

VIBRACIONES Y ONDAS

4.1 MOVIMIENTO VIBRATORIO

MOVIMIENTO VIBRATORIO

Un **movimiento vibratorio** es aquel en el que *el objeto se mueve de forma regular de un lado a otro sobre la misma trayectoria.*

Cada uno de los movimientos completos de ida y vuelta se llama una **oscilación** o **vibración** y el punto intermedio se denomina **posición de equilibrio (O)**. ver fig. 1.2 pág. 8

Se trata de un movimiento periódico, caracterizado por:

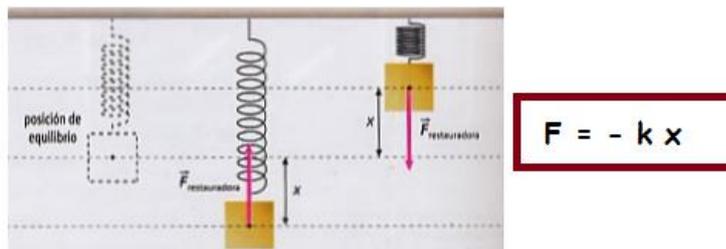
- El **período** o tiempo que se tarda en dar una oscilación.
- La **amplitud** de movimiento o máxima separación de la posición de equilibrio.
- La **frecuencia** o número de oscilaciones por segundo.

4.2 MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.)

4.2.1 Ecuación del MAS

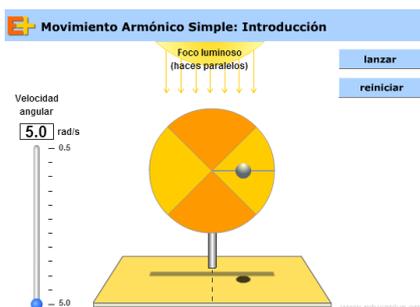
MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (MAS)

Un **movimiento vibratorio armónico simple (m.a.s)** es aquel en el que *la fuerza que lo causa es directamente proporcional al desplazamiento de la posición de equilibrio y sentido contrario al mismo, es decir, la fuerza restauradora es de la forma $F = -kx$.*



Un muelle que se separa de su posición de equilibrio y se suelta sigue un MAS

Es fácil ver que la proyección sobre el eje X o Y de la posición de un móvil que sigue un movimiento circular uniforme es un MAS, como se observa en el enlace:



Ecuación del MAS

Se puede demostrar (fig. 1.7 de al pág. 11) que la ecuación del MAS es:

$$x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

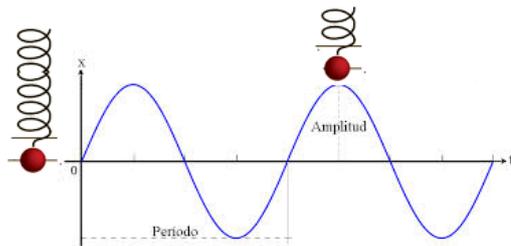
tiempo (s)

elongación (m) amplitud (m) frecuencia angular (rad/s) fase inicial (rad)

Magnitudes características del MAS

Las magnitudes que intervienen en el movimiento armónico simple y su ecuación son:

- La **elongación x** es la posición que ocupa el objeto en cualquier instante respecto a la posición de equilibrio. Se mide en metros.
- La **amplitud A** del movimiento es la máxima separación de la posición de equilibrio. Se mide en metros.
- La **frecuencia angular ω** es la hipotética velocidad angular del MCU cuya proyección genera el MAS en nuestra demostración. Se mide en radianes/s.
- La **fase ($\omega t + \varphi_0$)** indica el estado de la vibración en cualquier instante (es decir, permite calcular la posición para un cierto valor de t). Se mide en radianes.
- La **fase inicial φ_0** indica el estado de vibración en el instante inicial ($t=0$). Se mide en radianes.
- El **período T** es el tiempo que se tarda en dar una oscilación completa o el tiempo que tarda el movimiento en volver al mismo estado de vibración. Se mide en segundos.
- La **frecuencia f** es el número de oscilaciones por segundo. Se mide en hercios (Hz).



$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Observa que:

1. El valor de φ_0 debe ser tal que permita calcular x cuando $t=0$. Es decir, su valor viene determinando por el estado inicial de la vibración (en nuestro dibujo φ_0 es $\pi/2$).
2. El movimiento debe repetirse cada 2π radianes, lo que significa que la fase debe de valer $(2\pi + \varphi_0)$ cuando $t = T$. Para lograrlo debemos escribir que la fase vale $2\pi t/T$. O sea, la fase debe de valer $\omega t + \varphi_0$. Esto quiere decir que la frecuencia angular es una constante del MAS que determina el valor de su fase característico.
3. La ecuación del MAS también puede expresarse en función de la función coseno (**recuerda de la página 11**) cambiando el valor de la fase inicial.
4. La gráfica de MAS es una función sinusoidal

4.2.2 Velocidad y aceleración del MAS

Las ecuaciones de la velocidad y aceleración de MAS pueden obtenerse derivando la ecuación del mas, ya que $v = dx/dt$ y $a = dv/dt$.

Cinemática del MAS

posición del MAS $x(t) = A \text{ sen}(\omega t + \varphi_0)$

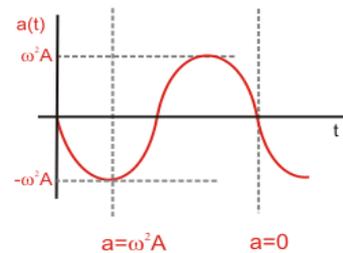
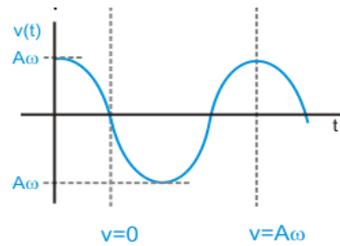
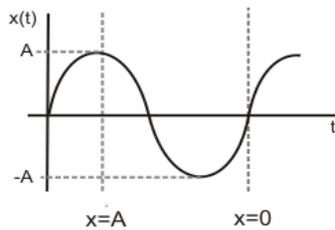
velocidad del MAS $v(t) = A \omega \text{ cos}(\omega t + \varphi_0)$

aceleración del MAS $a(t) = -A \omega^2 \text{ sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$

Observa que:

1. La velocidad y la aceleración son periódicas.
2. Su gráfica es una función sinusoidal.
3. La velocidad es máxima en la posición de equilibrio y se anula en los extremos (fig. 1.12 página 14)
4. La aceleración es máxima en los extremos y cero en la posición de equilibrio.
5. Los valores máximos son $v = A\omega$ y $a = A\omega^2$.
6. Se puede demostrar que $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$
7. X, v y a son gráficas desfasadas en $\pi/2$

FÍJATE BIEN



4.2.3 Dinámica del MAS

Dinámica del MAS

Ya sabemos que la fuerza que origina el MAS es una fuerza del tipo $F = -kX$ que tiende a devolver a la partícula a la posición de equilibrio, por eso se denomina **fuerza restauradora o recuperadora**.

Combinado la expresión de la fuerza con la segunda ley de Newton y la expresión de la aceleración del MAS obtenida al derivar la ecuación del MAS es fácil llegar a la expresión

La fuerza que produce un M.A.S. es una fuerza central,

dirigida hacia el punto de equilibrio y proporcional a la distancia a éste.

$$\left. \begin{array}{l} F = ma \\ a = -\omega^2 x \end{array} \right\} \begin{array}{l} F = -m\omega^2 x \\ F = -Kx \end{array}$$

$$m\omega^2 = K;$$

constante recuperadora

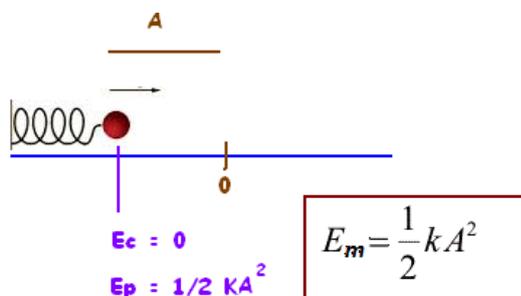
$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

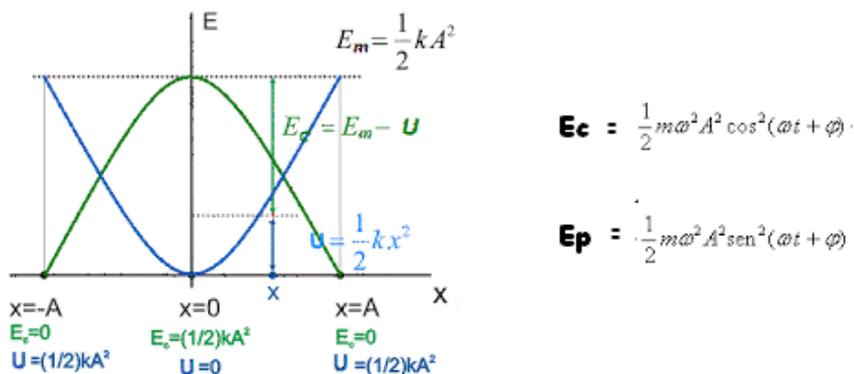
ENERGÍA DE UN OSCILADOR MECÁNICO

La **fuerza recuperadora** en un oscilador armónico **es central y conservativa**. Por lo tanto la energía mecánica permanecerá constante y podemos calcularla como la suma de la energía cinética y potencial en cualquier punto de la trayectoria.

Si elegimos como dicho punto un extremo de la trayectoria es muy fácil calcular cuanto vale:

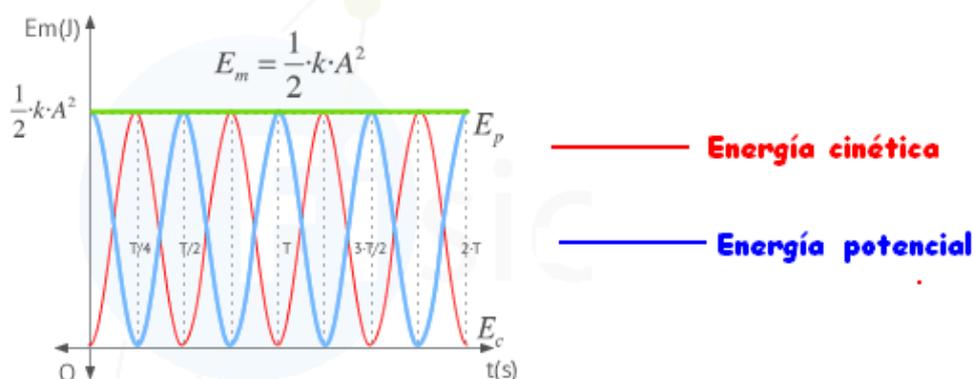


Además teniendo en cuenta las expresiones de la posición y velocidad para el MAS, la energía cinética y potencial del oscilador en cada instante serán:



Y por último las funciones E_p y E_c varían de forma sinusoidal en el tiempo

FÍJATE BIEN



4.3 MOVIMIENTO ONDULATORIO

4.3.1 Las ondas.

LAS ONDAS

Una **onda** es una *perturbación que se propaga a través de un medio sin que haya transporte de materia.*

Ejemplos:

- En el **sonido** se propaga una diferencia de presión en el aire.
- En una **ola en el agua** se propaga la altura de las partículas del agua respecto a la superficie del agua.
- En una **onda en una cuerda** se propaga la altura de cada trozo de cuerda respecto a la cuerda.

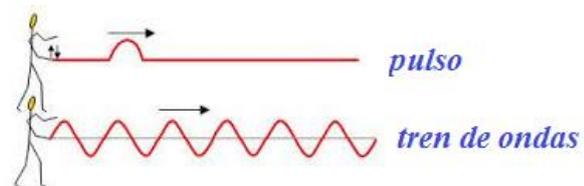
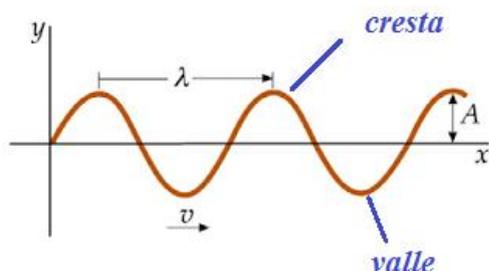


Para que se produzca una onda se necesita:

- Un **centro emisor o fuente** que produzca la perturbación o pulso.
- Un **medio** para que se propague que debe ser **elástico** (que no experimenta deformaciones permanentes).

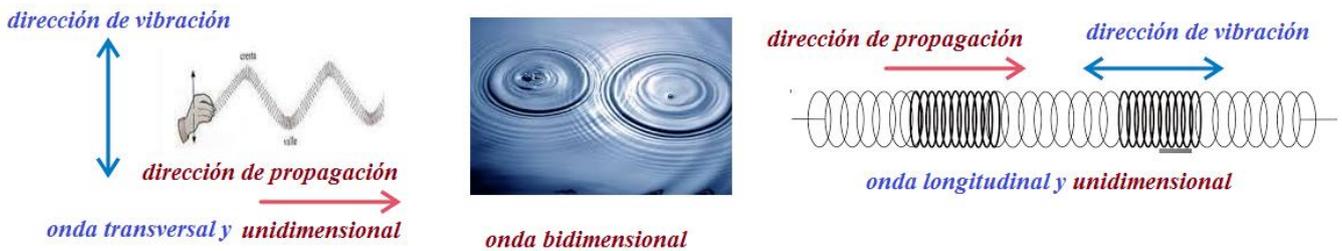
Características de las ondas:

1. Una onda **transporta energía** pero no materia.
2. Llamamos **pulso** a cada una de las perturbaciones individuales (un golpe vertical en una cuerda, por ejemplo).
3. Una onda es **continua o periódica** si hay un centro emisor que produzca una oscilación o **vibración en el medio**. Se produce así una sucesión de pulsos o **tren de ondas**.
4. Para que se produzca un tren de ondas el medio debe proporcionar energía de forma continua.
5. Se llama **longitud de onda λ** a la distancia entre dos valles o crestas.
6. Se llama **amplitud A** a la máxima separación respecto a la posición de equilibrio.
7. Se llama **velocidad de la onda v** a la velocidad con la que se mueve cualquier parte de la onda.
8. Se llama **período T** al tiempo transcurrido entre dos crestas sucesivas que pasan por el mismo punto del espacio.
9. Se llama **frecuencia f** de la onda al número de crestas que pasan por un punto del espacio en cada segundo.



TIPOS DE ONDAS

- Una onda es **viajera** cuando la perturbación alcanza a todos los puntos del medio (28).
- Una onda es **estacionaria** cuando está limitada a una región del medio
- Una onda es **mecánica o material** cuando necesita un medio de propagación (se propaga energía mecánica).
- Una onda es **armónica** cuando la produce una fuente que es un oscilador armónico (vibra según un MAS).
- Una onda es **transversal** cuando la dirección de la vibración es perpendicular a la de propagación.
- Una onda es **longitudinal** cuando la dirección de la vibración coincide con la de propagación.
- Una onda es **unidimensional** cuando se propaga en una sola dirección, **bidimensional** si lo hace en dos o **tridimensional** si lo hace en tres (el sonido lo es).



Ejemplo 4 La velocidad de sonido en el aire es de 340 m/s. Un oído humano percibe sonidos comprendidos entre 20 y 20.000 Hz de frecuencia. Calcula la longitud de la onda de ambos sonidos.

4.3.2 Ecuación de onda

ONDAS ARMÓNICAS UNIDIMENSIONALES

En este apartado vamos a hallar la **ecuación o función de una onda unidimensional armónica**, esto es, **una expresión matemática que permite obtener la elongación de cada punto del medio por el que pasa una onda unidimensional producida por una fuente que vibra según un MAS continuo, en función del tiempo y de la posición del punto.**

Lo que pretendemos es encontrar una función de la posición y el tiempo que nos de la elongación de un punto, por ejemplo, de una cuerda por la que viaja una onda transversal cuando producimos un movimiento MAS continuo en punto de la misma.



FÍJATE BIEN



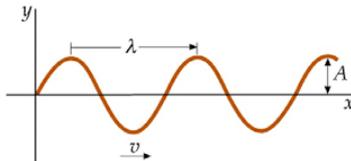
Si la fuente vibra según un MAS, la forma de la onda es de tipo sinusoidal



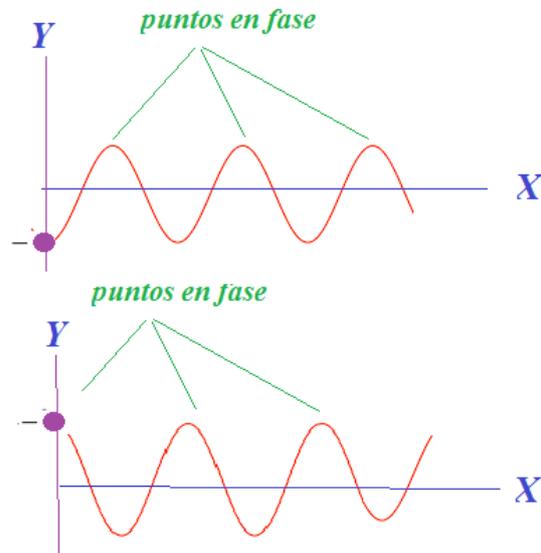
Ecuación de onda

La siguiente imagen son dos “fotografías” distintas *de la misma onda armónica en dos instantes diferentes de tiempo:*

recuerda



tiempo 1



tiempo 2

Observa que:

1. Para cada “fotografía” hay puntos que están en fase.
2. El foco emisor y todos los puntos vibran según un MAS.
3. La elongación y ,por tanto, la posición en el eje Y de cada punto depende del tiempo y de la posición en el eje X.
4. La velocidad (en el eje X) de la onda será $v = \lambda/T = \lambda f$.
5. Todos los puntos repiten exactamente el mismo MAS del foco pero en diferentes estados de vibración.
6. Los puntos que están en fase repiten el mismo MAS exactamente.
7. Los puntos a una distancia λ repiten exactamente el mismo MAS exactamente.
8. Cualquier punto a una cierta distancia “x” del foco repite el mismo MAS del foco pero retardado un cierto tiempo.

Se puede demostrar que la ecuación de onda es:

Ecuación de ondas

$$y(x, t) = A \text{sen} \left(2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T} \right) + \varphi_0 \right)$$

VERY IMPORTANT

El signo debe tomarse “negativo” si la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X y positivo si se desplaza en el sentido negativo del eje X.

Otras expresiones de la ecuación de ondas

Se puede expresar la ecuación de ondas de otras formas diferentes:

1. **Cambiando la función seno por coseno:** cambiará el valor de la fase inicial para ajustarse a las condiciones iniciales, pero la función es igual de válida.
2. **Definiendo una nueva magnitud llamada número de ondas K:**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

número de ondas (m^{-1})

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi_0)$$

Doble periodicidad de las ondas armónicas

FÍJATE BIEN



Una onda armónica es periódica tanto en el espacio (figura 2.16 de la página 38) como en el tiempo

4.3.3 Estudio cualitativo de algunas propiedades ondulatorias

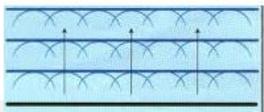
Principio de Huygens

Llamamos **frente de onda** al lugar geométrico de todos los puntos del espacio que están en fase

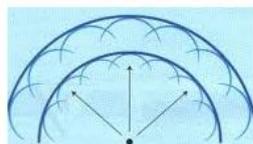
Según la forma del frente de ondas, éstas se clasifican en **planas**, **circulares** o **esféricas** (el sonido).

El principio de Huygens dice que todo punto del frente de ondas es centro emisor de nuevas ondas elementales cuyo envolvente es el nuevo frente de ondas.

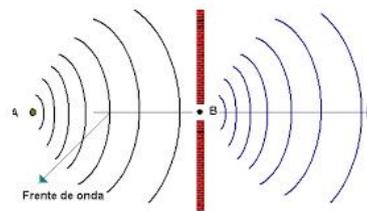
El principio de Huygens permite explicar muchas propiedades ondulatorias.



frente de onda plano



frente de onda esférico



difracción

Algunas propiedades ondulatorias

- *Reflexión de ondas*
- *Refracción de ondas*
- *Difracción de ondas: consiste en la propagación de la onda al superar un obstáculo que tiene una rendija cuyo tamaño es del orden de la longitud de onda*
- *Polarización*
- *Interferencias de ondas: consiste en la superposición de dos ondas. página 42.*

La onda resultante es la suma de las dos ondas independientes (**principio de superposición**) y el caso más interesante es cuando las ondas son *coherentes* (que tienen la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda).

La onda resultante de ondas coherentes tiene misma frecuencia y longitud de onda. Decimos que se produce una *interferencia constructiva* si ambas llegan en fase y la amplitud de la onda resultante es doble de cada una. Si llegan desfasadas en $\lambda/2$ la *interferencia es destructiva* y no se observa onda resultante

4.4 ONDAS ESTACIONARIAS

ONDAS ESTACIONARIAS

Una onda estacionaria se origina cuando se confinan las ondas en una región del espacio mediante fronteras. Así se originan ondas estacionarias en una cuerda de guitarra o en una cuerda que vibra entre dos puntos

Las ondas estacionarias surgen de la superposición (interferencia) de la onda incidente y la onda reflejada y su ecuación puede obtenerse sumando adecuadamente ambas ondas.

ecuación onda incidente $y_1 = A \sin(kx - \omega t)$
ecuación onda reflejada $y_2 = A \sin(kx + \omega t)$
ecuación onda estacionaria $y_1 + y_2 = 2 A \sin(kx) \cos(\omega t)$

$$Ar = 2 A \sin(kx)$$

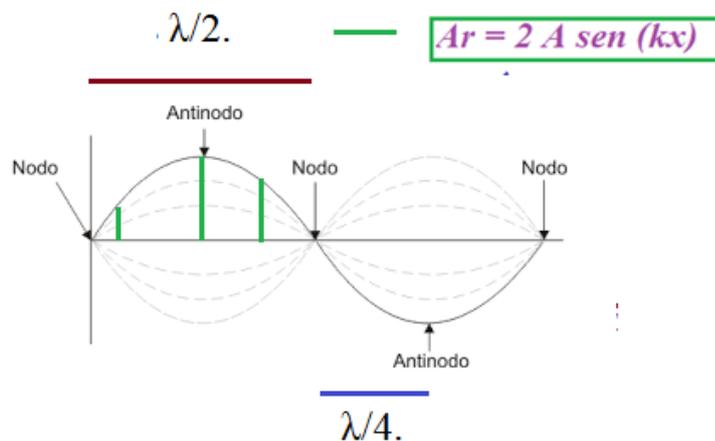
$$y = Ar \cos(\omega t)$$

Características de las ondas estacionarias:

1. Existen puntos de máxima amplitud (**vientres**) y puntos de amplitud nula (**nodos**).
2. **Todos los puntos vibran con un MAS cuya amplitud depende de la distancia al foco.**
3. La distancia entre dos vientres entre sí y entre dos nodos entre si es $\lambda/2$.
4. La distancia entre un vientre y el nodo consecutivo es $\lambda/4$.

VERY IMPORTANT

La ecuación de la onda estacionaria nos da cómo vibra cada punto con el tiempo, pero la amplitud de cada MAS depende de la distancia x al foco (valor dado por el recuadro verde)



4.5 EL SONIDO

EL SONIDO

Características:

1. Es producido por la vibración de cuerpos materiales, transmitidos por medios elásticos y percibidas por el sentido del oído.
2. Los sonidos se perciben si su frecuencia está comprendida entre 20 y 20.000 Hz. Si son de baja frecuencia son graves y agudos si son de alta frecuencia.
3. Los de frecuencia menor de 20 Hz son infrasonidos y si tiene más de 20.000 s denominan ultrasonidos.
4. Se pueden reflejar dando lugar al eco, debiendo estar el obstáculo a más de 17 m.
5. Se difracta al pasar por pequeñas aberturas.
6. Pueden interferir entre ellas.
7. Su velocidad en el aire es 340 m/s y depende de la temperatura y presión del aire.
8. En sólidos y líquidos la velocidad es mayor (son medios más elásticos).
9. Las cualidades son el tono, que depende de la frecuencia y la sonoridad, que depende de la intensidad del sonido. La intensidad es la potencia entre la superficie y se mide en W/m^2 . El timbre depende de la forma de la onda.