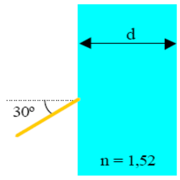
1.- Un estrecho haz de luz de frecuencia n = 5 · 10^{14} Hz incide sobre un cristal de índice de refracción n = 1,52 y anchura ***d***. El haz incide desde el aire formando un ángulo de 30º (ver figura). Se pide:



a) ¿Cuánto vale la longitud de onda de la luz incidente en el aire y en el cristal?

b) ¿Cuál será el ángulo que forma el haz de luz cuando atraviesa el cristal y entra de nuevo en el aire?

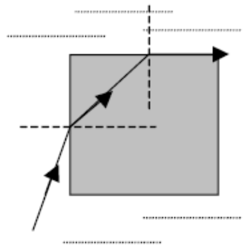
Datos: c = 3 · 10^5 km/s

a) La longitud de onda en el aire es: $\lambda = \dfrac{c}{\nu} = \dfrac{3\cdot 10^8}{5\cdot 10^{14}} = 6\cdot 10^{-7}$ m

La longitud de onda en el cristal es: $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{c}{n\,\nu} = \dfrac{3\cdot 10^8}{1{,}52\cdot 5\cdot 10^{14}} = 3{,}95\cdot 10^{-7}$ m

b)) El ángulo será: $\alpha_t = \arcsin\left(\dfrac{n_i}{n_t}\operatorname{sen}\alpha_i\right) = \arcsin\left(\dfrac{1}{1{,}52}\operatorname{sen}30^\circ\right) = 19{,}2^\circ$

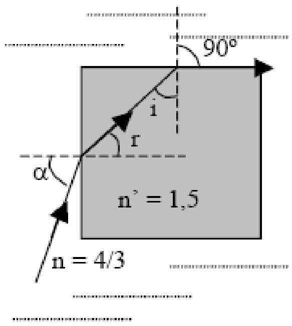
2.- Explica en qué consiste la reflexión total. ¿Puede ocurrir cuando la luz pasa del aire al agua?
Un rayo monocromático incide en la cara vertical de un cubo de vidrio de índice de refracción n' = 1,5. El cubo está sumergido en agua (n = 4/3). ¿con qué ángulo debe incidir para que en la cara superior del cubo haya reflexión total?



a) Se llama ***reflexión total*** al fenómeno que se produce cuando un rayo de luz que llega a la superficie de separación de dos medios se refracta con un ángulo superior a 90º por lo tanto en lugar de refractarse al segundo medio, se queda en el primer medio. Esto es debido a que el índice de refracción del segundo medio es más pequeño que el del primero, de esta manera el rayo al cambiar de medio se aleja de la normal siendo su ángulo de refracción mayor que el de incidencia. Existe un ángulo para el que el ángulo de refracción obtenido es 90º, por lo que a partir de este ángulo de incidencia los rayos no pasan al segundo medio produciéndose el fenómeno que se conoce como reflexión total.

b) Según están pintados los ángulos r e i se pueden relacionar mediante:

$$r + i + 90 = 180 \quad \Rightarrow \quad i = 90 - r$$



Aplicamos la ley de Snell al segundo cambio de medio y calculamos los valores de los ángulos en sentido contrario al recorrido por el rayo

$$n_v \operatorname{sen} i = n_{aq} \operatorname{sen} 90; \qquad \operatorname{sen} i = \frac{n_{aq}}{n_v} = \frac{4/3}{3/2} = \frac{8}{9}$$

$$i = \operatorname{arc\,sen}\frac{8}{9} = 62{,}73^\circ$$

$$r = 90^\circ - 62{,}73^\circ = 27{,}27^\circ$$

$$n_{aq} \operatorname{sen}\alpha = n_v \operatorname{sen} 27{,}27 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen}\alpha = \frac{n_v \operatorname{sen} 27{,}27}{n_{aq}} = 0{,}52; \qquad \alpha = \operatorname{arc\,sen} 0{,}52 = 31{,}33^\circ$$

3.- Situamos un objeto de 2,0 cm de altura a 15 cm de una lente de 5 dioptrías.

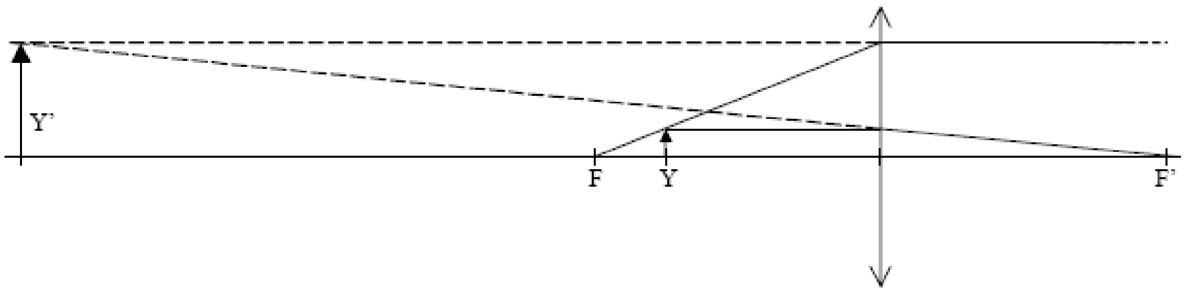
a) Dibujar un esquema con la posición del objeto la lente y la imagen.

b) Calcular la posición de la imagen

c) ¿Cuál es el aumento? ¿Qué tipo de imagen se forma?

A partir de la potencia conocemos la distancia focal de la lente

$$F = \frac{1}{P} = \frac{1}{5} = 0{,}2\,\text{m} = 20\,\text{cm}$$



b) Aplicamos la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}; \quad \frac{1}{0{,}2} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}15} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{0{,}2} - \frac{1}{0{,}15}; \quad s' = 0{,}6\,\text{m} = 60\,\text{cm}$$

c) El aumento lo calculamos como:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{0{,}6}{0{,}15} = 4$$

La imagen es cuatro veces mayor que el objeto

La imagen es derecha, mayor y virtual (se forma en la prolongación hacia atrás de los rayos)

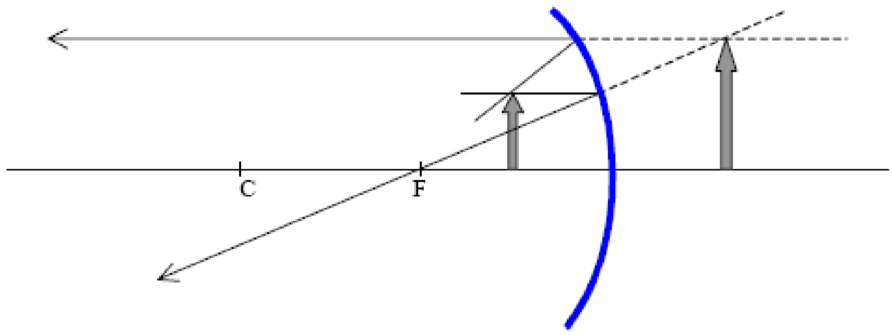
4.- Delante de un espejo cóncavo de 50 cm de distancia focal, y a 25 cm de él, se encuentra un objeto de 1 cm de altura dispuesto perpendicularmente al eje de espejo.
Hacer la construcción gráfica y calcular la posición y el tamaño de la imagen.

Aplicamos la ecuación de los espejos y escribimos todos los datos en cm:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-25} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{-50}; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{-50} + \frac{1}{25} = \frac{-1}{50} + \frac{2}{50} = \frac{1}{50} \qquad s' = 50\,\text{cm}$$

Como el valor de s' es positivo, la imagen que se forma está situada a la derecha del espejo, luego será virtual. Lo vemos mejor con un gráfico.



5.- La potencia de una lente es de 5 dioptrías.

a) Si a 10 cm a su izquierda se coloca un objeto de 2 mm de altura, hallar la posición y el tamaño de la imagen.

b) Si dicha lente es de vidrio (n=1,5) y una de sus caras tiene un radio de curvatura de 10 cm, ¿cuál es el radio de curvatura de la otra? ¿De qué tipo de lente se trata?

Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}; \qquad 5 = \frac{1}{s} - \frac{1}{-0,1} \quad \Rightarrow \quad s = -0,2\,\text{m}$$

La imagen se obtiene 20 cm a la izquierda de la lente.
Para calcular el aumento, hay que conocer previamente el valor del aumento lateral.

$$\beta = -\frac{s'}{s} = -\frac{-0,2}{0,1} = 2 \;\Rightarrow \qquad \beta = \frac{y'}{y} = 2; \quad y' = 2y = 4\,\text{mm}$$

b) Para que la potencia sea positiva, la lente debe ser biconvexa, plano convexa o un menisco convergente. En los tres casos el valor de $R_1 > 0$ de modo que lo aplicamos a l ecuación del fabricante de lentes.

$$P = (n_v - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

El paréntesis $\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ tiene que valer:

$$5 = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right); \quad \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 10$$

Sustituyendo $R_1 = 0,1$ se obtiene:

$$\frac{1}{0,1} - \frac{1}{R_2} = 10; \quad -\frac{1}{R_2} = 10 - 0,1 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_2 = \infty$$

La lente es plano convexa

6.- Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción n = √2 . El ángulo del prisma es a = 60º. Determinar:

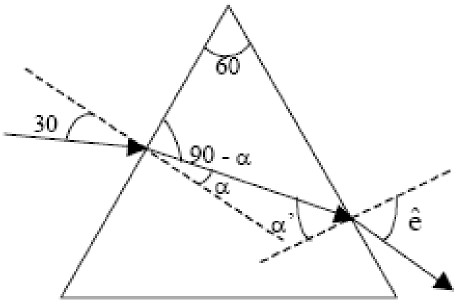
a) El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30º. (Efectuar un esquema grafico de la marcha del rayo)

b) El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia del rayo sea 90º.

a) Se aplica la ley de Snell ala primera refracción:

$$1 \cdot \text{sen}30 = \sqrt{2} \cdot \text{sen}\alpha$$

$$\alpha = \text{arc sen}\left(\frac{\text{sen}\,30}{\sqrt{2}}\right) = 20{,}7°$$



De la suma de los ángulos del triángulo formado por el rayo refractado y las dos caras del prisma se obtiene α'.

$$90 - \alpha + 60 + 90 - \alpha' = 180$$
$$\alpha' = 39{,}3°$$

Aplicando de nuevo la ley de Snell se obtiene el valor del ángulo emergente $\hat{e}$:

$$\sqrt{2} \cdot \text{sen}39{,}3 = \text{sen}\,\hat{e}; \quad \hat{e} = \text{arc sen}\left(\sqrt{2} \cdot \text{sen}39{,}3\right) = 63{,}6°$$

b) Para que el rayo de emergencia de la segunda cara sea de 90º el de incidencia α' debe ser:

$$\sqrt{2} \cdot \text{sen}\alpha' = 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha' = \text{arc sen}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45°$$

Por tanto el ángulo refractado en la primea cara α del prisma debe valer:

$$90 - \alpha + 60 + 90 - 45 = 180$$
$$\alpha = 15°$$

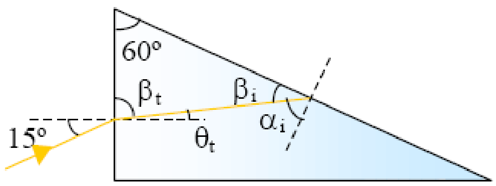
Ahora se calcula el ángulo de incidencia en la primera cara del prisma:

$$1 \cdot \text{sen}\,\hat{i} = \sqrt{2} \cdot \text{sen}15; \quad \hat{i} = \text{arc sen}\left(\sqrt{2} \cdot \text{sen}15\right) = 21{,}47°$$

7.- Un prisma de sección recta triangular, de ángulos 60º, 30º y 90º, se encuentra en el vacío. sobre una de sus caras incide un rayo de luz, con un ángulo de incidencia de 15º, tal como indica la figura. Determinar si se producirá el fenómeno de reflexión total cuando el rayo alcance la cara mayor del prisma. *Dato: índice de refracción del prisma: n = 1,5*

Para determinar si habrá reflexión total primero hay que calcular el ángulo de propagación de la luz dentro del prisma usando la ley de Snell:

$$n_i \cdot \text{sen}\,\theta_i = n_t \cdot \text{sen}\,\theta_t$$



En este caso el ángulo de transmisión es:

$$\text{sen}\,\theta_t = \frac{n_i}{n_t} \cdot \text{sen}\,\theta_i = \frac{1}{1{,}5} \cdot \text{sen}\,15° = 0{,}173 \quad \Rightarrow \quad \theta_t = 10{,}0°$$

El ángulo α_i se puede encontrar en función de los ángulos conocidos ya que:

$$180° = \beta_t + 60° + \beta_i = (90° - \theta_t) + 60° + (90° - \alpha_i)$$

Despejando se tiene: $\alpha_i = 60° - \theta_t = 60° - 10° = 50°$

Finalmente se aplica de nuevo la ley de Snell y se tiene el seno del ángulo de refracción:

$$\text{sen}\,\theta_t = \frac{n_i}{n_t} \cdot \text{sen}\,\theta_i = \frac{1{,}5}{1} \cdot \text{sen}\,50° = 1{,}15$$

Puesto que el seno es mayor de la unidad se produce el fenómeno de la reflexión total.