \vec{B}\,\vec{S} = \left(1 - \frac{1}{2}\,t\right) \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

   Aplicando la ley de Lenz-Faraday, se tiene que la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi_B}{\mathrm{d}t} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$



3. Durante el proceso, disminuye el flujo del campo magnético que atraviesa la superficie que delimita la espira. Aplicando la ley de Lenz, el sentido de la intensidad de la corriente eléctrica inducida es el contrario del de las agujas del reloj.



De esta forma, se genera un campo magnético inducido en el centro de la espira, del mismo sentido que el campo magnético inductor, para así oponerse a la disminución del flujo del campo magnético.

Ejercicio 6

Un cuadro, que tiene una resistencia eléctrica de 8 Ω, está formada por 40 espiras de 5 cm radio. El cuadro gira alrededor de un diámetro con una frecuencia de 20 Hz dentro de un campo magnético uniforme de 0,1 T. Si en el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo magnético, determina las expresiones del flujo magnético, la fuerza electromotriz e intensidad de la corriente eléctrica inducida.

Solución 6

Inicialmente el vector superficie y el vector campo magnético tienen la misma dirección y sentido, por lo que el ángulo que delimitan en el instante inicial es igual a cero: $\theta_{t=0} = 0$ rad y el flujo del campo magnético que atraviesa las espiras es máximo.

1. El flujo del campo magnético que atraviesa al cuadro en cualquier instante es:

$$\phi_B = \vec{B}\,\vec{S} = B\,S\,\cos(\omega\,t) = B\,N\,\pi\,r^2\,\cos(2\,\pi\,\nu\,t)$$

Sustituyendo:

$$\phi_B = 0{,}1 \cdot 40 \cdot \pi(5 \cdot 10^{-2})^2\,\cos(2\,\pi \cdot 20\,t) = 0{,}03\,\cos(40\,\pi\,t)\ \text{Wb}$$

2. Aplicando la ley de Lenz-Faraday, se tiene que la f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi_B}{\mathrm{d}t} = 0{,}03 \cdot 40 \cdot \pi \cdot \sin(40\,\pi\,t) = 3{,}95\,\sin(40\,\pi\,t)\ \text{V}$$

3. Aplicando la ley de Ohm se determina la expresión de la intensidad de la corriente eléctrica:
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{3{,}95\ \sin(40\,\pi\,t)}{8} = 0{,}49\ \sin(40\,\pi\,t)\ \text{A}$$

Ejercicio 7

El circuito primario de un transformador está formado por 1200 espiras y el secundario por 20. Si el circuito primario se conecta a una diferencia de potencial de 220 V, calcula la diferencia de potencial a la salida del circuito secundario. ¿Cuál es el valor de la intensidad de la corriente en el secundario cuando la intensidad en el primario es 0,5 A?

Solución 7

La relación entre la diferencia de potencial entre los circuitos es:
$$\frac{\Delta V_s}{\Delta V_p} = \frac{N_s}{N_p} \Rightarrow \Delta V_s = \Delta V_p\,\frac{N_s}{N_p} = 220\,\frac{20}{1200} = 3{,}7\ \text{V}$$

Si en el transformador no hay pérdidas de potencia, se tiene:
$$\left.\begin{array}{r} \Delta V_p \cdot I_p = \Delta V_s \cdot I_s \Rightarrow I_s = I_p\,\dfrac{\Delta V_p}{\Delta V_s} \\[2ex] \dfrac{\Delta V_p}{\Delta V_s} = \dfrac{N_p}{N_s} \end{array}\right\} \Rightarrow I_s = I_p\,\frac{N_p}{N_s} = 0{,}5 \cdot \frac{1200}{20} = 30\ \text{A}$$