



DEPARTAMENTO DE
FÍSICA E QUÍMICA

Física 2º Bach.

Tema: Gravitación

31/01/06

Nombre:

Problemas

[3 PUNTOS / UNO]

1. En enero de 2006 el canal BBC Ciencia publicó el descubrimiento de un planeta similar a la Tierra. Calcula la distancia promedio aproximada del planeta «OGLE-2005-BLG-390Lb» a la estrella roja alrededor de la que gira en unidades astronómicas (UA), es decir, comparada con la distancia de la Tierra al Sol.
(Supón que la masa de la estrella roja es aproximadamente la mitad de la del Sol)

DATOS:

distancia de la Tierra al Sol: $1 \text{ UA} = 1,5 \times 10^8 \text{ km}$

masa del Sol: $M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$

constante de la gravitación universal:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

velocidad de la luz: $c = 2,99 \times 10^5 \text{ km/s}$

masa de la Luna: $M_L = 0,0123 M_T$

distancia de la Tierra la Luna: 384 000 km

Solución:

Datos:

período del planeta: $T_p = 10 \text{ años}$

período de la Tierra: $T_T = 1 \text{ año}$

masa de la estrella: $M_E = M_S / 2$

radio de la órbita de la Tierra: $r_T = 1 \text{ UA}$

Incógnitas:

radio de la órbita del planeta: r_p

Ecuaciones:

Ley de Newton de la gravitación: $F = G M m / r^2$

M.C.U.

$$a = a_N = v^2 / r$$

$$v = 2 \pi r / T$$

2ª Ley de Newton:

$$\sum \mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

Cálculos:

La única fuerza que actúa sobre cada planeta es la gravitatoria de su estrella central, y está dirigida hacia el centro de ella.

$$G M m / r^2 = m v^2 / r = m (2 \pi r / T)^2 / r$$

$$G M = 4 \pi^2 r^3 / T^2$$

que despejando r , permite calcular el radio de la órbita:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M T^2}{(2 \pi)^2}}$$

Dividiendo la ecuación referida al planeta con la de la Tierra girando alrededor del Sol, da:

Descubren planeta similar a la Tierra

19-01-06

Rebecca Morelle
BBC, Ciencia

Un equipo internacional de astrónomos descubrió fuera del sistema solar el planeta más pequeño y parecido a la Tierra que haya sido identificado hasta el presente.

El nuevo planeta tiene una masa cinco veces mayor que la de la Tierra y puede ser encontrado a 25.000 años luz en la Vía Láctea, girando alrededor de una pequeña estrella roja.

Las frías temperaturas del planeta hacen que las posibilidades de encontrar vida sean poco probables.

El planeta, que lleva el nombre OGLE-2005-BLG-390Lb, toma unos 10 años en completar su órbita alrededor de su estrella materna, similar al Sol pero menos caliente y más pequeña.

Está en la misma galaxia que la Tierra, la Vía Láctea, pero más cerca del centro galáctico.

Al igual que la Tierra, el planeta tiene un núcleo rocoso y una atmósfera probablemente fina. No obstante, su amplia órbita y las condiciones de su estrella materna significa que es un mundo frío.

Las temperaturas calculadas de su superficie son de 220 grados centígrados bajo cero, lo que quiere decir que posiblemente sea líquido congelado.

"Esto es muy excitante e importante", dijo el profesor Michael Bode, de la Universidad John Moores de Liverpool, uno de los principales investigadores del proyecto RoboNet que colaboró con el proyecto.

"Este es el planeta más parecido a la Tierra que hayamos descubierto hasta el presente en términos de su masa y de la distancia de su estrella materna", declaró a la BBC.

$$\frac{r_p}{r_T} = \frac{\sqrt[3]{\frac{GM_E T_P^2}{(2\pi)^2}}}{\sqrt[3]{\frac{GM_S T_T^2}{(2\pi)^2}}} = \sqrt[3]{\frac{M_E T_P^2}{M_S T_T^2}} = \sqrt[3]{\frac{(M_S/2)(10 \cdot T_T)^2}{M_S T_T^2}} = \sqrt[3]{50} = 3,7 \approx 4$$

El planeta gira alrededor de su estrella a unas cuatro unidades astronómicas.

2. ¿A qué distancia de la Tierra el campo gravitatorio conjunto de la Tierra y la Luna es nulo?

Solución:

En ese punto los campos gravitatorios creados por la Tierra y la Luna deben ser opuestos, por lo que sus módulos han de ser iguales.

$$|\mathbf{g}_L| = |\mathbf{g}_T|$$

El campo gravitatorio es la fuerza sobre la unidad de masa. Con la ley de la gravitación universal de Newton, el vector campo gravitatorio creado por una masa M en un punto a una distancia r es

$$\mathbf{g} = \frac{\vec{\mathbf{F}}_G}{m} = -G \frac{M}{r^2} \vec{\mathbf{u}}_r$$

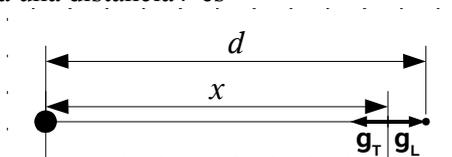
Llamando x a la distancia del punto a la Tierra y d a la distancia entre la Tierra y la Luna,

$$G \frac{M_L}{(d-x)^2} = G \frac{M_T}{x^2}$$

Reordenando y sustituyendo $M_L = 0,0123 M_T$

$$\frac{0,123 M_T}{M_T} = \frac{(d-x)^2}{x^2}$$

$$\frac{(d-x)}{x} = \pm \sqrt{0,0123} = \pm 0,111$$



siendo $d = 3,84 \times 10^8$ m

$x = 3,46 \times 10^8$ m = 346 000 km

La otra solución no es válida porque pertenece a un punto en el que el campo gravitatorio no es nulo, pues los campos de ambos astros tienen el mismo sentido.

Teoría

[1 PUNTO / UNO]

1. Un satélite gira alrededor de un planeta describiendo una órbita elíptica ¿Cuál de las siguientes magnitudes permanece constante?:

- A) Momento angular.
- B) Momento lineal.
- C) Energía potencial.

Solución: C

El momento angular \mathbf{L}_O de una partícula de masa m que se mueve con una velocidad \mathbf{v} respecto a un punto O que se toma como origen es:

$$\mathbf{L}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

Para estudiar su variación, derivamos con respecto al tiempo:

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \frac{d(\vec{\mathbf{r}} \times m\vec{\mathbf{v}})}{dt} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} \times m\vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{r}} \times \frac{d(m\vec{\mathbf{v}})}{dt} = \vec{\mathbf{v}} \times m\vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{0}} + \vec{\mathbf{0}} = \vec{\mathbf{0}}$$

El primer sumando da el vector $\mathbf{0}$ porque la velocidad \mathbf{v} y el momento lineal $m\mathbf{v}$ son paralelos. El segundo sumando también da el vector $\mathbf{0}$ porque, al ser el campo de fuerzas un campo central, el vector de posición \mathbf{r} con origen en el punto origen del campo y el vector fuerza (dirigido hacia ese origen) son vectores paralelos.

$$g_i = g_0 \frac{r}{R_T}$$

A una profundidad de $\frac{3}{4} R_T$, la distancia al centro de la Tierra es:

$$r = R_T - \frac{3}{4} R_T = \frac{1}{4} R_T$$

$$g_i = \frac{1}{4} g_0$$

La gravedad terrestre varía con con la altura.

La intensidad del campo gravitatorio g creado por una masa M esférica a una distancia r del centro, en el exterior de la esfera es:

$$g = G M / r^2$$

Para la Tierra, a una altura $h = r - R_T$, de la superficie

$$g_h = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2}$$

Comparando con el valor en la superficie de la Tierra

$$g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

Dividiendo ambas expresiones

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{\frac{GM_T}{(R_T + h)^2}}{\frac{GM_T}{R_T^2}} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

por lo que la gravedad disminuye con la altura.

Si a la altura h , g tiene que valer lo mismo que a la profundidad de $\frac{3}{4} R_T$

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{1}{4}$$

$$R_T + h = 2 R_T$$

$$h = R_T$$