

100 Cuestiones de Selectividad

1.- a) Explique qué se entiende por velocidad de escape y deduzca razonadamente su expresión.

(And-2010-P1)

La velocidad de escape es la mínima velocidad que debe llevar un cuerpo para que se pueda escapar de la atracción gravitatoria de un planeta, estrella...

La condición de velocidad de escape es que la energía mecánica del cuerpo al final sea 0, es decir la velocidad de escape es aquella que anula la energía mecánica de un cuerpo.

Para obtener una expresión para la velocidad de escape igualamos la energía mecánica a cero:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0$$

Por tanto despejando v:

$$v^2 = \frac{2GM}{R}$$

Y al final nos queda:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

b) Razone qué energía habría que comunicar a un objeto de masa m, situado a una altura h sobre la superficie de la Tierra, para que se alejara indefinidamente de ella.

Suponiendo que la energía es suministrada en un solo impulso inicial en forma de energía cinética, sería la energía cinética asociada a la velocidad de escape y que la calculamos a partir de la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{1}{2}m \left(\sqrt{\frac{2GM}{r+h}} \right)^2 = \frac{2GMm}{2(r+h)} = \frac{GMm}{r+h}$$

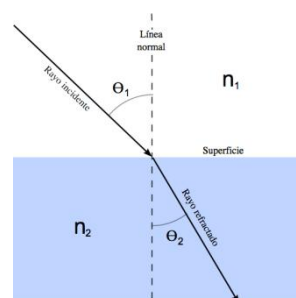
Que coincide con el valor de energía potencial gravitatoria en ese punto, pero con signo positivo. Debe ser así, ya que, conforme se aleja, la E_c disminuye, transformándose en E_{pg} , ambas tendiendo a cero. Como la energía mecánica se conserva, se cumple que $\Delta E_c = -\Delta E_{pg}$

2.- a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz.

(And-2010-P1)

Refracción es el cambio de dirección que experimentan los rayos luminosos al pasar oblicuamente de un medio a otro en el que se propagan con diferente velocidad.

- **Rayo incidente** es la dirección en que se propaga el rayo en el primer medio y **rayo refractado** es la nueva dirección que adquiere el penetrar en el otro medio.
- **Ángulo de incidencia** (i) es el ángulo que forma el rayo incidente con la normal a la superficie de separación de ambos medios, y **ángulo de refracción** (r) es el ángulo que forma el rayo refractado con la normal.



En la refracción de ondas se cumple la **ley de Snell**: La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es, para dos medios dados, constante e igual a la razón de las velocidades con que se propaga la onda en ambos medios.

$$\frac{\text{sen}(i)}{\text{sen}(r)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{Cte.}$$

Donde n es el **índice de refracción** del medio que se corresponde con el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de propagación de la luz en ese medio. $n = \frac{c}{v}$.

En el vacío, el índice de refracción es $n=1$ y, aproximadamente, también en el aire. En otros medios materiales, n es mayor que la unidad, ya que, c es siempre mayor que v .

Si consideramos dos medios transparentes e isótropos distintos a los que llamaremos 1 y 2, si dividimos sus índices de refracción, obtenemos:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Y si sustituimos en la fórmula del índice de refracción los valores de las velocidades por sus expresiones en función de la longitud de onda, vemos que al ser la frecuencia independiente del medio material, al variar la velocidad, también ha de variar la longitud de onda.

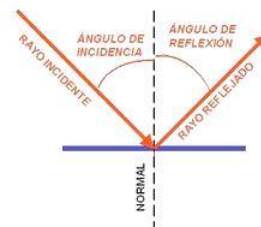
$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_o \cdot \nu}{\lambda \cdot \nu} = \frac{\lambda_o}{\lambda} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \lambda_o : \text{longitud de onda de una radiación luminosa en el vacío} \\ \lambda : \text{longitud de onda en el medio} \end{cases}$$

🍏 A considerar:

- ✚ La **velocidad de la luz** es **mayor** en el **vacío** que en los medios materiales
- ✚ En el **vacío**, la **velocidad** de las radiaciones luminosas no dependen de la longitud de estas, sino que es **constante**. Sin embargo en los medios materiales sí depende de ella.
- ✚ La **frecuencia** de las radiaciones luminosas es igual en el vacío que en los medios materiales, es decir que cuando una luz cambia de medio, su frecuencia **se mantiene constante**, pero no ocurre lo mismo con la longitud de onda que si cambia de un medio a otro.

Reflexión es el fenómeno que tiene lugar cuando un rayo luminoso que avanza por un medio homogéneo choca contra un obstáculo que las hace retroceder cambiando de dirección y sentido.

Se llama **ángulo de incidencia (i)** al ángulo que forma la dirección en que llega la onda con la normal a la superficie reflectora, y **ángulo de reflexión (r)** al que forma la normal con la dirección que sigue la perturbación después del choque.



Leyes de la reflexión:

- El rayo incidente, el reflejado, el refractado y la normal a la superficie de separación de los dos medios están en el mismo plano.
- El rayo incidente y el reflejado forman con la normal ángulos iguales
- Los senos de los ángulos de incidencia y refracción son iguales $\text{sen } \alpha = \text{sen } \beta$

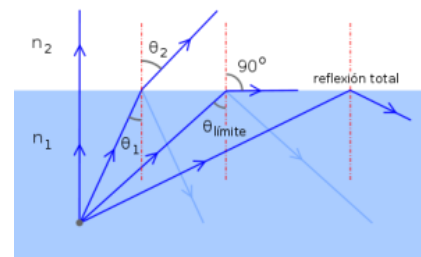
Reflexión total es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, α_L . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

El *ángulo límite* también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = \text{Arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios con $n_2 > n_1$. Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es 90° .



b) ¿Tienen igual frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación la luz incidente, reflejada y refractada? Razone sus respuestas.

Al pasar la luz de un medio a otro, se produce el fenómeno de refracción.

- La **frecuencia** ν (que nos indica el color de la luz, caso de que fuera visible) depende únicamente del foco emisor de ondas, y no del medio por el que se propaga la onda, por lo que se mantiene constante, tanto en la onda reflejada, como en la refractada.
- La **velocidad de propagación** v , en un medio ideal, depende exclusivamente del medio por el que se propague la onda. La onda reflejada se propaga a la misma velocidad que la incidente, al estar en el mismo medio. Sin embargo, la onda refractada se propaga a una velocidad distinta, al ser un medio diferente.
- La **longitud de onda** λ (distancia entre dos puntos en fase) depende tanto del foco emisor de la onda como del medio por el que ésta se propague.

La longitud de onda y la velocidad de propagación están relacionadas mediante: $v = \lambda \cdot f$, por tanto, al ser la frecuencia constante, si cambia una, la otra también cambia.

En la onda reflejada, tanto la velocidad de propagación como la frecuencia son idénticas a las de la onda incidente, por lo que la longitud de onda también lo será. No ocurre lo mismo en la onda refractada. Al ser distinta la velocidad de propagación, la longitud de onda también será diferente.

3.- a) Explique la relación entre campo y potencial electrostáticos.

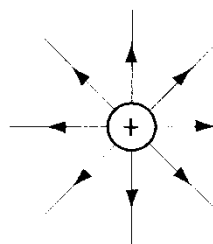
(And-2010-P1)

Una carga eléctrica en el espacio crea un campo eléctrico, que es directamente proporcional a la carga eléctrica e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa el centro de la carga del punto donde se calcula el campo eléctrico. Es una magnitud vectorial que se mide en [N/C] y se calcula mediante la expresión:

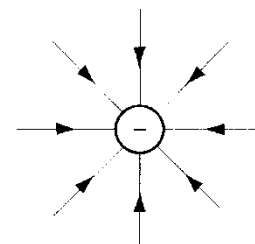
$$\vec{E} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r}$$

El campo eléctrico es un vector que tiene como dirección la recta que une el centro de la carga con el punto donde se calcula y el sentido depende del signo de la carga que crea el campo, si ésta es positiva el sentido del campo se aleja de la carga y si ésta es negativa va dirigida hacia la carga.

El sentido de las líneas de campo depende del signo de las cargas eléctricas, si es negativa van dirigidas hacia las cargas (igual que en una masa las líneas de campo gravitatorio) y si es positiva se dirigen hacia fuera de la carga eléctrica.



Líneas de campo eléctrico $Q +$



Líneas de campo eléctrico $Q -$

La densidad de las líneas de campo está relacionada con la intensidad del campo. El vector campo es tangente a las líneas de campo en cada punto.

Mientras que el **potencial eléctrico**, V , de una carga Q en un punto se define como el trabajo (cambiado de signo) necesario para desplazar una carga de 1 C desde el infinito hasta ese punto. Es una magnitud escalar que se mide en voltios [V] y se calcula:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

Donde r es la distancia desde el centro de la carga al punto donde se calcula el potencial.

Ambas magnitudes están relacionadas matemáticamente por la expresión

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \int_1^2 E \cdot dr$$

Si el campo eléctrico **es homogéneo**, podemos sacar E de la integral y quedará:

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \int_1^2 E \cdot dr = E \cdot \int_1^2 dr = E \cdot (r_2 - r_1)$$

Por tanto:

$$\Delta V = V_1 - V_2 = E \cdot (r_2 - r_1)$$

Así que la variación del potencial electrostático entre dos puntos 1 y 2, es igual al producto del campo eléctrico por la distancia entre esos dos.

b) Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razone si, de ese comportamiento, puede deducirse el signo de la carga.

La diferencia de potencial entre dos puntos de un campo, es la diferencia entre los potenciales de dichos puntos.

Imaginemos dos puntos 1 y 2 de un campo eléctrico, de potenciales V_1 y V_2 respectivamente.

- Si una **carga positiva** Q' se desplaza espontáneamente desde el punto 1 al 2, el trabajo realizado por las fuerzas del campo será positivo. $W_{1 \rightarrow 2} = Q'(V_1 - V_2) > 0$, por lo tanto $V_1 > V_2$
- Si por el contrario es necesario realizar un trabajo contra las fuerzas del campo será negativo, $W_{1 \rightarrow 2} < 0$, y por lo tanto $V_1 < V_2$
- Si una **carga negativa** Q' se desplaza espontáneamente desde el punto 1 al 2, el trabajo realizado por las fuerzas del campo será positivo. $W_{1 \rightarrow 2} = Q'(V_1 - V_2) < 0$, por lo tanto $V_1 < V_2$
- Si por el contrario es necesario realizar un trabajo contra las fuerzas del campo será negativo, $W_{1 \rightarrow 2} > 0$, y por lo tanto $V_1 > V_2$

En resumen, una carga positiva se desplazará espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes y una negativa en el de los crecientes.

Así que en nuestro caso si la partícula se desplaza espontáneamente hacia puntos de mayor potencial, es porque la partícula tiene carga negativa.

4.- a) Estabilidad nuclear.

(And-2010-P1)

Cuando se forma un núcleo mediante la unión de los protones y neutrones que lo componen, se observa que la masa nuclear es menor que la suma de las masas de las partículas por separado. Es decir, se ha perdido masa en el proceso de formación (sin embargo, las partículas siguen siendo las mismas). A esa

masa perdida se le denomina defecto másico (Δm). Aunque sea una masa perdida, se considera su valor positivo. Se calcula con la expresión $\Delta m = \sum m_{\text{Partículas}} - m_{\text{Núcleo}}$

¿Qué ha ocurrido con esta masa? Pues se ha transformado en energía, la cual es desprendida en forma de radiación. La cantidad de energía desprendida al formarse el núcleo a partir de sus partículas se denomina energía de enlace (E_e), y se calcula mediante $E_e = |\Delta mc^2|$

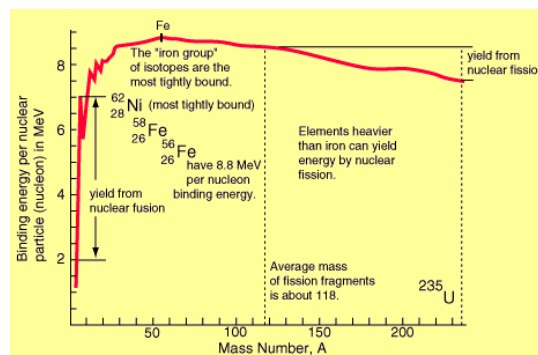
Si bien es una energía desprendida (correspondería que fuera negativa), se toma en valor absoluto.

También puede entenderse la energía de enlace como la energía que hay que suministrar al núcleo para descomponerlo en sus partículas. (Entonces cobra sentido el signo positivo).

La **Energía de enlace por nucleón** (E_n): Representa el promedio de energía desprendida por cada partícula que compone el núcleo. $E_n = \frac{E_e}{A}$

Esta magnitud es la que nos indica la estabilidad de un núcleo. Cuanto mayor sea la energía desprendida por cada partícula, mayor estabilidad tendrá el núcleo. **A mayor energía de enlace por nucleón, mayor estabilidad.**

En la figura viene representada la energía de enlace por nucleón para los distintos nucleidos, en función del número de partículas (A , nº másico). Se observa que crece al aumentar la masa atómica en los núcleos ligeros, hasta llegar al Hierro (son estos los núcleos más estables). Sin embargo, para los núcleos pesados decrece al aumentar la masa nuclear. Esto tiene una consecuencia importante: Si unimos dos núcleos ligeros para formar uno más pesado (fusión nuclear), en el total del proceso se desprenderá energía. Y si rompemos un núcleo pesado en dos más ligeros (fisión nuclear) también se desprenderá energía. Los procesos contrarios no son viables energéticamente.



b) Explique el origen de la energía liberada en los procesos de fisión y fusión nucleares.

En toda reacción química, existe una absorción o un desprendimiento de energía, llamamos **Energía de la reacción** (E_r) a la energía que se absorbe o se desprende en una reacción nuclear, y se debe a la transformación de parte de la masa de las partículas en energía.

Se calcula a través del defecto másico mediante la ecuación de Einstein: $E_r = \Delta mc^2$ donde:

$$\Delta m = \sum m_{\text{productos}} - \sum m_{\text{Reactivos}}$$

es el defecto de masa

Las energías desprendidas en las reacciones nucleares son del orden de los MeV por cada núcleo que reacciona. Es una energía muy grande si la comparamos con la obtenida mediante reacciones químicas (del orden de eV por cada molécula que reacciona). También, para poder penetrar en el núcleo, la partícula que choque con él deberá tener una energía del mismo orden (MeV), sobre todo si tiene carga +. Estas grandes energías no se consiguieron en los laboratorios hasta la invención de los aceleradores de partículas (hemos visto su funcionamiento en el tema de electromagnetismo).

Para estudiar la viabilidad de una reacción nuclear, se usa la magnitud Q ($Q = -E_r$). Así:

- ✓ Si $Q > 0$ ($E_r < 0$), la reacción es **exotérmica**, y se producirá naturalmente.
- ✓ Si $Q < 0$ ($E_r > 0$), la reacción es **endotérmica**, y no se producirá naturalmente. Habrá que suministrar por tanto energía a las partículas para que se dé la reacción.

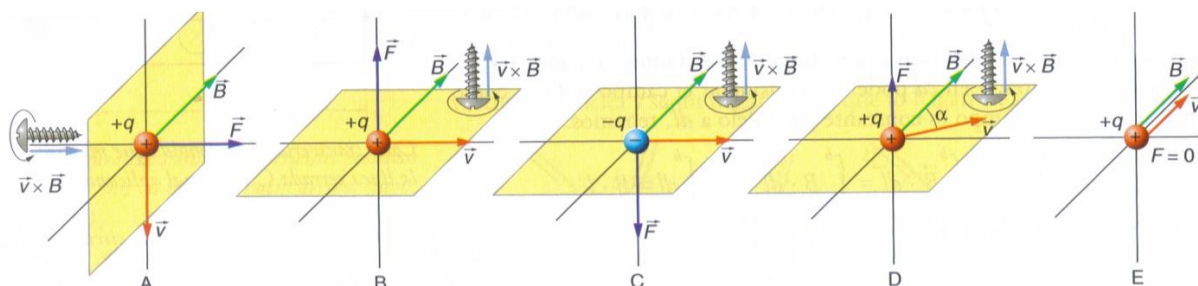
5.- a) Explique las características de la fuerza magnética sobre una carga en movimiento.

(And-2010-SEP)

Si una carga eléctrica penetra en una región del espacio donde haya un campo magnético, notará una fuerza magnética que se calcula mediante la expresión:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

Conocida como Ley de Lorentz, y que dice: *La fuerza que actúa sobre la carga en movimiento es un vector cuya dirección es perpendicular al plano que forman la velocidad y el campo magnético. Para saber la dirección de la fuerza se aplica la regla de la mano derecha o la regla de Maxwell.*



El módulo de esta fuerza viene dado por la expresión: $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$, donde α es el ángulo que forman el vector velocidad y el campo magnético. Así, cuando estos tienen la misma dirección ($\alpha = 0, \alpha = 180^\circ$) la fuerza magnética es nula; es decir, no actúa ninguna fuerza sobre una carga eléctrica en movimiento si la velocidad tiene la misma dirección que el vector inducción magnética.

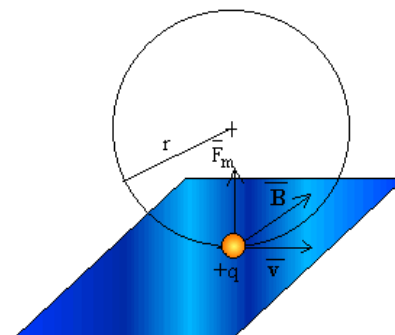
b) Dos partículas cargadas describen trayectorias circulares de igual radio en una región en la que existe un campo magnético uniforme. ¿Puede asegurarse que ambas partículas tienen la misma masa? ¿Tienen que ser iguales sus velocidades?. Razone las respuestas

Si una partícula de masa m y carga q penetra en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ con una velocidad $\vec{v}$ perpendicular a las líneas de campo, actúa sobre ella una fuerza perpendicular a su velocidad y de módulo constante, que según la segunda ley de Newton, producirá una aceleración normal:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= m\vec{a} \Rightarrow F = m \cdot a \\ \vec{F} &= q\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow F = qvB \end{aligned} \right\} a_n = \frac{|q|vB}{m} = cte$$

Si la aceleración normal, la única presente, es constante, la partícula realiza un movimiento circular uniforme de sentido dependiente del signo de la carga y cuyas características son:

- Radio: $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B}$
- Velocidad Angular: $\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \omega = \frac{|q|B}{m}$
- Periodo: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi m}{|q|B}$



Si ambas partículas tienen igual radio tenemos que:

$$\begin{cases} R_1 = \frac{m_1 \cdot v_1}{|q_1| \cdot B} \\ R_2 = \frac{m_2 \cdot v_2}{|q_2| \cdot B} \end{cases} \Rightarrow \frac{m_1 \cdot v_1}{|q_1| \cdot B} = \frac{m_2 \cdot v_2}{|q_2| \cdot B} \Rightarrow \frac{m_1 \cdot v_1}{|q_1|} = \frac{m_2 \cdot v_2}{|q_2|}$$

A la vista de lo anterior, no tienen por qué tener la misma masa, ni la misma velocidad, para que tengan el mismo radio de giro, tiene que ocurrir que el producto de su masa por su velocidad dividido por su carga sea el mismo.

Si ambas cargas fueran iguales, tendríamos que para que sus radios de giro fueran iguales, tendrían que tener el mismo momento lineal, pero no la misma masa ni la misma velocidad.

6.- a) Explique qué se entiende por defecto de masa y por energía de enlace.

(And-2010-SEP)

Cuando se forma un núcleo mediante la unión de los protones y neutrones que lo componen, se observa que la masa nuclear es menor que la suma de las masas de las partículas por separado. Es decir, se ha perdido masa en el proceso de formación (sin embargo, las partículas siguen siendo las mismas). A esa masa perdida se le denomina defecto másico (Δm). Aunque sea una masa perdida, se considera su valor positivo. Se calcula con la expresión $\Delta m = \sum m_{\text{partículas}} - m_{\text{Núcleo}}$

¿Qué ha ocurrido con esta masa? Pues se ha transformado en energía, la cual es desprendida en forma de radiación. La cantidad de energía desprendida al formarse el núcleo a partir de sus partículas se denomina energía de enlace (E_e), y se calcula mediante $E_e = |\Delta m c^2|$

Si bien es una energía desprendida (correspondería que fuera negativa), se toma en valor absoluto.

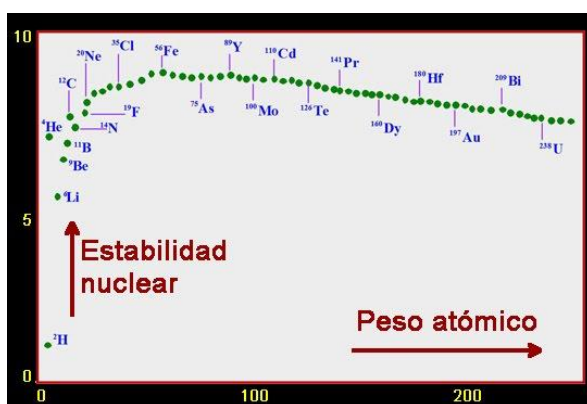
También puede entenderse la energía de enlace como la energía que hay que suministrar al núcleo para descomponerlo en sus partículas. (Entonces cobra sentido el signo positivo).

b) Considere los nucleidos ${}^{232}_{90}\text{Th}$ y ${}^{232}_{92}\text{U}$. Si el ${}^{232}_{90}\text{Th}$ tiene mayor energía de enlace, razone cuál de ellos es más estable.

La Energía de enlace por nucleón (E_n): Representa el promedio de energía desprendida por cada partícula

que compone el núcleo. $E_n = \frac{E_e}{A}$

Esta magnitud es la que nos indica la estabilidad de un núcleo. Cuanto mayor sea la energía desprendida por cada partícula, mayor estabilidad tendrá el núcleo. **A mayor energía de enlace por nucleón, mayor estabilidad.**



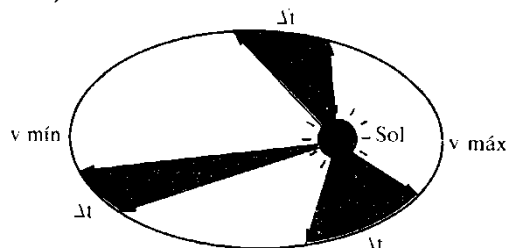
En la figura viene representada la energía de enlace por nucleón para los distintos nucleidos, en función del número de partículas (A , nº másico). Se observa que crece al aumentar la masa atómica en los núcleos ligeros, hasta llegar al Hierro (son estos los núcleos más estables). Sin embargo, para los núcleos pesados decrece al aumentar la masa nuclear. Esto tiene una consecuencia importante: Si unimos dos núcleos ligeros para formar uno más pesado (fusión nuclear), en el total del proceso se desprenderá energía. Y si rompemos un núcleo pesado en dos más ligeros (fisión nuclear) también se desprenderá energía. Los procesos contrarios no son viables energéticamente.

Según esto, como el isótopo ${}^{232}_{90}\text{Th}$ tienen mayor energía de enlace y su número másico es menor, entonces tendrá mayor energía de enlace por nucleón y será por tanto más estable.

7.- a) Enuncie las leyes de Kepler.

(And-2010-SEP)

- **1ª Ley:** Los planetas en su movimiento alrededor del sol describen orbitas elípticas, estando este en uno de los focos de dicha elipse.
- **2ª Ley:** El segmento que une el sol con un planeta barre áreas iguales en tiempo iguales. (Velocidad areolar constante).



Para demostrar esta ley hemos de recordar que el módulo del producto vectorial de dos vectores coincide con el área del paralelogramo que forman. Por tanto, la mitad de dicho área coincidirá con el área del triángulo formado por ambos vectores.

Los planetas se mueven en torno a su estrella describiendo elipses. En un tiempo dt , el planeta se desplaza una distancia $d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt$, el área barrida por el radiovector en ese tiempo vendrá dada por:

$$dA = \frac{1}{2} \|\vec{r} \wedge d\vec{r}\| = \frac{1}{2} \|\vec{r} \wedge \vec{v} \cdot dt\|$$

Dividiendo esta expresión por dt tenemos:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \|\vec{r} \wedge d\vec{r}\|}{dt} = \frac{1}{2} \|\vec{r} \wedge \vec{v}\|$$

Teniendo en cuenta que el momento angular es:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$$

De aquí:

$$\frac{\vec{L}}{m} = \vec{r} \wedge \vec{v}$$

Sustituyendo en la expresión anterior, nos queda:

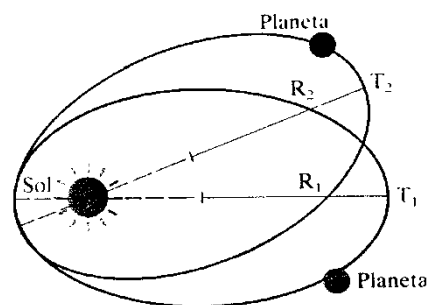
$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\|\vec{L}\|}{m}$$

Como la fuerza gravitatoria es central, siempre va dirigida al centro, el momento angular permanece constante, y al ser también constante la masa del planeta, resulta:

$$\frac{dA}{dt} = \text{cte.}$$

- **3ª Ley.** El cuadrado del periodo de revolución de un planeta alrededor del sol es proporcional al cubo de la distancia media del planeta al sol.

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \dots = \text{cte}$$



b) Demuestre la tercera ley de Kepler a partir de la ley de la gravitación universal de Newton para una órbita circular.

Para analizar el movimiento de un cuerpo alrededor de otro. Aproximamos la órbita del planeta a una circunferencia, es decir, suponemos la trayectoria del planeta circular. Si aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento del planeta tendremos:

$$\boxed{\sum F = m_p \cdot a}$$

Si suponemos que la única fuerza de interacción entre ambos cuerpos es la gravitatoria:

$$\vec{F} = -G \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

y que el cuerpo describe un movimiento circular.

Igualando ambas fuerzas, la gravitatoria y la centrípeta, tenemos:

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot a_N$$

Como

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

entonces:

$$\frac{G \cdot M}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

Y de aquí:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Que es la velocidad con la que se mueve el planeta en su órbita y recibe el nombre de velocidad orbital.

El tiempo que tarda un cuerpo en dar una vuelta completa alrededor del otro, se llama periodo de revolución, o simplemente periodo, y se representa por T.

Al ser un movimiento uniforme, ya que el periodo siempre es el mismo, podemos decir:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{\text{espacio recorrido}}{\text{velocidad}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v_{orb}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}$$

Por tanto:

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}}$$

De aquí, elevando al cuadrado y despejando.....

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M} \cdot r^3 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M} = Cte$$

Obtenemos la expresión de la tercera ley de Kepler

8.- La ecuación de una onda armónica es:

(And-2010-SEP)

$$y(x,t) = A \cdot \text{Sen}(bt - cx)$$

a) Indique las características de dicha onda y lo que representa cada uno de los parámetros A, b y c.

Movimiento Ondulatorio es la propagación de un movimiento oscilatorio en el seno de un medio elástico a través de sus partículas, las cuales, oscilan y obligan a oscilar a las partículas próximas transmitiendo la vibración de un centro emisor a otro.

En general se denomina **onda** a toda perturbación que se propaga, o también a la posición que adopta en cada instante la perturbación que se transmite a través del medio elástico, entendiendo por **perturbación** a toda energía que, al ser comunicada a un punto es capaz de propagarse

La onda a estudiar es una onda armónica, la función $y(x,t)$ que contiene una función seno o coseno se denomina **función armónica**, porque en ella las partículas del medio (la perturbación) describen un movimiento armónico simple.

Para estudiar la propagación de la onda, necesitamos conocer tanto las magnitudes de la perturbación (del m.a.s. originado en el foco) como las magnitudes de la propagación por el medio.

- **Elongación, y** , es la distancia que en cada instante separa la partícula del centro de oscilación, O, tomado como origen de las elongaciones. Su valor es positivo o negativo de acuerdo con el criterio cartesiano de signos, derecha positivo e izquierda negativo. En el S.I. se expresa en m.
- **Amplitud, A** , es el valor máximo de la elongación, o separación máxima con respecto a la posición de equilibrio de la partícula que vibra u oscila. En el S.I. se expresa en m.
- **Frecuencia angular o pulsación, ω** , en la ecuación b, es el número de periodos comprendidos en 2π unidades de tiempo y su valor depende de la rapidez con que oscila o vibra el objeto. Se mide en rad/s en el S.I., y está relacionada con el período mediante:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

- **Número de onda, k** , en la ecuación c, es una magnitud inversa a la longitud de onda. Su unidad en el S.I. es rad/m que se calcula mediante la expresión:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad k = \frac{\omega}{v}$$

b) ¿Cómo cambiarían las características de la onda si el signo negativo fuera positivo?.

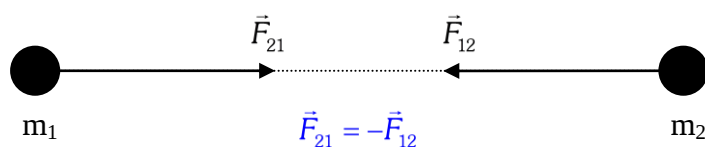
El signo que hay dentro del paréntesis ($bt-cx$) indica el sentido de la propagación del movimiento, cuando el signo es positivo, la propagación del movimiento es de izquierda a derecha, mientras que si el signo es negativo la propagación es de derecha a izquierda.

Así que según esto, las características de la onda no cambian, simplemente cambia el sentido de propagación de la onda.

9.- Indique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.

(And-2010-P3)

Un cuerpo de masa m_1 , crea a su alrededor un campo gravitatorio, dicho campo se manifiesta cuando otro cuerpo de masa m_2 se sitúa en la zona de influencia de la masa 1, tal que al colocarla allí, el objeto se ve sometido a una fuerza de atracción, que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a la distancia al cuadrado que las separa.



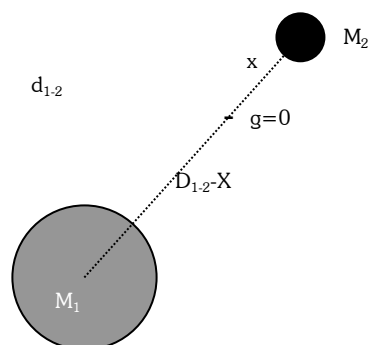
$$\vec{F} = -G \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

donde G es la cte. de gravitación universal y vale $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ y el vector $\hat{r}$ es un vector unitario en la dirección de la recta que une las dos masas.

El signo negativo (-) indica que la fuerza entre las dos masa es siempre atractiva.

Explique en qué punto, entre dos masas puntuales, puede encontrarse en equilibrio una tercera masa puntual y cuál sería su energía potencial.

En el punto en cuestión, ocurrirá que la intensidad del campo gravitatorio será nula debido a que en dicho punto se igualaran ambas atracciones.



Si llamamos x a la distancia desde ese punto a la masa 2 y $d-x$ a la distancia hasta la masa 1, tenemos que el valor del campo gravitatorio de las masas 1 y 2 en ese punto será:

$$\vec{g}_1 = \frac{-GM_1}{r^2} \hat{r} = \frac{-GM_1}{(d_{1-2} - x)^2} \hat{r} \quad \vec{g}_2 = \frac{-GM_2}{r^2} \hat{r} = \frac{-GM_2}{(x)^2} \hat{r}$$

Iguando ambas expresiones:

$$\frac{-GM_1}{(d_{1-2} - x)^2} = \frac{-GM_2}{(x)^2}$$

Operando un poco: $\frac{-GM_1}{-GM_2} = \frac{(d_{1-2} - x)^2}{(x)^2} = \left(\frac{d_{1-2} - x}{x}\right)^2$

Tomando la raíz cuadrada a cada uno de los miembros de esta igualdad y simplificando, tenemos:

$$\sqrt{\frac{M_1}{M_2}} = \frac{d_{1-2} - x}{x}$$

Que resolviendo nos daría la posición del punto en cuestión.

La energía potencial gravitatoria de una masa en un punto del campo gravitatorio es el trabajo, cambiado de signo, que el campo realiza sobre la masa cuando esta se traslada desde el infinito hasta dicho punto, o lo que es lo mismo el producto del potencial gravitatorio en dicho punto por el valor de la masa.

$$E_p = m \cdot V = m \cdot \frac{-Gm'}{r} = -\frac{Gmm'}{r}$$

Para calcular el potencial en ese punto, utilizamos el principio de superposición que nos dice que el potencial en un punto es igual a la suma de los potenciales que cada una de las masas crea en dicho punto.

$$\text{Por tanto: } E_p = m \sum_i V_i = m(V_1 + V_2)$$

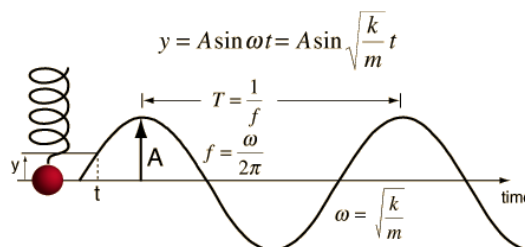
10.- a) Explique qué es un movimiento armónico simple y cuáles son sus características dinámicas.

(And-2010-P3)

Una partícula tiene movimiento oscilatorio cuando se mueve alrededor de una posición de equilibrio, pasando alternativamente (en un sentido y en el contrario) por ésta. El movimiento de un péndulo, las vibraciones de un muelle, o las oscilaciones de un cuerpo que flota en el agua constituyen ejemplos de movimientos oscilatorios.

Si las oscilaciones se repiten cada cierto tiempo fijo, se dice que las oscilaciones son periódicas, y el movimiento es oscilatorio periódico.

Ejemplos de este movimiento pueden ser, un péndulo simple o un muelle del que colgamos un cuerpo de masa m .



El movimiento oscilatorio de un cuerpo sobre una trayectoria recta es **armónico simple** cuando está sometido a la acción de una fuerza de atracción proporcional al vector de posición, con origen en su punto de equilibrio o centro de oscilación, y de sentido contrario.

El **movimiento armónico simple** (se abrevia m.a.s.), es un movimiento periódico que queda descrito en función del tiempo por una función armónica (seno o coseno), es un caso particular de movimiento oscilatorio periódico. Lo estudiaremos por dos razones:

- 1) Es el más sencillo de los movimientos oscilatorios.
- 2) Cualquier otro movimiento oscilatorio puede descomponerse en suma de m.a.s. (Análisis de Fourier).

b) Razone cómo cambiarían la amplitud y la frecuencia de un movimiento armónico simple si:
i) aumentara la energía mecánica.

Si aumenta la energía mecánica, como la energía mecánica viene dada por la suma de la cinética más la potencial, conocidas la energía potencial y cinética de un oscilador armónico en un punto cualquiera, de elongación x , podemos calcular su energía mecánica.

$$E_M = E_c + E_p$$

Por tanto:

$$E_M = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 (\cos^2(\omega t + \varphi_0) + \sin^2(\omega t + \varphi_0)) = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

O lo que es lo mismo:

$$E_M = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2$$

Por tanto si aumenta la energía mecánica, es porque aumenta la amplitud de las oscilaciones.

Un cambio en la amplitud, no implica un cambio en la frecuencia, porque si no cambia la constante recuperadora del muelle, no cambiaría la pulsación angular y por tanto la frecuencia.

ii) disminuyera la masa oscilante.

Al disminuir la masa, como $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, y la constante del muelle solo depende del material con el que está hecho el muelle, quiere decir que si cambia m , cambia la pulsación y por tanto cambiaría la frecuencia.

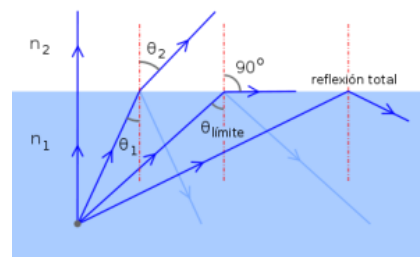
Un cambio en la frecuencia no implicaría un cambio en la amplitud, porque este sería el valor máximo de la elongación, y seguiría siendo el mismo.

11.- a) Explique qué es el ángulo límite y qué condiciones deben cumplirse para que pueda observarse.

(And-2010-P3)

Reflexión total es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, α_L . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.



El **ángulo límite** también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = \text{Arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

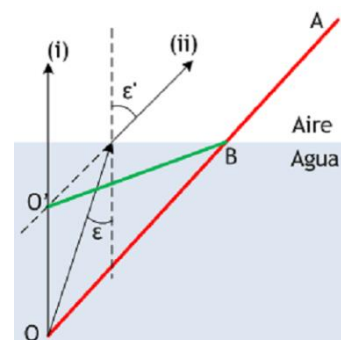
donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios con $n_2 > n_1$. Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es 90° .

b) Razone por qué la profundidad real de una piscina llena de agua es mayor que la profundidad aparente.

Sea el segmento BO la altura del nivel de agua de una piscina llena. La imagen del punto O puede construirse empleando dos rayos:

- (i) en dirección perpendicular a la superficie; no se desvía al pasar al aire.
- (ii) un rayo cualquiera, que incide sobre la superficie formando ángulo ε con la normal en el punto de incidencia. Al refractarse, se alejará de la normal, formando un ángulo $\varepsilon' > \varepsilon$.

La imagen de O, entonces, será virtual, ya que los rayos (i) y (ii) divergen después de refractarse, y estará en O'. Por tanto, la base de la piscina se verá según ABO', y por eso nos dará la impresión de que es menos profunda de lo que lo es realmente.



12.- a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente rectilínea indefinida.

(And-2010-P3)

La ley que nos permite calcular campos magnéticos a partir de las corrientes eléctricas es la Ley de Ampère. Fue descubierta por **André - Marie Ampère** en 1826 y se enuncia:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_T$$

La integral del primer miembro es la **circulación o integral de línea del campo magnético** a lo largo de una **trayectoria cerrada**, y:

- μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$
- $d\vec{l}$ es un vector tangente a la trayectoria elegida en cada punto
- I_T es la corriente neta que atraviesa la superficie delimitada por la trayectoria, y **será positiva o negativa según el sentido con el que atraviere a la superficie**.

Se define como **permeabilidad magnética relativa de un medio** a la razón entre su permeabilidad magnética absoluta y la del vacío, verificándose: $\mu' = \frac{\mu}{\mu_0}$

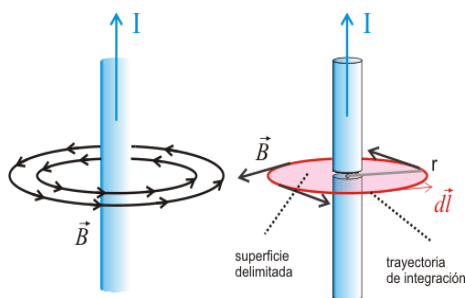
Dependiendo del valor de μ' las distintas sustancias se pueden clasificar en:

- Diamagnéticas: Si $\mu' < 1$
- Paramagnéticas: Si $\mu' > 1$
- Ferromagnéticas: Si $\mu' \gg 1$

El campo magnético creado por un conductor indefinido rectilíneo por el que circula una corriente eléctrica I se obtiene mediante la expresión:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

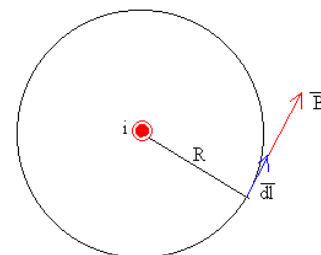
donde r es la distancia desde el conductor hasta el punto donde se calcula el campo y μ es la permeabilidad magnética del medio material.



Esta es la expresión matemática de la **Ley de Biot y Savart**, que dice: *El valor del campo magnético creado por un conductor rectilíneo indefinido, en un determinado punto, es directamente proporcional a la intensidad de la corriente que circula por él, e inversamente proporcional a la distancia entre el punto considerado y la dirección de la corriente.*

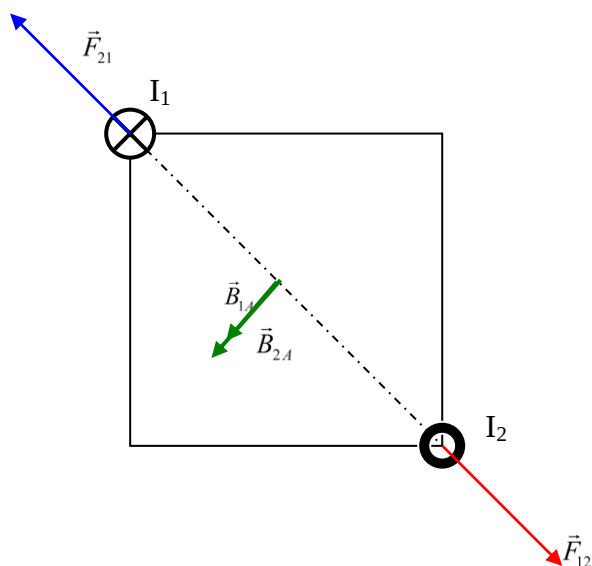
El campo magnético creado por un conductor de este tipo atiende a las siguientes características:

- El campo magnético B es tangente a la circunferencia de radio r , paralelo al vector $d\vec{l}$.
- El módulo del campo magnético B tiene el mismo valor en todos los puntos de dicha circunferencia.



b) Por dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos entre sí, circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentidos opuestos. Explique, con ayuda de un esquema, la dirección y el sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio de un segmento que una a los dos conductores. ¿Cómo cambiaría la situación si se invirtiese el sentido de una de las corrientes?

Como las Intensidades de ambos hilos son opuestas, las fuerzas que ejercen los conductores entre sí, serán repulsivas.



El campo magnético producido por un hilo conductor en un punto a una distancia d , viene dado por la Ley de Biot – Savart:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi \cdot d}$$

sustituyendo valores y utilizando el principio de superposición, tenemos que en el punto d:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu I_1}{2\pi \cdot d_1} \hat{r}_1 + \frac{\mu I_2}{2\pi \cdot d_2} \hat{r}_2$$

Utilizando la regla de la mano derecha, tenemos que si indicamos con el dedo gordo el sentido de la corriente, al cerrar la mano, obtenemos la dirección del campo magnético.



Según esto, como las corrientes son de sentidos opuestos, los vectores campo magnético tienen la misma dirección y sentido, así que el campo magnético total sería la suma de ambos

Si cambiamos el sentido de una de las corrientes, los vectores campo magnético ahora serían opuestos y el campo magnético total sería la diferencia de ambas expresiones vectoriales.

13.- a) Explique qué es la inducción electromagnética.

(And-2010-P3)

La **inducción electromagnética** es el fenómeno que origina la producción de una **fuerza electromotriz** (f.e.m. o **voltaje**) en un medio o cuerpo expuesto a un campo magnético variable, o bien en un medio móvil respecto a un campo magnético estático.

La fuerza electromotriz inducida en un circuito cerrado es directamente proporcional a la variación del flujo magnético que atraviesa la superficie del circuito, de manera que el sentido de la corriente inducida se opone a la causa que lo produce.

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}} \text{ o de forma diferencial } \boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Donde ϕ es el flujo magnético.

Ecuaciones referidas a un circuito de una espira, si el circuito estuviese constituido por N espiras:

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \cdot N}$$

Lo que nos permite decir que *el valor de la fuerza electromotriz inducida es independiente de las causas que provocan la variación de flujo y solamente depende de la mayor o menor rapidez con que varía el flujo a través de la superficie limitada por el circuito y del número de espiras que éste posee.*

Una forma práctica de determinar el sentido de la corriente inducida puede realizarse con la denominada “regla de la mano derecha”.

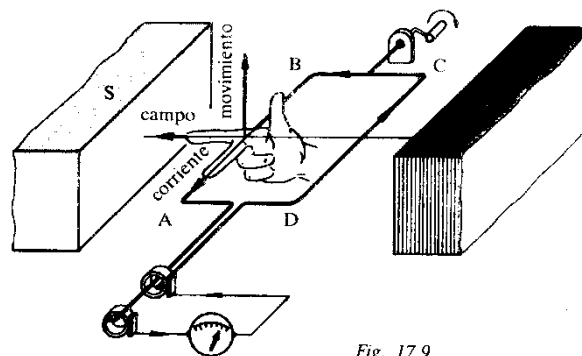


Fig. 17.9

Extendiendo los tres primeros dedos de la mano derecha en las tres direcciones del espacio, si el dedo índice señala la dirección y sentido del campo, y el pulgar la dirección y sentido del movimiento, el dedo medio indicará la dirección y sentido de la corriente inducida.

De forma general, si *la variación del flujo es positiva, se origina una corriente cuyo sentido es contrario a las agujas del reloj, mientras que si la variación del flujo es negativa su sentido de giro será horario.*

El valor de la Intensidad de corriente inducida en el circuito, la obtenemos aplicando la **Ley de Ohm**:

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$$

b) Una espira rectangular está situada, horizontalmente, en un campo magnético vertical uniforme. Razone si se induce fuerza electromotriz en la espira en las situaciones siguientes:

i) se aumenta o disminuye la intensidad del campo magnético.

Sabemos que la fuerza electromotriz inducida en un circuito cerrado es directamente proporcional a la variación del flujo magnético que atraviesa la superficie del circuito. Como el flujo de un campo magnético que atraviesa una superficie se define como el producto escalar entre el vector inducción magnética $\vec{B}$, y el vector superficie $\vec{S}$. El vector superficie es un vector con dirección normal a la superficie cuyo módulo es el valor de esta.

$$\boxed{\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha}$$

Si aumenta B, aumenta el flujo, y por tanto si hay variación del flujo, se induce una fuerza electromotriz.

ii) manteniendo constante el campo magnético, se mueve la espira con velocidad constante hasta quedar fuera del campo.

Como hemos dicho con anterioridad, el flujo de un campo magnético que atraviesa una superficie se define como el producto escalar entre el vector inducción magnética $\vec{B}$, y el vector superficie $\vec{S}$. El vector superficie es un vector con dirección normal a la superficie cuyo módulo es el valor de esta.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Por tanto, si movemos la espira con velocidad constante, la superficie que atraviesa el campo es cada vez más pequeña, y por tanto el flujo disminuye. Al haber variación del flujo, se induce una fuerza electromotriz.

14.- a) Explique qué es la radiactividad y describa en qué consisten los procesos alfa, beta y gamma.

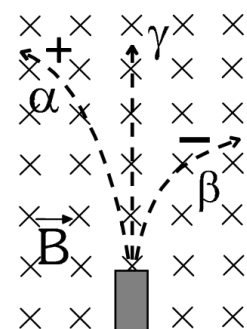
(And-2010-P4)

Por radiactividad se entiende la emisión de radiación (partículas, luz) por parte de algunas sustancias, que se denominan radiactivas. Esta emisión puede ser espontánea (radiactividad natural), o producida por el hombre (radiactividad artificial).

Es un fenómeno que ocurre a nivel del núcleo. Éste, ya sea de forma natural o forzada, emite partículas de su interior. Esto trae como consecuencia que el número de partículas del núcleo cambie (puede cambiar Z y A). Es decir, la sustancia inicial puede transformarse en otra sustancia totalmente diferente.

Se conocen básicamente tres tipos de radiactividad natural, representadas con α , β y γ . La primera diferencia notable entre ellas es la carga eléctrica. Los científicos **Soddy** y **Fajans**, en 1913, llegaron a las siguientes leyes de desplazamiento:

- 1- Cuando un núcleo emite una partícula α , se transforma en un núcleo del elemento situado dos lugares a la izquierda en la tabla periódica. Es decir, su n° atómico disminuye en dos unidades.
- 2- Cuando un núcleo emite una partícula β , se transforma en un núcleo del elemento situado un lugar a la derecha en la tabla periódica. O sea, su n° atómico aumenta una unidad.
- 3- Cuando un núcleo emite radiación γ , continúa siendo del mismo elemento químico.

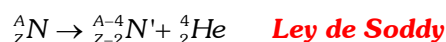


Las sustancias radiactivas emiten tres tipos de radiaciones que son desviadas en forma distinta por un campo magnético.

Emisión de partículas α :

- ✓ Son núcleos de Helio formados por dos protones y dos neutrones.
- ✓ Su carga eléctrica es $Q = +2e = +3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- ✓ Su masa es $m = 6,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 4,0026033 \text{ uma}$

Cuando una partícula α abandona el núcleo N, su número másico disminuye en cuatro unidades y su número atómico en dos.

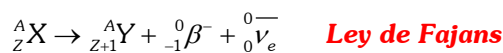


Emisión de partículas β :

Un neutrón del núcleo se transforma en un electrón, (partícula β), un protón y un antineutrino (partícula sin carga ni masa) mediante: $n \rightarrow \beta^- + p^+ + \bar{\nu}_e$

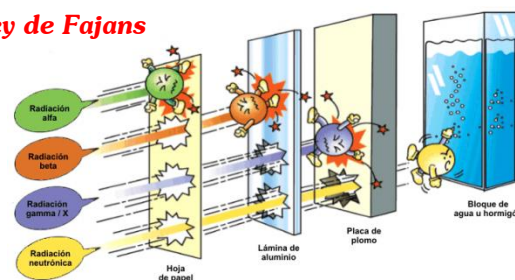
- ✓ Las partículas β , son electrones rápidos procedentes de neutrones que se desintegran dando lugar a un protón y un electrón.
- ✓ Su carga eléctrica es $Q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- ✓ Su masa es $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0,000549 \text{ uma}$

Cuando una partícula β abandona el núcleo X, su número másico no se altera, mientras que su número atómico aumenta en una unidad.

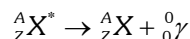


Emisión de partículas γ :

- ✓ Son radiación electromagnética, es decir fotones.
- ✓ No tienen carga eléctrica.
- ✓ No tienen masa.

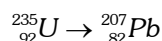


Cuando una partícula γ abandona el núcleo X, éste simplemente pierde energía. Sigue siendo un núcleo del mismo elemento químico.



La energía de los fotones liberados está relacionada con la frecuencia ν de la radiación mediante la expresión $E = h\nu$, donde $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, es la constante de Planck.

b) Razone cuál es el número total de emisiones alfa y beta que permiten completar la siguiente transmutación:



Sea a el número de emisiones α y b el número de emisiones β que sufre el núcleo de ${}^{235}_{92}\text{U}$. Si en cada emisión α el número másico se reduce en cuatro y el atómico en dos y en cada emisión β el másico no cambia, pero el n° atómico aumenta en uno, escribimos el siguiente sistema:

Con respecto al número másico tendríamos la ecuación: $235 - 4a = 207$

Y con respecto al número atómico: $92 - 2a + b = 82$

Juntando ambas ecuaciones:

$$\begin{cases} 235 - 4a = 207 \\ 92 - 2a + b = 82 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 235 - 4a = 207 \\ 184 - 4a + 2b = 164 \end{cases} \Rightarrow a = 7; b = 4$$

Por tanto, para pasar de un isótopo radiactivo a otro son necesarias 7 desintegraciones α y 4 desintegraciones β .

15.- a) Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza que no lo sea. (And-2010-P4)

En **física**, decimos que una fuerza es **conservativa** si el trabajo realizado para desplazar una partícula entre dos puntos es independiente de la trayectoria seguida entre tales puntos.

Llamamos **energía potencial gravitatoria** a la energía que posee un cuerpo en virtud de su posición dentro de un campo gravitatorio, que, para el caso de los cuerpos situados sobre la superficie terrestre, coincide con el trabajo necesario para elevarlos a la altura en que se encuentran, puesto que el suelo se considera origen de potenciales.

Supongamos un cuerpo de masa m que pretendemos llevarlo desde la posición 1 a la 2 a lo largo de la curva A, sobre la que se mueve sin rozamiento. Si admitimos que la velocidad de desplazamiento es cte, sobre el cuerpo habrá que ejercer una fuerza que en cada punto anule a la componente del peso en la dirección de la tangente a la trayectoria:

$$F = mg \cdot \sin \alpha$$

Dicha fuerza en un desplazamiento infinitesimal ds realizará un trabajo elemental:

$$dW = mg \cdot \sin \alpha \cdot ds$$

El trabajo total realizado por la fuerza aplicada será:

$$W = \int_1^2 mg \cdot \sin \alpha \cdot ds$$

La expresión $\sin \alpha \cdot ds$ corresponde a la componente vertical dz del desplazamiento y en consecuencia la expresión anterior se transforma en:

$$W = \int_1^2 mg \cdot dz = mg \cdot z_2 - mg \cdot z_1 = mg(z_2 - z_1) = mg \cdot h$$

Vemos, pues, que el trabajo realizado coincide con el que se obtendría al elevar verticalmente el cuerpo desde el punto 1 al punto 2, siendo independiente de la trayectoria seguida para conseguir la elevación.

Por tanto un ejemplo de fuerza conservativa sería la fuerza de atracción gravitatoria.

Un ejemplo claro de fuerza no conservativa, sería la fuerza de rozamiento entre un cuerpo que se desplaza por una superficie rugosa.

El trabajo realizado por esta fuerza depende de la trayectoria seguida por el cuerpo y por tanto decimos que la fuerza de rozamiento no es conservativa.

b) ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? ¿Es igual a la variación de su energía potencial? Razone las respuestas.

Se podría afirmar siempre y cuando las fuerzas fueran conservativas, en el caso de la existencia de fuerzas conservativas no podríamos afirmarlo.

Se denomina **energía cinética** a la energía que posee un cuerpo en virtud de su movimiento.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Supongamos un cuerpo de masa m , inicialmente en reposo, al que se le aplica una fuerza $\vec{F}$ para que al cabo de un tiempo t adquiera una velocidad $\vec{V}$. El trabajo elemental realizado por esa fuerza en un tiempo infinitesimal, en el que el móvil recorrió un espacio $d\vec{s}$, vendrá dado por:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = m\vec{a} \cdot d\vec{s}$$

Y como $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ y $d\vec{s} = \vec{v} \cdot dt$, se tiene:

$$dW = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} \cdot dt = m\vec{v} \cdot d\vec{v}$$

El trabajo total realizado en el intervalo $t=t_2-t_1$ será:

$$W = \int_1^2 m\vec{v} \cdot d\vec{v} = \left[\frac{1}{2}mv^2 \right]_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Si, como hemos dicho antes, el cuerpo partió del reposo, entonces $v_1=0$, y por lo tanto:

$$W = \frac{1}{2}mv^2$$

La expresión

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \Delta E_c$$

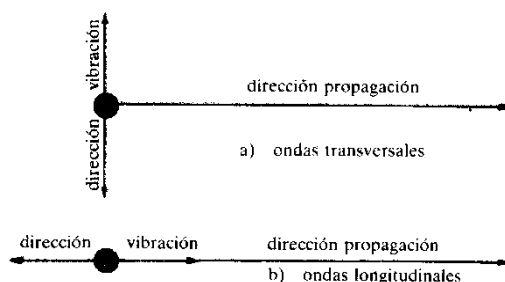
Representa el llamado **teorema de las fuerzas vivas**, cuyo enunciado es como sigue:

El trabajo realizado por una fuerza conservativa al actuar sobre un cuerpo durante un cierto intervalo de tiempo es igual a la variación de energía cinética que experimenta el cuerpo en ese tiempo.

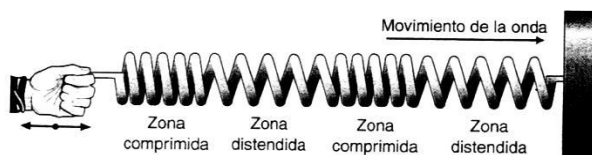
16.- a) Explique qué son ondas longitudinales y transversales.

(And-2010-P4)

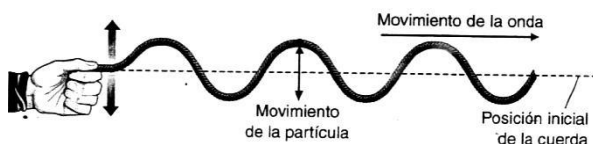
Las ondas, se pueden clasificar según la relación que exista entre la **dirección de propagación** del movimiento y la **dirección de vibración** de cada partícula, las ondas pueden ser **transversales** y **longitudinales**.



Ondas longitudinales son aquellas en las que las partículas vibran en la misma dirección que la propagación.



Mientras que **ondas transversales** son aquellas en las que las partículas vibran perpendicularmente a la dirección de propagación.



b) ¿Qué diferencias señalaría entre las características de las ondas luminosas y sonoras?

La principal diferencia sería que las ondas luminosas forman parte de las ondas electromagnéticas, son ondas que no requieren de soporte material para su propagación, ejemplo la luz en el vacío. Mientras que las ondas sonoras forman parte de las ondas mecánicas, que son ondas que necesitan de un medio material para su propagación, ejemplo, el sonido no se transmite en el vacío, necesita un medio elástico para su transmisión.

Una gran diferencia sería la velocidad con la que se propagan cada una, las ondas sonoras se propagan a una velocidad de $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, mientras que las ondas luminosas se puede propagar con una velocidad máxima de $3\cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

A parte de esto, decir que las ondas sonoras son longitudinales y las electromagnéticas son transversales.

17.- a) Explique qué se entiende por velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra.

(And-2010-P4)

La **velocidad orbital** es la velocidad que tiene un **planeta, satélite (natural o artificial)** o similar en su órbita alrededor de otro cuerpo celeste (**estrella, planeta, ...**).

Para analizar el movimiento de un satélite alrededor del sol. Aproximamos la órbita satélite a una circunferencia, es decir, suponemos la trayectoria del satélite circular. Si aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento del satélite tendremos:

$$\boxed{\sum F = m_s \cdot a}$$

Si suponemos que la única fuerza de interacción entre la tierra y el satélite es la gravitatoria:

$$\vec{F} = -G \frac{M_T \cdot m_s}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Igualando ambas fuerzas, la gravitatoria y la centrípeta, tenemos:

$$\frac{G M_T \cdot m_s}{r^2} = m_s a_N$$

Como

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

entonces:

$$\frac{G M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

Y de aquí:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$$

Que es la velocidad orbital o la velocidad con la que se mueve el satélite en su órbita circular alrededor de la Tierra.

b) Razone cómo variaría la energía mecánica del satélite si se duplicara su masa.

Un satélite situado a una distancia r de la tierra tendrá una energía potencial dada por:

$$E_p = -\frac{G M_T \cdot m_s}{r}$$

Este satélite, además, y debido a su velocidad orbital, tendrá una energía cinética dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} m_s \cdot v_{orb}^2$$

Si sumamos ambas energías, obtenemos la energía mecánica de un planeta en una órbita:

$$\boxed{E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m_p v_{orb}^2 - \frac{G M_T m_s}{r}}$$

Operando llegamos a:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{G M_s m_p}{r} = \frac{1}{2} m_s \left(\sqrt{\frac{G M_T}{r}} \right)^2 - \frac{G M_T \cdot m_s}{r} = \frac{1}{2} \frac{G M_T \cdot m_s}{r} - \frac{G M_T \cdot m_s}{r} = -\frac{1}{2} \frac{G M_T \cdot m_s}{r}$$

Por tanto la energía mecánica de un satélite en una órbita viene dada por:

$$E = -\frac{1}{2} \frac{G M_T \cdot m_s}{r}$$

Si duplicamos la masa del satélite, tendríamos:

$$E' = -\frac{1}{2} \frac{G M_T \cdot 2m_s}{r} = -\frac{G M_T \cdot m_s}{r} = 2E$$

Por tanto, al duplicar la masa del satélite, se duplica la energía mecánica de éste.

18.- a) Explique la hipótesis de de Broglie.

(And-2010-P5)

El científico francés Louis de Broglie, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (Compton), sugirió en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en determinados experimentos*. A cada partícula corresponde una onda asociada. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual.

Según esta hipótesis, la energía, tanto de la materia como de la radiación, se relaciona con la frecuencia ν de la onda asociada a su movimiento mediante la expresión:

$$E = h\nu$$

donde h es la constante de Planck.

Y el momento lineal p , con la longitud de onda mediante:

$$p = mv = \frac{E}{c^2} \cdot c = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Así pues, la longitud de onda λ asociada a una partícula material o a un fotón de momento lineal p será:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

b) Considere un haz de protones y un haz de electrones de igual energía cinética. Razone cuál de ellos tiene mayor longitud de onda.

Según De Broglie, la longitud de onda λ asociada a una partícula material viene dada por:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Si multiplicamos arriba y abajo por v , tenemos que:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hV}{mV^2} = \frac{2hV}{Ec}$$

Si ambos tienen la misma energía cinética, como la masa de los electrones es menor que la de los protones, esto quiere decir que la velocidad de los electrones es mayor que la de los protones, por tanto, y según la ecuación anterior:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_e = \frac{2hV_e}{Ec} \\ \lambda_p = \frac{2hV_p}{Ec} \end{array} \right\} \lambda_e > \lambda_p$$

La longitud de onda de los electrones será mayor que la de los protones.

19.- a) Explique el fenómeno de dispersión de la luz.

(And-2010-P5)

En los llamados medios dispersivos la velocidad de propagación de una radiación luminosa depende del medio y de la frecuencia. Así, en un medio como el vidrio, o la atmósfera, o el agua, la v depende de la frecuencia.

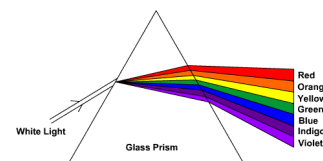
Esto trae como consecuencia que:

- Los diferentes colores (diferente ν) se propagan a velocidad diferente.
- La longitud de onda cambia.

- Cada color tiene su propio índice de refracción (n), por lo que los ángulos de refracción serán diferentes.

Es decir, los rayos de luz de distintos colores se separan (se dispersan) al pasar por el vidrio, o por el agua. La luz roja ($> \lambda$) es la que menos se desvía mientras que la luz azul-violeta es la que más lo hace.

La dispersión de la luz blanca, formada por una mezcla de distintas longitudes de onda, se pone de manifiesto al hacer pasar un haz de luz a través de un prisma óptico, de forma que las distintas radiaciones que componen la luz blanca se refractan con diferentes ángulos y emergen separadas formando lo que denominamos espectro de la luz blanca.



b) ¿Qué es el índice de refracción de un medio? Razone cómo cambian la frecuencia y la longitud de onda de una luz láser al pasar del aire al interior de una lámina de vidrio.

Llamamos **índice de refracción** de un medio al cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de propagación de la luz en dicho medio. $n = \frac{c}{v}$.

En el vacío, el índice de refracción es $n=1$ y, aproximadamente, también en el aire. En otros medios materiales, n es mayor que la unidad, ya que, c es siempre mayor que v .

Si consideramos dos medios transparentes e isotrópicos distintos a los que llamaremos 1 y 2, si dividimos sus índices de refracción, obtenemos:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Que se conoce como **índice de refracción relativo**.

Y si sustituimos en la fórmula del índice de refracción los valores de las velocidades por sus expresiones en función de la longitud de onda, vemos que al ser la frecuencia independiente del medio material, al variar la velocidad, también ha de variar la longitud de onda.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_o \cdot \nu}{\lambda \cdot \nu} = \frac{\lambda_o}{\lambda} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \lambda_o : \text{longitud de onda de una radiación luminosa en el vacío} \\ \lambda : \text{longitud de onda en el medio} \end{cases}$$

20.- a) Explique la interacción de un conjunto de cargas puntuales.

(And-2010-P5)

La ley de Coulomb, nos indica que la fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas puntuales Q_1 y Q_2 separadas una distancia r , es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Esta fuerza es un vector que tiene como dirección la recta que une el centro de cada una de las cargas y se calcula mediante la expresión:

$$\vec{F} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Donde el vector $\hat{r}$ es un vector unitario en la dirección de la recta que une las dos cargas, y K es una constante que depende del medio eléctrico interpuesto entre las cargas, soliendo expresarse de la siguiente forma:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_r \cdot \epsilon_o}$$

Con lo que la Ley de Coulomb queda:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_r \cdot \epsilon_o} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

ϵ_r es una constante denominada permitividad relativa, o constante dieléctrica relativa del medio.

ϵ_0 es otra constante que recibe el nombre de constante dieléctrica del vacío o permitividad del vacío.

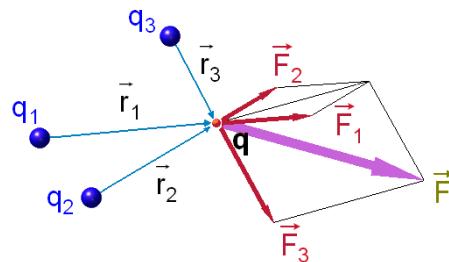
Si en lugar de haber dos cargas hay más, unas interactuarán con otras, de forma que utilizaremos el principio de superposición.

El campo y el potencial eléctricos creado en un punto del espacio por un sistema de cargas puntuales respectivamente es la suma (vectorial en el caso del campo, escalar en el caso del potencial) de los campos o de los potenciales creados en aquel punto por cada una de las cargas por separado.

$$\vec{E}_A = \sum_i \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

$$V_A = \sum_i V_i = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

$$\vec{F}_A = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$$



Una vez conocido el campo eléctrico en un punto, mediante la suma vectorial de campos eléctricos, utilizaremos la Ley de Coulomb que podemos escribir de la siguiente forma:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

b) Considere dos cargas eléctricas $+Q$ y $-Q$, situadas en dos puntos A y B. Razone cuál sería el potencial electrostático en el punto medio del segmento que une los puntos A y B. ¿Puede deducirse de dicho valor que el campo eléctrico es nulo en dicho punto?

El potencial eléctrico de una carga Q en un punto se define como el trabajo (cambiado de signo) necesario para desplazar una carga de 1 C desde el infinito hasta ese punto. Es una magnitud escalar que se mide en voltios [V] y se calcula:

$$V = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

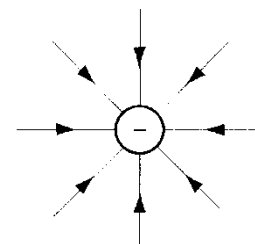
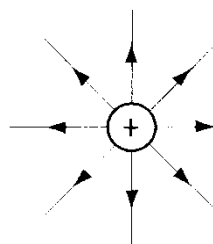
Donde r es la distancia desde el centro de la carga al punto donde se calcula el potencial.

Mediante el principio de superposición sabemos que el potencial en un punto es la suma de los potenciales en dicho punto debido a las distintas cargas que componen un sistema.

Para calcular el potencial en el centro del segmento, no tenemos más que sumar los potenciales de cada una de las cargas:

$$V = \sum V_i = K \frac{Q}{R} - K \frac{Q}{R} = 0 \text{ V}$$

En dicho punto no puede deducirse que el campo eléctrico es cero, porque el campo eléctrico es una magnitud vectorial que tiene como dirección la recta que une dichas cargas y el sentido depende del signo de la carga que crea el campo, si ésta es positiva el sentido del campo se aleja de la carga y si ésta es negativa va dirigida hacia la carga como podemos ver en la figura.

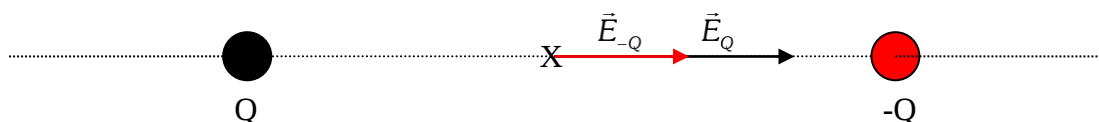


Líneas de campo eléctrico $Q +$

Líneas de campo eléctrico $Q -$

Así que para la carga Q el campo tendría la dirección y sentido hacia $-Q$ mientras que para la carga $-Q$ el campo tendría la dirección y sentido hacia $-Q$ también. Por tanto el campo eléctrico no puede

ser de ninguna manera cero sino que sería doble.



Sea a el punto donde se encuentra la carga Q, sea x el punto medio y sea b el punto donde se encuentra la carga -Q.

El vector $\vec{ax}$ tiene la misma dirección que la recta -QQ y su sentido es hacia -Q, mientras que el vector $\vec{bx}$ tiene la misma dirección pero su sentido es hacia Q, al ser la carga negativa, su sentido sería contrario y por tanto los campos eléctricos tendrán la misma dirección y sentido y por tanto se suman.

21.- a) Escriba la ecuación de una onda estacionaria en una cuerda con sus dos extremos fijos, y explique el significado físico de cada una de los parámetros que aparecen en ella.

(And-2010-P6)

Onda estacionaria es la onda que resulta del encuentro de dos ondas de igual longitud de onda y amplitud (interferencia), que se propagan en la misma dirección, pero en sentidos contrarios (ondas viajeras).

La ecuación de una onda estacionaria es de la forma:

$$Y = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = 2 \cdot A \cos(Kx) \sin(\omega t)$$

En esta ecuación A es la amplitud de las ondas viajeras, k es el número de onda y ω es la frecuencia.

Según esto, cualquier punto de la cuerda vibrará con igual periodo que los movimientos ondulatorios componentes, y con una amplitud resultante:

$$A_r = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Que depende de la situación del punto.

La onda estacionaria es armónica de igual frecuencia que las componentes y su amplitud A_r , es independiente del tiempo, pero varía sinusoidalmente con la abscisa x.

Por lo tanto, excepto en los puntos en que la amplitud es nula (los nodos), que no oscilan, todos los puntos de la onda oscilan armónica y verticalmente respecto de OX.

Puesto que los nodos se encuentran siempre en reposo, la onda estacionaria parece permanecer fija sobre la dirección de propagación (de ahí su nombre), no viaja, y por tanto, no transporta energía.

Al no existir transporte de energía, no podemos considerar las ondas estacionarias como ondas en sentido estricto de la palabra.

Estas ondas tienen una **velocidad de propagación nula**. Aunque las ondas que la componen (ondas viajeras) si tienen velocidad de propagación.

b) Explique qué puntos de la cuerda del apartado anterior permanecen en reposo. ¿Qué puntos oscilan con amplitud máxima?

Como hemos dicho con anterioridad, los puntos de la cuerda vibran con una amplitud $A_r = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

Esta amplitud será nula en aquellos puntos donde $\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 0$, es decir:

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2}$$

O sea, en los puntos donde:

$$x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{con } n=(0,1,2,3\dots)$$

Que se corresponde con los **nodos**.

Por el contrario la amplitud será máxima cuando $\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \pm 1$, es decir:

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = n\pi$$

O sea:

$$x = 2n \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{con } n=(0,1,2,3\dots)$$

Que corresponde a la situación de los **vientres**.

22.- a) Enuncie la Ley de Lenz-Faraday.

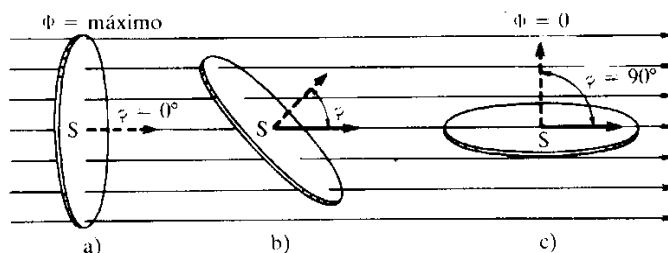
(And-2010-P6)

La fuerza electromotriz inducida en un circuito cerrado es directamente proporcional a la variación del flujo magnético que atraviesa la superficie del circuito, de manera que el sentido de la corriente inducida se opone a la causa que lo produce.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{o de forma diferencial} \quad \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Donde ϕ es el flujo magnético que atraviesa una superficie y que se define como el producto escalar entre el vector inducción magnética $\vec{B}$, y el vector superficie $\vec{S}$. El vector superficie es un vector con dirección normal a la superficie cuyo módulo es el valor de esta.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$



La ley de Faraday-Lenz referida a un circuito que estuviese constituido por N espiras sería: $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \cdot N$

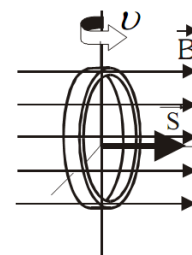
b) Una espira circular gira en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético uniforme. Razone si se induce fuerza electromotriz en la espira si:

i) el campo magnético es paralelo al eje de rotación

Si el campo magnético es paralelo al eje de rotación, tendríamos que ninguna línea de campo atravesaría la superficie de la espira y por tanto no habría flujo magnético. Al no haber flujo, no hay fuerza electromotriz inducida.

ii) es perpendicular.

Si el campo magnético es perpendicular al eje de rotación, tendríamos que las líneas de campo atravesarían la superficie de la espira y por tanto habría flujo magnético. Al girar la espira, el flujo sería variable, y por tanto al haber variación de flujo se generaría una fuerza electromotriz inducida.



23.- a) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m situado a una altura h puede escribirse como $E_p = m \cdot g \cdot h$. Comente el significado y los límites de validez de dicha expresión.

(And-2010-P6)

Sabemos que la energía potencial gravitatoria terrestre en un punto P de la superficie de la tierra viene dada por la expresión $E_p = -\frac{GM_T \cdot m}{r_t}$ donde M_T es la masa de la Tierra, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg, G es la constante de la gravitación universal cuyo valor es $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$, y r_t el radio terrestre.

En un punto Q a una altura h de la superficie terrestre, la energía potencial sería $E_Q = -\frac{GM_T \cdot m}{r_t + h}$

La variación de la energía potencial entre ambos puntos sería:

$$\Delta E_p = E_{pQ} - E_{pP} = -\frac{GM_T \cdot m}{r_t + h} + \frac{GM_T \cdot m}{r_t} = GM_T \cdot m \left(\frac{1}{r_t} - \frac{1}{r_t + h} \right) = GM_T \cdot m \left(\frac{r_t + h - r_t}{r_t(r_t + h)} \right) = \frac{GM_T \cdot m h}{r_t(r_t + h)}$$

Como el radio de la tierra es del orden de 6400 km y la altura h es de un orden mucho menor podemos aproximar $r_t(r_t + h) \approx r_t^2$ de forma que la expresión de la variación de la energía potencial quedaría de la forma:

$$\Delta E_p = \frac{GM_T \cdot m h}{r_t^2} = m \left(\frac{GM_T}{r_t^2} \right) h = m g h$$

Donde g es el valor de la intensidad del campo gravitatorio en la superficie terrestre y su valor es de $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Como vemos el valor $m \cdot g \cdot h$ no es más que la variación de energía potencial gravitatoria entre dos puntos próximos a la superficie terrestre. La validez de esta aproximación depende del valor de h . Si el orden de magnitud de h se acerca al del radio de la tierra esta aproximación pierde validez ya que como sabemos el valor de g varía con la altura según:

$$g = \frac{g_o}{\left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2}$$

Para un valor de h grande.

Si la distancia h no es muy grande, g se calcula mediante: $g = g_o \cdot \left(1 - \frac{2h}{R_T}\right)$

Donde g_o es el valor en la superficie.

b) Un cuerpo de masa m se eleva desde el suelo hasta una altura h de dos formas diferentes: directamente y mediante un plano inclinado. Razone que el trabajo de la fuerza peso es igual en ambos casos.

El trabajo de la fuerza peso siempre es el mismo porque se trata de una fuerza conservativa, para este tipo de fuerzas, el trabajo es independiente del camino seguido, por tanto nos dará lo mismo elevar el cuerpo mediante un plano inclinado o directamente.

Supongamos un cuerpo de masa m que pretendemos llevarlo desde la posición 1 a la 2 a lo largo de un plano A, sobre el que se mueve sin rozamiento. Si admitimos que la velocidad de desplazamiento es cte, sobre el cuerpo habrá que ejercer una fuerza que en cada punto anule a la componente del peso en la dirección de la tangente a la trayectoria:

$$F = m g \cdot \sin \alpha$$

Dicha fuerza en un desplazamiento infinitesimal ds realizará un trabajo elemental:

$$dW = m g \cdot \sin \alpha \cdot ds$$

El trabajo total realizado por la fuerza aplicada será:

$$W = \int_1^2 m g \cdot \sin \alpha \cdot ds$$

La expresión $\sin\alpha \cdot ds$ corresponde a la componente vertical dz del desplazamiento y en consecuencia la expresión anterior se transforma en:

$$W = \int_1^2 mg \cdot dz = mg \cdot z_2 - mg \cdot z_1 = mg(z_2 - z_1) = mg \cdot h$$

Vemos, pues, que el trabajo realizado coincide con el que se obtendría al elevar verticalmente el cuerpo desde el punto 1 al punto 2, siendo independiente de la trayectoria seguida para conseguir la elevación.

24.- a) Explique la teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico.

(And-2010-P6)

En 1905, Einstein retomó la idea de los cuantos de Planck pero no limitó su aplicación a la explicación de la absorción o emisión de energía por parte de los osciladores atómicos sino que la extendió a la propia naturaleza y propagación de la luz. **Einstein volvió a introducir la naturaleza corpuscular en la propagación de la luz y su interacción con la materia.**

Según Einstein: La energía luminosa no se reparte de un modo uniforme en todos los puntos del frente de onda, sino que está concentrada en cuantos de energía, que denominará **fotones**. La luz estaría formada por una infinidad de fotones de diferentes tamaños energéticos que se propagan en todas direcciones a la velocidad de la luz. Cuando la luz interacciona con la materia absorbe aquellos fotones que le están permitidos.

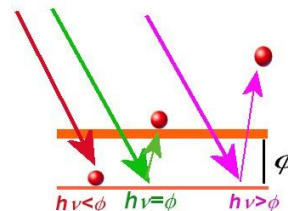
Einstein da una explicación a todos los hechos observados en el efecto fotoeléctrico:

- Un fotón de luz puede tener energía suficiente para arrancar un electrón de un átomo. El electrón transforma dicha energía en el trabajo necesario que debe efectuar contra la fuerza de atracción electrostática que lo liga al átomo. Como los átomos de cada metal son diferentes, la energía debe ser distinta para cada metal, lo que explica la especificidad de la frecuencia umbral para los diferentes metales. Es decir, que **el trabajo necesario para arrancar un electrón de una superficie metálica es igual a h multiplicado por la frecuencia umbral:**

$$W_o = h\nu_o$$

- La energía de los fotones de la luz incidente puede ser mayor que el trabajo de extracción. En este caso, la energía restante es la energía cinética que adquiere un electrón una vez que ha sido extraído de la superficie metálica. Si la energía del fotón de la luz incidente es $E = h\nu$, se cumple que:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{cinética}} \quad \Leftrightarrow \quad h\nu = h\nu_o + \frac{1}{2}mv^2$$



Esta expresión se conoce como **ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico**. Esto explica porque no aumenta la energía cinética de los electrones al incrementarse la intensidad de la luz. La energía cinética depende únicamente de la frecuencia de la luz incidente y de la frecuencia umbral. Un aumento de la intensidad solo supone un incremento del número de fotones que llegan a la superficie, con lo que es mayor el número de electrones arrancados pero no su energía cinética.

b) Razone cómo cambiarían el trabajo de extracción y la velocidad máxima de los electrones emitidos si se disminuyera la longitud de onda de la luz incidente.

Sabemos que la energía de la luz incidente viene dada por la expresión de Planck $E = h\nu$, donde h es la constante de Planck y ν es la frecuencia de la luz.

Sabemos que la velocidad de la onda viene dada por $v = \lambda \cdot f$, como la velocidad es constante porque no se ha cambiado el medio, quiere decir que si la longitud de onda disminuye, la frecuencia de la radiación aumenta.

Según la ecuación de Einstein, $E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{cinética}} \Leftrightarrow h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2$. Al variar la frecuencia de la luz incidente, como el trabajo de extracción no varía, porque esto solo depende del metal en cuestión, la energía cinética aumentaría.

Por tanto si $\lambda \downarrow$, la frecuencia $f \uparrow$, por tanto $E_{\text{incidente}} = h\nu \uparrow$ y al ser el trabajo de extracción el mismo, la energía cinética $E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2}mv^2 \uparrow$

25.- Un satélite describe una órbita circular alrededor de la Tierra. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: (And-2011-P1)

a) ¿Qué trabajo realiza la fuerza de atracción hacia la Tierra a lo largo de media órbita?

Como el trabajo es la variación de la energía potencial, y en la órbita, por ser una superficie equipotencial, la energía potencial no varía, entonces no se realiza ningún trabajo.

$$W = -\Delta E_p \Rightarrow E_p = \text{cte} \Rightarrow \Delta E_p = 0 \Rightarrow W = 0$$

b) Si la órbita fuera elíptica, ¿cuál sería el trabajo de esa fuerza a lo largo de una órbita completa?

Aunque la órbita fuera elíptica, si el cuerpo da una vuelta completa, en el punto inicial de la órbita y en el punto final la energía potencial es la misma.

Como la fuerza gravitatoria es conservativa no depende del camino recorrido. Así que al igual que en el caso anterior, el trabajo sería nulo porque la energía potencial no cambia.

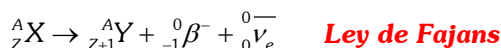
$$W = -\Delta E_p \Rightarrow E_p = \text{cte} \Rightarrow \Delta E_p = 0 \Rightarrow W = 0$$

26.- Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones: (And-2011-P1)

a) ¿Cuál es el origen de las partículas beta en una desintegración radiactiva, si en el núcleo sólo hay protones y neutrones?

Un neutrón del núcleo se transforma en un electrón, (partícula β), un protón y un antineutrino (partícula sin carga ni masa) mediante: $n \rightarrow \beta^- + p^+ + \bar{\nu}_e$

Cuando una partícula β abandona el núcleo X, su número másico no se altera, mientras que su número atómico aumenta en una unidad.



b) ¿Por qué la masa de un núcleo atómico es menor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen?

Cuando se forma un núcleo mediante la unión de los protones y neutrones que lo componen, se observa que la masa nuclear es menor que la suma de las masas de las partículas por separado. Es decir, se ha perdido masa en el proceso de formación (sin embargo, las partículas siguen siendo las mismas). A esa masa perdida se le denomina defecto másico (Δm). Aunque sea una masa perdida, se considera su valor positivo.

Se calcula con la expresión $\Delta m = \sum m_{\text{Partículas}} - m_{\text{Núcleo}}$

¿Qué ha ocurrido con esta masa? Pues se ha transformado en energía, la cual es desprendida en forma de radiación. La cantidad de energía desprendida al formarse el núcleo a partir de sus partículas se denomina energía de enlace (E_e), y se calcula mediante $E_e = |\Delta m c^2|$

Si bien es una energía desprendida (correspondería que fuera negativa), se toma en valor absoluto.

También puede entenderse la energía de enlace como la energía que hay que suministrar al núcleo para descomponerlo en sus partículas. (Entonces cobra sentido el signo positivo).

27.- a) *Un haz de electrones atraviesa una región del espacio sin desviarse, ¿se puede afirmar que en esa región no hay campo magnético? De existir, ¿cómo tiene que ser?*

(And-2011-P1)

No podemos afirmar que no haya campo magnético.

Sabemos que cuando una partícula entra en un campo magnético experimenta una fuerza que se calcula mediante la expresión:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

Conocida como Ley de Lorentz, y que dice: *La fuerza que actúa sobre la carga en movimiento es un vector cuya dirección es perpendicular al plano que forman la velocidad y el campo magnético. Para saber la dirección de la fuerza se aplica la regla de la mano derecha o la regla de Maxwell.*

El módulo de esta fuerza viene dado por la expresión: $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$, donde α es el ángulo que forman el vector velocidad y el campo magnético. Así, cuando estos tienen la misma dirección ($\alpha = 0, \alpha = 180^\circ$) la fuerza magnética es nula; es decir, no actúa ninguna fuerza sobre una carga eléctrica en movimiento si la velocidad tiene la misma dirección que el vector inducción magnética.

Así que para que el haz de electrones no sufra desviación alguna el campo magnético y el vector velocidad del haz han de ser paralelos.

b) *En una región existe un campo magnético uniforme dirigido verticalmente hacia abajo. Se disparan dos protones horizontalmente en sentidos opuestos. Razone qué trayectorias describen, en qué plano están y qué sentidos tienen sus movimientos.*

Como sabemos, cuando una partícula entra en el seno de un campo magnético sufre una desviación que le obliga a seguir un movimiento circular uniforme de radio dado por:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Así que las trayectorias que describen son circulares y las dos tienen sentido antihorario.

28.- *Una espira cuadrada de lado 20 cm, está situada en una región donde existe un campo magnético uniforme $B=0,2$ T perpendicular al plano de la espira, y con sentido saliente.*

- Calcula la f.e.m. media inducida en la espira cuando esta gira 90° en torno a un lado en un $\Delta t=0,1$ s.*
- Si la espira permanece fija, pero el campo magnético se duplica en el mismo intervalo de tiempo, ¿cuál es la f.e.m. inducida? Razona en qué sentido tiende a circular la corriente inducida.*

(And-2010-JUNIO)

- Si el campo es perpendicular a la espira, tendremos que el flujo inicial será:

$$\phi_o = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = 1 \cdot B \cdot S = 0,2 \cdot (0,2)^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Una vez girada la espira un ángulo de 90° , tendremos que el flujo será:

$$\phi_f = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

De aquí, como la f.e.m. inducida viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{0 - 8 \cdot 10^{-3}}{0,1s} = 0,08 \text{ V}$$

b) En este caso, el flujo inicial será el mismo:

$$\phi_o = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = 1 \cdot B \cdot S = 0,2(0,2)^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Pero el flujo final será ahora:

$$\phi_f = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = 1 \cdot B \cdot S = 0,4(0,2)^2 = 0,016 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Y en este caso, tendremos que la f.e.m. inducida que como hemos dicho antes viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{0,016 - 8 \cdot 10^{-3}}{0,1s} = -0,08 \text{ V}$$

Y el sentido de la corriente es tal que origina un nuevo campo magnético inducido que se opone a la variación del campo magnético existente. (**Ley de Lenz**).

Como la variación del flujo es positiva, se origina una corriente cuyo sentido es contrario a las agujas del reloj.

29.- Razone las respuestas a las siguientes cuestiones:

a) ¿En qué consiste la refracción de ondas? Enuncie sus leyes.

(And-2010-P4)

Refracción es el cambio de dirección que experimentan las ondas al pasar oblicuamente de un medio a otro en el que se propagan con diferente velocidad.

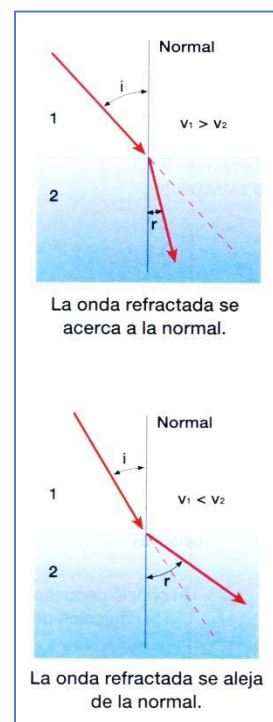
- **Rayo incidente** es la dirección en que se propaga la onda en el primer medio y **rayo refractado** es la nueva dirección que adquiere al penetrar en el otro medio.
- **Angulo de incidencia** (i) es el ángulo que forma el rayo incidente con la normal a la superficie de separación de ambos medios, y **ángulo de refracción** (r) es el ángulo que forma el rayo refractado con la normal.

En la refracción de ondas se cumple la **ley de Snell**: La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es, para dos medios dados, constante e igual a la razón de las velocidades con que se propaga la onda en ambos medios.

$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = \frac{v_1}{v_2} = \text{Cte.}$$

b) ¿Qué características de la onda varían al pasar de un medio a otro?

Al cambiar de un medio a otro, la frecuencia no cambia, la longitud de onda sí, por tanto como $v = \lambda \cdot f$, también cambiará la velocidad de propagación, y por tanto el ángulo de refracción será distinto también al de incidencia.



30.- Dos partículas con cargas eléctricas, del mismo valor absoluto y diferente signo, se mueven con la misma velocidad, dirigida hacia la derecha y en el plano del folio. Ambas partículas penetran en un campo magnético de dirección perpendicular al folio y dirigido hacia abajo.

(And-2005-JUNIO)

a) Analice con ayuda de un gráfico las trayectorias seguidas por las dos partículas.

El movimiento de una partícula cargada en el interior de un campo magnético viene determinado por la fuerza magnética que el campo ejerce sobre la partícula. El valor de esta fuerza viene dado por la ley de Lorentz.

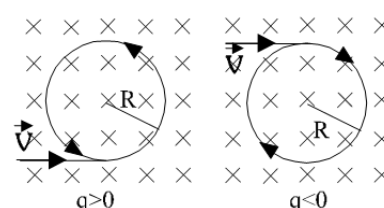
$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

El módulo de esta fuerza viene dado por la expresión: $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$, donde α es el ángulo que forman el vector velocidad y el campo magnético. Así, cuando estos tienen la misma dirección ($\alpha = 0, \alpha = 180^\circ$) la fuerza magnética es nula; es decir, no actúa ninguna fuerza sobre una carga eléctrica en movimiento si la velocidad tiene la misma dirección que el vector inducción magnética.

Su sentido viene dado por la regla de la mano derecha al girar $\vec{v}$ sobre $\vec{B}$ por el camino más corto, invirtiéndose en el caso de que la carga q sea negativa.

En este caso, el ángulo que forma la velocidad de ambas partículas con el campo $\vec{B}$ es de 90° , por lo que, teniendo ambas igual valor absoluto de q e igual velocidad, la fuerza que ejercerá el campo sobre ambas será igual en valor absoluto, pero con sentidos opuestos, dado el diferente signo de cada carga.

Las dirección y sentido de cada fuerza queda indicada en el dibujo.



La fuerza magnética ejercida es siempre perpendicular a la velocidad, por lo que la aceleración producida será de tipo normal. El movimiento resultante será un movimiento circular uniforme, cuyo radio se calcula aplicando la 2ª ley de Newton:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} = m\vec{a} &\Rightarrow F = ma \\ \vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} &\Rightarrow F = qvB \end{aligned} \right\} a_n = \frac{|q|vB}{m} = cte$$

Si la aceleración normal, la única presente, es constante, la partícula realiza un movimiento circular uniforme de sentido dependiente del signo de la carga y cuyo radio de curvatura es:

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

Como vemos, el radio de curvatura depende de la masa, aunque en el dibujo hayamos pintado las dos partículas con el mismo radio de curvatura, no implica que ambos sean iguales.

b) Si la masa de una de ellas es doble que la de la otra ($m_1 = 2 \cdot m_2$) ¿Cuál gira más rápidamente?

Como el radio de curvatura para cada una de las partículas es: $R = \frac{mv}{|q|B}$

Sustituyendo valores y como ambas cargas y velocidades son las mismas en valor absoluto, podemos encontrar una relación entre ambos radios de curvatura.

$$R_1 = \frac{m_1 v}{|q|B} = \frac{2m_2 v}{|q|B} = 2R_2$$

Si R_1 es el doble que R_2 quiere decir que aunque la velocidad lineal sea la misma, la angular no lo será puesto que la partícula 1 recorre un radio más grande, y por tanto su velocidad angular será menor.

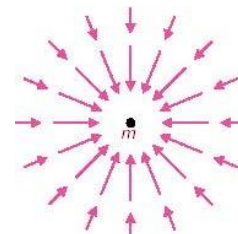
Por tanto, girará más rápidamente la partícula 2, o sea, la de menor masa.

31.- Dibuje en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M . Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M .

a) Si una masa, m , está situada en A y se traslada a B , ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué?

(And-2005-JUNIO)

Las líneas de fuerza de un campo indican la dirección y sentido de la fuerza que ejerce el campo en cada punto del espacio. En el caso del campo gravitatorio, las masas son sumideros de campo (puntos donde mueren las líneas decampo), y las líneas tienen simetría radial como podemos observar en el dibujo siguiente.



La masa M que crea el campo se encuentra en el centro.

La energía potencial que posee una partícula puntual de masa m en el interior del campo gravitatorio creado por la masa M , viene dada por la expresión:

$$E_p = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$$

Donde hemos escogido como como origen de energía potencial ($E_p=0$) un punto a una distancia infinita de M .

Como nos dicen que la masa m se acerca a la M , pasando de A a B , entonces la distancia entre las dos masas es menor, ya que el punto B está más cerca de M que el A .

La energía potencial, por tanto, aumenta debido a que esta es inversamente proporcional a la distancia, por tanto a menos distancia, mayor energía potencial.

b) Si una masa, m , está situada en A y se traslada a otro punto C , situado a la misma distancia de M que A , pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razone su respuesta.

Si ambos puntos están a la misma distancia, entonces se encuentran en la misma superficie equipotencial, en ésta, el valor del potencial gravitatorio siempre es el mismo y por tanto si no hay variación de éste, tampoco habrá variación de E_p al pasar del punto A al punto C .

32.- Supongamos que se pudiese perforar un túnel que atravesase la tierra de extremo a extremo pasando por su centro. Si se deja caer una partícula de masa m a través del túnel. A) Demostrar que su movimiento es armónico simple. B) Calcular el periodo de dicho movimiento. C) Determinar la velocidad de la partícula cuando pase por el centro de la tierra.

a) Para que sea un movimiento armónico simple, la fuerza que actúe sobre la partícula ha de ser proporcional y de signo contrario a $\vec{r}$ (Recordemos la ley de Hooke $\vec{F} = -K\vec{r}$).

Sea r la distancia desde el centro de la tierra a la partícula, la fuerza viene dada por la ley de la gravitación universal:

$$\vec{F} = -G \frac{M_T \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r} \text{ como } \hat{r} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} = \frac{\vec{r}}{r}, \text{ entonces, la fuerza es: } \vec{F} = -G \frac{M_T \cdot m}{r^3} \cdot \vec{r} = -\frac{g \cdot m}{r} \cdot \vec{r}$$

b) Este movimiento armónico simple, tiene como constante recuperadora:

$$k = \frac{m \cdot g}{r} \text{ al principio del movimiento } r=R_T \text{ y } g=g_0 \rightarrow k = \frac{m \cdot g_0}{R_T}$$

En consecuencia, su periodo será:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{mR_T}{m \cdot g_o}} = 2\pi\sqrt{\frac{R_T}{g_o}}$$

- c) La velocidad de la partícula cuando pase por el centro de la tierra será la velocidad máxima del movimiento armónico:

$$v_c = v_{\max} = R_T \cdot \omega = R_T \cdot \frac{2\pi}{T} = R_T \cdot \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{R_T}{g_o}}} = R_T \sqrt{\frac{g_o}{R_T}} = \sqrt{R_T \cdot g_o} \text{ y como } g_o = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

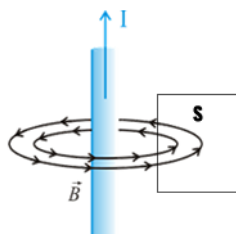
Entonces:

$$v_c = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T}}$$

33.- Una espira cuadrada está cerca de un conductor, recto e indefinido, recorrido por una corriente I . La espira y el conductor están en un mismo plano. Con ayuda de un esquema, razone en qué sentido circula la corriente inducida en la espira:

(And-2005-P4)

- a) Si se aumenta la corriente en el conductor.



El campo magnético creado por un conductor indefinido rectilíneo por el que circula una corriente eléctrica I se obtiene mediante la ley de Biot y Savart:

$$B = \frac{\mu I}{2 \cdot \pi r}$$

donde r es la distancia desde el conductor hasta el punto donde se calcula el campo y μ es la permeabilidad magnética del medio material.

Si aumenta la corriente que circula por el conductor, aumenta el campo magnético que es radial al conductor y tangente a la circunferencia de radio r .

Si el campo magnético aumenta, como el flujo magnético se calcula mediante $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot S$ también aumentará el flujo que atraviesa la superficie de la espira cuadrada S .

Como el flujo aumenta, la variación de flujo es positiva $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 > 0$ y por tanto **se origina una corriente cuyo sentido es contrario a las agujas del reloj**.

- b) Si, dejando constante la corriente en el conductor, la espira se aleja de éste manteniéndose en el mismo plano.

Si la espira se aleja del conductor manteniéndose en el mismo plano, quiere decir que aumenta r , la distancia entre el conductor y la espira, por lo que el campo magnético disminuye y por tanto el flujo que atraviesa la espira cuadrada. Al disminuir el flujo magnético **la variación del flujo es negativa y por tanto se origina una corriente cuyo sentido de giro será horario**.

34.- Un rayo de luz pasa de un medio a otro, en el que se propaga a mayor velocidad. a) Indique cómo varían la longitud de onda, la frecuencia y el ángulo que forma dicho rayo con la normal a la superficie de separación, al pasar del primero al segundo medio.

(And-2005-P4)

Si se propaga a mayor velocidad, como $n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}$, esto quiere decir que el índice de refracción es menor, por tanto $n_1 > n_2$. Como la velocidad de propagación se calcula mediante $v = \lambda \cdot f$, obviando el fenómeno de la dispersión, como la frecuencia de la luz es independiente del medio material y no cambia, lo que cambia es la longitud de onda que sería mayor.

Sabemos que, mediante la ley de Snell, $n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2$, si $n_1 > n_2$, tiene que ocurrir que la igualdad se cumpla que $\text{sen} \alpha_1 < \text{sen} \alpha_2$ y por tanto el ángulo α_1 tiene que ser menor que el ángulo α_2 .

Así que resumiendo, al cambiar del medio 1 al medio 2, la frecuencia no cambia, la longitud de onda crece y el ángulo también.

b) Razone si el rayo de luz pasará al segundo medio, independientemente de cuál sea el valor del ángulo de incidencia.

Lo que nos pregunta en realidad es que si al pasar del primer medio al segundo se produciría el fenómeno de la reflexión total.

Puesto que el ángulo límite, ángulo a partir del cual un rayo deja de refractarse para empezar a reflejarse totalmente, se calcula mediante $\alpha_L = \text{Arcsen} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$, se requiere que el índice de refracción del segundo medio

sea menor que el del primero.

Como en este caso hemos comprobado que $n_1 > n_2$, entonces se produciría reflexión total y la respuesta a la pregunta sería no. O sea, el rayo no pasará al segundo medio independientemente de cual sea el ángulo de incidencia.

35.- Al iluminar una superficie metálica con luz de frecuencia creciente empieza a emitir fotoelectrones cuando la frecuencia corresponde al color amarillo.

a) Explique razonadamente qué se puede esperar cuando el mismo material se irradie con luz roja. ¿Y si se irradia con luz azul?

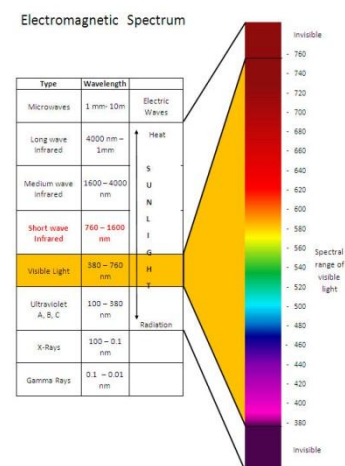
(And-2005-P4)

Sabemos que la longitud de onda del rojo (620-780 nm) es mayor que la longitud de onda del amarillo (580-600nm). Como la frecuencia de una radiación electromagnética viene dada por:

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

A mayor longitud de onda, menor frecuencia, por tanto la frecuencia de la luz roja es menor y por tanto no se emitirán fotoelectrones, de no se producirá el efecto fotoeléctrico. El trabajo de extracción será mayor que la energía de la radiación incidente y por eso no se emiten fotoelectrones.

Como la longitud de onda del color azul (460-490 nm) es más pequeña que la del amarillo, su frecuencia será mayor y si conseguiremos vencer el trabajo de extracción, en este caso los fotoelectrones salen del metal con una energía cinética mayor que cuando irradiábamos con el amarillo.



b) Razone si cabría esperar un cambio en la intensidad de la corriente de fotoelectrones al variar la frecuencia de la luz, si se mantiene constante el número de fotones incidentes por unidad de tiempo y de superficie.

Según la ecuación de Einstein:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{Extracción}} + E_{\text{cinética}} \quad \Leftrightarrow \quad h\nu = h\nu_o + \frac{1}{2}mv^2$$

Aunque se mantuviese constante el número de fotones por unidad de tiempo y de superficie, si estos fotones no tienen la energía suficiente para vencer el trabajo de extracción, no se emitirían fotoelectrones. Por tanto si cabría esperar un cambio en la intensidad de la corriente de fotoelectrones.

Si la frecuencia disminuye y la energía incidente $E_{\text{incidente}} = h\nu$ se hace menor que el trabajo de extracción $W_{\text{Extracción}} = h\nu_o$, variaría la intensidad corriente de fotoelectrones, mientras que si aumentara, la corriente de fotoelectrones sería la misma, aunque ahora la velocidad de estos sería mayor, puesto que el exceso de energía se invierte en un aumento de la energía cinética $E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2}mv^2$ y por tanto de la velocidad.

36.- Si por alguna causa la Tierra redujese su radio a la mitad manteniendo su masa, razone cómo se modificarían:

(And-2006-P1)

a) La intensidad del campo gravitatorio en su superficie.

El campo gravitatorio en la superficie terrestre viene dado por la expresión: $\vec{g}_o = -G \frac{M_T}{R_T^2} \hat{r}$ cuyo módulo es aproximadamente 10 N/kg. Si el radio se redujese a la mitad, tendríamos:

$$\vec{g}_o' = -G \frac{M_T}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} \hat{r} = -G \frac{4M_T}{R_T^2} = 4 \cdot \left(-G \frac{M_T}{R_T^2}\right) = 4\vec{g}_o$$

Por tanto si el radio terrestre se redujese a la mitad, el valor del campo gravitatorio se multiplicaría por 4

b) Su órbita alrededor del Sol.

El tiempo que tarda la tierra en dar una vuelta completa al Sol, se llama periodo de revolución, o simplemente periodo, y se representa por T.

Al ser un movimiento uniforme, ya que el periodo siempre es el mismo, podemos decir:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{\text{espacio recorrido}}{\text{velocidad}} = \frac{2 \cdot \pi r}{v_{orb}} = \frac{2 \cdot \pi r}{\sqrt{\frac{GM_s}{r}}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{GM_s}}$$

Por tanto:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_s}}$$

Como vemos el periodo solo depende de la distancia al sol y de la masa del sol, por tanto al variar el radio de la tierra, no varía su periodo de revolución.

Si de la expresión anterior despejamos el radio de la órbita, tenemos que:

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_s \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

Así que si no varía el periodo de revolución, tampoco lo hará el radio de la órbita. Por lo que podemos decir que su órbita sigue siendo la misma.

37.- a) Comente la siguiente afirmación: “las ondas estacionarias no son ondas propiamente dichas” y razone si una onda estacionaria transporta energía.

(And-2006-P1)

Onda estacionaria, es un caso particular de interferencia, que resulta del encuentro de dos ondas de igual longitud de onda y amplitud, que se propagan en la misma dirección, pero en sentidos contrarios.

Esta nueva onda resultante “da la sensación” de no avanzar, encontrándose estacionada (de ahí su nombre) en el espacio, presentando unos puntos inmóviles (nodos) y otros que se mueven de manera que al vibrar alcanzan una amplitud máxima (vientres).

Vientres, son los puntos (V) donde, por encontrarse las dos ondas en igual fase, se refuerzan haciendo que la amplitud de la onda resultante (onda estacionaria) sea el doble de la de una de ellas.

Nodos son los puntos (N) donde al encontrarse ambas ondas en fase opuesta, la amplitud de la onda resultante se anula. Los nodos son puntos fijos inmóviles.
Supongamos dos ondas de la misma A y de la misma λ

$$y_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad y_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

La perturbación resultante en dicho punto será:

$$Y = y_1 + y_2 = A \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right] = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \frac{2\pi t}{T}$$

Por lo tanto, el punto en cuestión vibrará con igual periodo que los movimientos ondulatorios componentes, y con una amplitud resultante:

$$A_r = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$

Que depende de la situación del punto.

La onda estacionaria es armónica de igual frecuencia que las componentes y su amplitud A_r , es independiente del tiempo, pero varía sinusoidalmente con la abscisa x .

Por lo tanto, excepto en los puntos en que la amplitud es nula (los nodos), que no oscilan, todos los puntos de la onda oscilan armónica y verticalmente respecto de OX y alcanzan a la vez la posición de equilibrio.

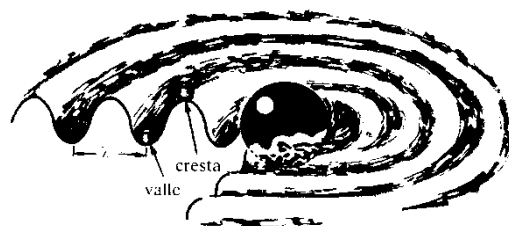
Puesto que los nodos se encuentran siempre en reposo, la onda estacionaria parece permanecer fija sobre la dirección de propagación (de ahí su nombre), no viaja, y por tanto, no transporta energía.

Al no existir transporte de energía, no podemos considerar las ondas estacionarias como ondas en sentido estricto de la palabra.

Estas ondas tienen una **velocidad de propagación nula**. Aunque las ondas que la componen (**ondas viajeras**) si tienen velocidad de propagación.

b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua y al pulsar la cuerda de una guitarra se producen fenómenos ondulatorios. Razone qué tipo de onda se ha producido en cada caso y comente las diferencias entre ambas.

Al arrojar una piedra a un estanque con agua se produce un movimiento ondulatorio en el que se propaga la energía, pero no las partículas que han recibido esa energía. Se observa que las partículas superficiales del agua, vibran **verticalmente**, subiendo y bajando, pero sin desplazarse **horizontalmente**. En cambio las circunferencias concéntricas (ondas) que se producen alrededor de la piedra en forma de elevaciones (crestas) y depresiones (valles) avanzan **horizontalmente** hacia la orilla.



Es decir, no se propaga la partícula vibrante, sino la energía que posee.

Mientras que al pulsar la cuerda de una guitarra, como la cuerda de longitud L está fija por sus dos extremos:

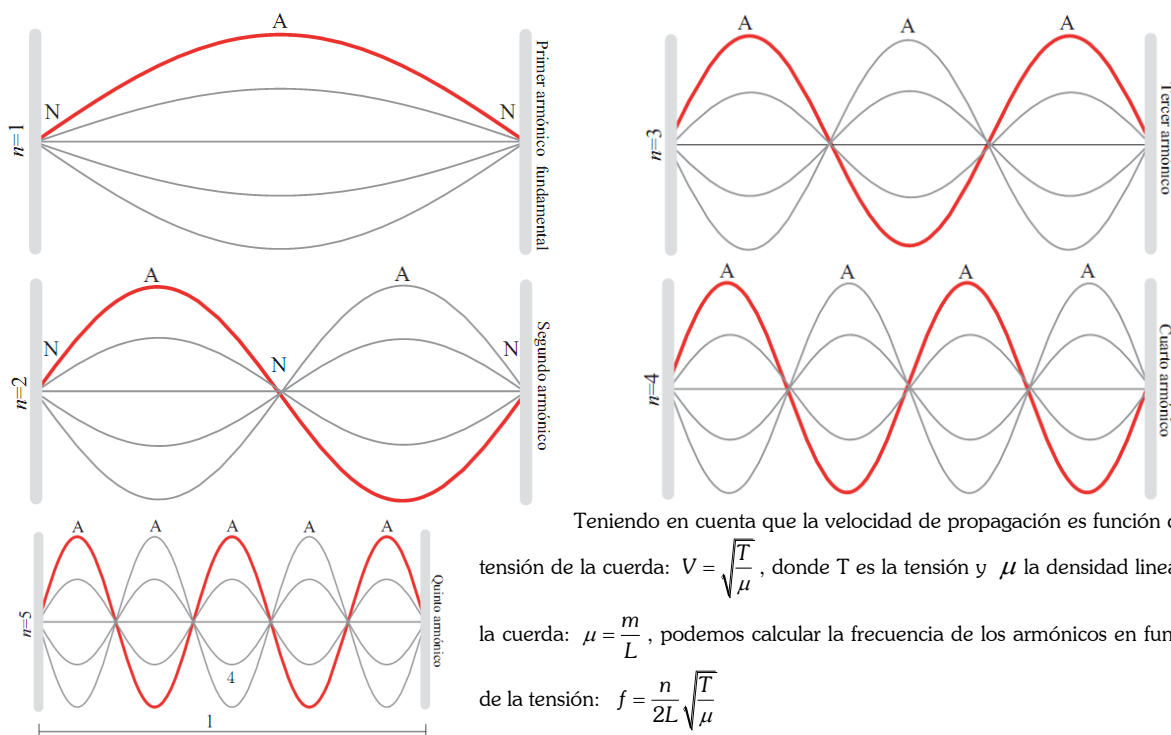
- Al apartarla de su posición de equilibrio y soltarla, las fuerzas elásticas de recuperación la hacen vibrar.
- Las ondas que se propagan en sentidos contrarios dan lugar a distintas ondas estacionarias.
- Cada una de las ondas estacionarias componentes del movimiento tiene una **frecuencia** característica y se denomina **modo normal de vibración**.
- Los extremos de la cuerda, de abscisas O y L , deben ser nodos, ya que en estos puntos no hay vibración
- Para determinar las longitudes de onda de cada uno de los modos normales de vibración, debemos tener en cuenta que en toda onda estacionaria la distancia entre nodos consecutivos vale $\lambda/2$. Por lo tanto, la formulación de ésta requiere que la longitud de la cuerda cumpla:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \text{ de donde: } \lambda = \frac{2L}{n} \text{ con } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Esta expresión muestra que solo son posibles las ondas estacionarias cuya λ sea submúltiplo del doble de la longitud de la cuerda.
- Cada modo normal lleva asociada una frecuencia que depende de la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda.

$$f = \frac{v}{\lambda} \Leftrightarrow f = n \frac{v}{2L} \text{ con } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

La frecuencia menor se denomina **frecuencia fundamental** o **primer armónico**; la siguiente, **segundo armónico**; y así sucesivamente constituyen una **serie armónica**.



Así que la gran diferencia entre ellas es que la primera transporta energía y posee velocidad de propagación, mientras que la segunda ni transporta energía, ni se propaga.

38.- a) Explique la formación de imágenes y sus características en una lente divergente.

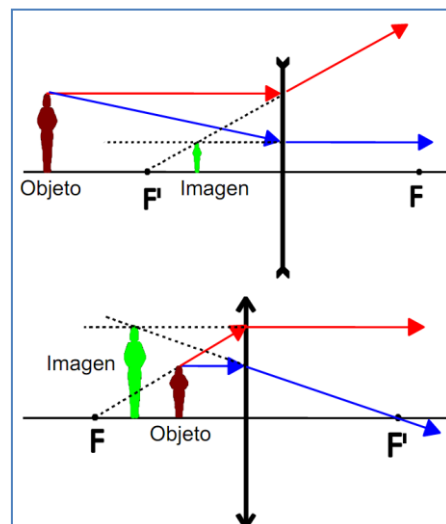
(And-2008-P3)

Una lente divergente es un sistema óptico (normalmente de vidrio) que, mediante refracción, rayos que inciden paralelos al eje óptico, a la salida diverjan de un punto denominado foco. La posición de los focos objeto (F) e imagen (F') está indicada en el esquema.

La imagen que produce una lente divergente es siempre virtual (los rayos no convergen en un punto, sino que parecen divergir de él), derecha y más pequeña que el objeto, como puede verse en el esquema de rayos.

b) ¿Pueden formarse imágenes virtuales con lentes convergentes? Razone la respuesta.

Una lente convergente puede producir una imagen virtual si el objeto está situado entre el foco objeto y la lente. Es el caso de una lupa,



que produce imágenes virtuales, derechas y de mayor tamaño que el objeto. En el siguiente esquema vemos cómo se forman las imágenes en este caso.

39.- a) *Describa brevemente el modelo corpuscular de la luz. ¿Puede explicar dicho modelo los fenómenos de interferencia luminosa?*

(And-1998-SEPTIEMBRE)

El modelo corpuscular de la luz indica que la energía que transporta una onda electromagnética es proporcional a su frecuencia. Esto hace que la luz no se pueda estudiar siempre como una onda y que sea necesario considerarla como una especie de partícula. El hecho de que en ocasiones una onda electromagnética pueda considerarse como partícula no impide que existan fenómenos puramente ondulatorios como la interferencia, pero no los pueden explicar.

b) *Dos rayos de luz inciden sobre un punto ¿Pueden producir oscuridad? Explique razonadamente este hecho.*

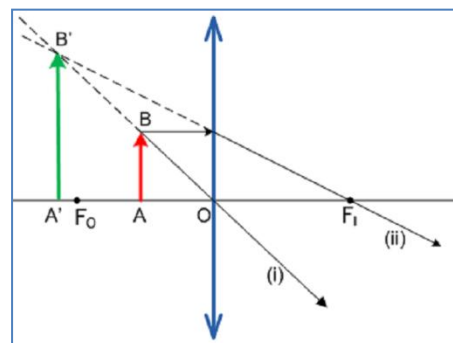
Si los dos rayos luminosos vienen dados por una onda de las mismas características, frecuencia, y longitud de onda, pero que se propagan en sentido contrario, podría formarse una interferencia, y si en ese punto hay un nodo, la amplitud de la onda estacionaria formada por esta interferencia podría ser cero y por tanto producirse oscuridad.

También podría ocurrir que dos ondas luminosas produzcan oscuridad en un punto si llegan a él con un desfase de 180° . En estas circunstancias el signo de una onda y el de la otra son distintos, pero el módulo de ambas coincide. De esta manera las ondas se contrarrestan, produciendo una intensidad nula en el punto considerado, y por tanto, oscuridad.

40.- *¿En qué posición debe colocarse un objeto delante de una lente esférica convergente para producir una imagen virtual? Obtenga gráficamente la imagen.*

(Mad-1998-JUNIO)

El objeto debe colocarse dentro de la distancia focal objeto de la lente, entre el foco objeto F y el centro O de la misma. El rayo (i) que pasa por el centro de la lente no sufre desviación al atravesarla; el rayo (ii), que incide paralelamente al eje de la lente, se refracta para pasar por el foco imagen, F' . Como puede verse, se trata de rayos divergentes, cuyas prolongaciones determinan la posición B' de la imagen del punto B , extremo del objeto. La imagen de AB resulta $A'B'$, virtual, derecha y de mayor tamaño.



41.- *¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo? ¿y con una lente esférica divergente? Efectúe las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos.*

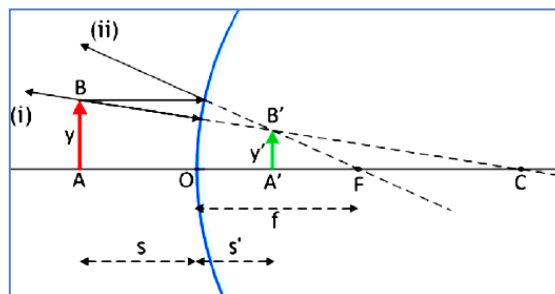
(Mad-2001-P1)

En la figura recogemos la formación de la imagen en un espejo esférico convexo. Como puede verse, empleamos esencialmente dos rayos:

(i), que sale de B en dirección al centro de curvatura del espejo y se refleja sin desviarse. Su prolongación pasa por C .

(ii), que sale de B en dirección paralela al eje del espejo y se refleja de modo que su proyección pasa por el foco F .

La imagen del punto B es B' , donde se cortan las prolongaciones de los rayos (i) y (ii). La imagen del objeto AB es siempre virtual, derecha y de menor tamaño. Además, como puede apreciarse



$$s < 0; \quad s' > 0; \quad f > 0; \quad r > 0; \quad \frac{y}{y'} > 0$$

En cuanto a una lente divergente, la situación se resuelve en la figura. Para ello, empleamos tres rayos:

(i), que sale de B y pasa por el centro de la lente, O. No se desvía.

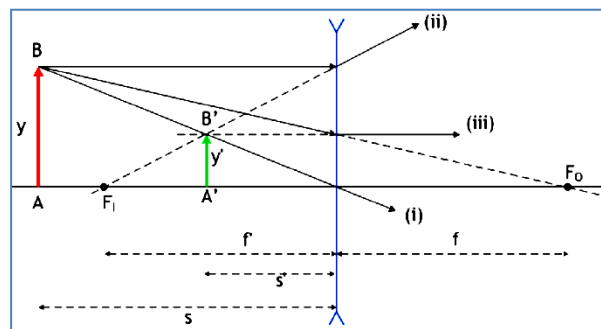
(ii), que sale de B y discurre paralelo al eje de la lente; se desvía para que su prolongación pase por el foco imagen, FI, situado a la izquierda de la lente ($f' < 0$).

(iii), que sale de B y apunta en dirección al foco objeto FO, situado a la derecha de la lente ($f = -f' > 0$). Al pasar por la lente, se desvía para orientarse paralelamente al eje de la lente.

Como puede verse, a la salida de la lente los tres rayos

(i), (ii) y (iii) divergen, de forma que la imagen se construye con sus prolongaciones:

B' es la imagen de B. Así, la imagen del objeto AB es A'B', virtual, derecha y de menor tamaño. Si el objeto se aleja de la lente, la imagen se hace cada vez más pequeña. En la figura puede comprobarse que



$$s < 0; \quad s' < 0; \quad f' < 0; \quad f = -f' \quad (f > 0); \quad \frac{y}{y'} > 0$$

42.- Los rayos X, la luz visible y los rayos infrarrojos son radiaciones electromagnéticas. Ordénalas en orden creciente de sus frecuencias e indique algunas diferencias entre ellas.

(And-1998-P1)

Los Rayos X tienen una longitud de onda que λ , comprendida en el intervalo (100 ; 0,1) nanómetros, la luz visible en (380 ; 760) nm y los infrarrojos: (760 ; 4000) nm. Sabemos que $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$, por tanto a mayor longitud de onda menor frecuencia. Así que según esto, la de menor frecuencia son los infrarrojos, la siguiente es la luz visible y por último los rayos X.

43.- ¿Cambian las magnitudes características de una o.e.m. que se propaga en el aire al penetrar en un bloque de vidrio? Si cambia alguna, ¿aumenta o disminuye? ¿Por qué?

(Mad-1999-P1)

La frecuencia no cambia, pero si cambiaría su longitud de onda y su velocidad de propagación. Su velocidad de propagación se reduciría porque en el vidrio el índice de refracción es mayor que la unidad y por tanto como la velocidad de propagación en dicho medio es el cociente de la velocidad de la luz en el vacío (o en el aire aproximadamente) y el índice de refracción, tenemos que la velocidad de propagación sería más pequeña.

En cuanto a la longitud de onda, si la velocidad disminuye, como ambas son directamente proporcionales, la longitud de onda también disminuiría.

44.- a) Enuncie las leyes de reflexión y refracción de la luz. Explique las diferencias entre ambos fenómenos.

(And-1997-P1)

En la refracción de la luz, la luz cambia de medio, y por tanto su velocidad de propagación también cambia dependiendo del índice de refracción del nuevo medio y por tanto su longitud de onda. En la reflexión, al no cambiar de medio, la velocidad no cambia ni la longitud de onda de la luz.

b) Compare lo que ocurre cuando un haz de luz incide sobre un espejo y sobre un vidrio de ventana.

Si aplicamos en ambos casos la ley de Snell, como en el caso de reflexión el índice de refracción es el mismo, entonces en ángulo de incidencia es el mismo que el ángulo reflejado. En el caso de la refracción, como cambia el índice, si cambiamos de un medio a otro de mayor índice, el rayo se acercará a la normal de la superficie de separación, mientras que si el medio es de menor n , el rayo se alejará de la normal para tratar de compensar el hecho de que el producto del índice de refracción por el seno del ángulo que forma sea constante (según la Ley de Snell).

45.- a) Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío con velocidad c . ¿Cambia su velocidad de propagación en un medio material? Defina el índice de refracción de un medio.

(And-1997-P1)

Sí. Porque dicho medio material, tendrá un índice de refracción mayor que 1, y como el índice de refracción es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en dicho medio, entonces al ser n mayor que uno, tenemos que la velocidad de la luz disminuye en el medio material.

b) Sitúe, en orden creciente de longitud de onda, las siguientes regiones del espectro electromagnético: infrarrojo, rayos X, ultravioleta y luz visible. Dos colores del espectro visible: rojo y verde, por ejemplo, ¿pueden tener la misma intensidad? ¿Y la misma frecuencia?

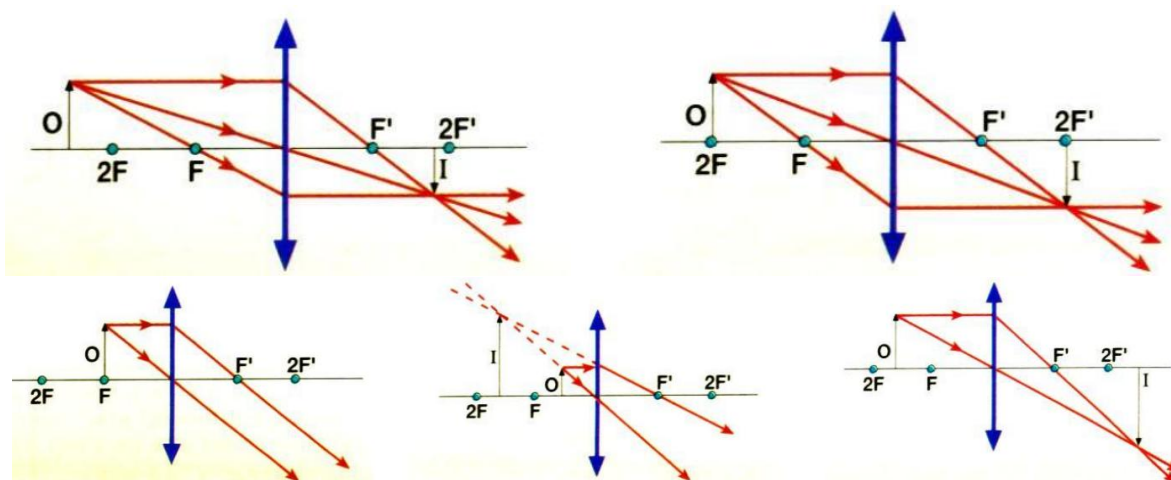
$$\lambda_{\text{Infrarrojo}} < \lambda_{\text{luz visible}} < \lambda_{\text{ultravioleta}} < \lambda_{\text{rayos x}}$$

Como dos colores distintos tienen distinta longitud de onda λ , también tendrán distinta frecuencia debido a que la frecuencia y la longitud de onda son magnitudes directamente inversamente proporcionales, por tanto no pueden tener la misma frecuencia. En cuanto a la intensidad, sabemos que la intensidad, I , (de un movimiento ondulatorio), estamos en ondas electromagnéticas, es la energía que durante 1 segundo pasa por la unidad de superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda, así que según esto, sí podrían tener la misma intensidad.

46.- Una lupa produce imágenes derechas de objetos cercanos e invertidas de los lejanos. Utilizando trazado de rayos, ¿Dónde está el límite de distancia del objeto a la lente entre ambos casos? ¿Son las imágenes virtuales o reales? Razonar.

(And-1995-P1)

El límite se encuentra al situar el objeto en el foco objeto, cuando está aquí, los rayos salen paralelos y no se cortan ni realmente ni virtualmente



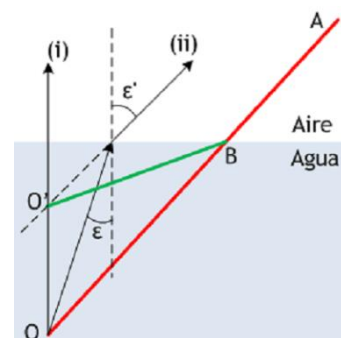
47.- Explicar por qué, cuando introducimos una cuchara en un vaso de agua, la vemos como si estuviera rota (o doblada).

(Mad-1996-JUNIO)

La cuchara ABO tiene el trozo BO sumergido en el agua. La imagen del punto O puede construirse empleando dos rayos:

- (i) en dirección perpendicular a la superficie; no se desvía al pasar al aire.
- (ii) un rayo cualquiera, que incide sobre la superficie formando ángulo ϵ con la normal en el punto de incidencia. Al refractarse, se alejará de la normal, formando un ángulo $\epsilon' > \epsilon$.

La imagen de O, entonces, será virtual, ya que los rayos (i) y (ii) divergen después de refractarse, y estará en O' . Por tanto, la cuchara se verá según ABO' , doblada en el tramo sumergido en el agua.



48.- Podemos considerar el cristal de una pecera esférica como una lente convergente. Razonar cómo es que vemos a un pez del interior con un tamaño mayor que el que realmente tiene.

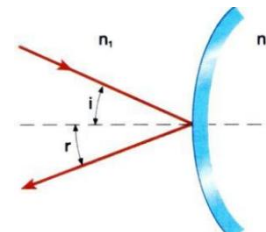
(Cyl-2003-P1)

Lo vemos mayor, porque el pez se encuentra entre el foco y la lente, o lo que es lo mismo la cara de la pecera, y al encontrarse ahí, la imagen que produce una lente convergentes es virtual, derecha y mayor, así que por eso vemos al pez más grande.

49.- Explicar el funcionamiento del espejo retrovisor exterior de un coche. ¿De qué tipo de espejo se trata?

(Cyl-1999-P1)

El espejo de las puertas de los coches, es un espejo convexo, cuya utilidad es ver los coches que tenemos detrás o que nos están adelantando en algún momento. Es esférico porque gracias a esto, el ángulo muerto se reduce prácticamente a cero, de forma que en todo momento tenemos al coche que hay detrás de nosotros a la vista.



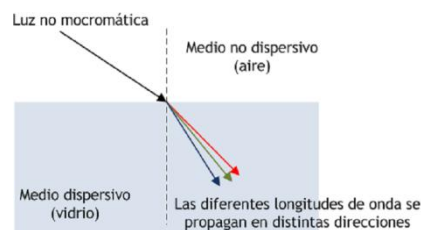
50.- a) Indique las diferencias que a su juicio existen entre los fenómenos de refracción y de dispersión de la luz. ¿Puede un rayo de luz monocromática sufrir ambos fenómenos?

(Mad-1998-JUNIO)

La refracción es el fenómeno de cambio en la dirección de propagación de la luz cuando pasa de un medio a otro. En última instancia, es un fenómeno debido al cambio de velocidad de la luz de un medio a otro.

Imaginemos un rayo de luz no monocromática, digamos luz blanca, propagándose en una determinada dirección en el aire, un medio no dispersivo. La luz blanca contiene todas las frecuencias del visible, desde el rojo hasta el violeta. En el aire, como en el vacío, la velocidad de la luz es la misma para todas las frecuencias: eso es lo que quiere decir que es un medio no dispersivo. Cuando la luz incide con un cierto ángulo sobre una superficie de separación con un medio dispersivo, como el vidrio o el agua, la dirección de propagación se desvía: eso es refracción.

Pero, además, sucede que la luz de una cierta frecuencia, digamos de color rojo, se mueve en el vidrio con diferente velocidad que la luz de otra frecuencia, digamos de color azul. Ya que el ángulo de refracción depende del índice de refracción de ambos medios, de acuerdo a la ley de Snell,



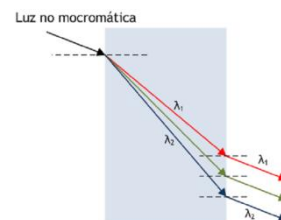
$$n \sin i = n' \sin r$$

y el índice de refracción resulta diferente para la luz de diferentes frecuencias, puede ocurrir que un rayo de luz no monocromática, al pasar a un medio dispersivo difracte cada frecuencia según un ángulo ϵ' diferente, lo que daría base a la dispersión del rayo incidente.

Obviamente, el fenómeno de dispersión no podría suceder si la luz incidente es monocromática: se requiere la presencia de diferentes longitudes de onda.

b) ¿Por qué no se observa dispersión cuando la luz blanca atraviesa una lámina de vidrio de caras plano-paralelas?

Como se sabe, cuando la luz atraviesa una lámina de caras plano-paralelas el rayo emergente es paralelo al incidente (aunque sufre un desplazamiento). Por tanto, todas las λ presentes en el rayo incidente atravesarían la lámina y emergerían según rayos paralelos al incidente, como se muestra en la figura para un supuesto de dos longitudes de onda λ_1 y λ_2 diferentes. No habría pues, dispersión, ya que las direcciones de los rayos emergentes no son distintas, aunque sí se podría observar un desplazamiento distinto para λ_1 y λ_2 .



51.- Una superficie de discontinuidad plana separa dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 . Si un rayo incide desde el medio de índice n_1 , razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Si $n_1 > n_2$ el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia.

b) Si $n_1 < n_2$ a partir de un cierto ángulo de incidencia se produce el fenómeno de reflexión total.

(Mad-2002-SEPTIEMBRE)

La ley de Snell es lo único que necesitamos saber. En la refracción desde el medio 1, con índice n_1 , al medio 2, de índice n_2 , la ley exige que: $n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$

a) de modo que, si $n_1 > n_2$, se sigue que $\text{sen } r > \text{sen } i \Rightarrow r > i$ y el apartado a) es, por tanto, falso: al pasar a un medio de refracción mayor, el rayo se aleja de la normal.

b) esta vez, puesto que $n_1 < n_2$, se sigue que $\text{sen } i > \text{sen } r \Rightarrow i > r$ de modo que el rayo, en la refracción, se acerca a la normal. En consecuencia, este apartado es también falso: no puede producirse reflexión total, que requiere la condición previa $r > i$.

52.- Un cuerpo, situado sobre una superficie horizontal lisa y unido al extremo de un resorte, efectúa un movimiento armónico simple y los valores máximos de su velocidad y aceleración son $0,6 \text{ m s}^{-1}$ y $7,2 \text{ m s}^{-2}$ respectivamente.

(And-2010-JUNIO)

a) Determine el período y la amplitud del movimiento.

Sabemos por el enunciado que $V_{\text{máx}} = 0,6 \text{ m s}^{-1}$ y que $a_{\text{máx}} = 7,2 \text{ m s}^{-2}$, también sabemos que un cuerpo que efectúa un MAS tiene por ecuación de su movimiento:

$$x = A \cdot \text{Sen}(\omega t + \varphi_o) \text{ m}$$

Por tanto, como la velocidad es la derivada de la elongación, tenemos que:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [A \cdot \text{Sen}(\omega t + \varphi_o)] = A \cdot \omega \cos(\omega t + \varphi_o)$$

La velocidad máxima se conseguirá cuando $\cos(\omega t + \varphi_o) = 1$ y por tanto será: $V_{\text{máx}} = A \cdot \omega$, así que por un lado tenemos:

$$V_{\text{máx}} = A \cdot \omega = 0,6 \text{ m s}^{-1}$$

La aceleración es la derivada con respecto al tiempo de la velocidad, por tanto:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} [A \cdot \omega \cos(\omega t + \varphi_o)] = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_o) = -\omega^2 \cdot X$$

La aceleración máxima se alcanzará cuando $\text{sen}(\omega t + \varphi_o) = 1$ y por tanto $a_{\text{máx}} = -A \cdot \omega^2$, así que por otro lado tenemos:

$$a_{\text{máx}} = A \cdot \omega^2 = 7,2 \text{ m s}^{-2}$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: $\begin{cases} A \cdot \omega = 0,6 \text{ m s}^{-1} \\ A \cdot \omega^2 = 7,2 \text{ m s}^{-2} \end{cases}$, despejando A en ambas ecuaciones e igualando, tenemos:

$$\frac{0,6}{\omega} = \frac{7,2}{\omega^2} \Rightarrow 0,6 = \frac{7,2}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{7,2}{0,6} = 12 \text{ rad s}^{-1}$$

Por tanto, conocida la pulsación, podemos calcular el periodo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ s}$$

Y de la primera ecuación, $A \cdot \omega = 0,6$, despejamos la amplitud:

$$A = \frac{0,6}{\omega} = \frac{0,6}{12} = 0,05 \text{ m}$$

b) Razone cómo variaría la energía mecánica del cuerpo si se duplicara: i) la frecuencia; ii) la aceleración máxima.

En un movimiento de este tipo, la energía mecánica, suma de potencial y cinética, se calcula mediante:

$$E_M = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} m 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2 = 2m\pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2$$

Así que si duplicamos la frecuencia, tenemos:

$$\text{Si } f' = 2f \Rightarrow E'_M = 2m\pi^2 \cdot (f')^2 \cdot A^2 = 2m\pi^2 \cdot (2f)^2 \cdot A^2 = 8m\pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2 = 4(2m\pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2) = 4E_M$$

la energía mecánica se multiplica por 4.

Si duplicamos la aceleración máxima, como $E_M = \frac{1}{2} m \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} m (\omega^2 \cdot A) \cdot A = \frac{1}{2} m (a_{\max}) \cdot A$

$$\text{Si } a'_{\max} = 2a_{\max} \Rightarrow E'_M = \frac{1}{2} m (a'_{\max}) \cdot A = E'_M = \frac{1}{2} m (2a_{\max}) \cdot A = m \omega^2 \cdot A^2 = 2 \left(\frac{1}{2} m \omega^2 \cdot A^2 \right) = 2E_M$$

La energía mecánica se multiplica por dos.

53.- Un resorte vertical se alarga 2 cm cuando se cuelga de su extremo inferior un cuerpo de 10 kg. Se desplaza dicho cuerpo hacia abajo y se suelta, de forma que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3 cm.

(And-200-JUNIO)

a) Calcule la constante recuperadora del resorte y el período del movimiento.

La constante recuperadora la calculamos mediante la Ley de Hooke:

$$F = -k \cdot x \Rightarrow k = \frac{mg}{x} = \frac{98}{2} = 49 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Mediante la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -kx = ma$$

De donde:

$$-kx = -m\omega^2 \cdot x$$

Y despejando ω , tenemos:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{49 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}{10 \text{ kg}}} = 2,21 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y como también,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2,21} = 2,84 \text{ s}$$

b) Haga un análisis de las transformaciones energéticas que tienen lugar en una oscilación completa y calcule el valor de las energías cinética y potencial elástica cuando el desplazamiento es de 1,3 cm.

En una oscilación completa, la partícula sólo está sometida a dos fuerzas conservativas, el peso y la fuerza elástica. Por consiguiente, la energía mecánica del sistema se mantendrá constante. Las energías presentes (cinética y potencial elástica) varían de la siguiente forma durante una oscilación completa:

$$E_c = \frac{1}{2} m v_x^2 \quad E_{p_e} = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

En el punto más a la derecha de la oscilación, la energía potencial es máxima, ya que el muelle sufre su máximo estiramiento. En este punto la velocidad de la partícula es nula, por lo que la energía cinética también lo es. Al desplazarse hacia la izquierda, disminuye la energía potencial, al tiempo que aumenta la energía cinética, hasta pasar por la posición de equilibrio, donde la E_c es máxima y la E_{p_e} elástica es nula (estiramiento cero).

A partir de este momento, con la compresión del muelle, vuelve a aumentar la energía potencial elástica, a costa de la disminución de la cinética, que llega a anularse en el punto de máxima compresión (el más a la izquierda de la trayectoria), siendo otra vez máxima la energía potencial elástica.

A partir de aquí, el proceso se repite a la inversa. Durante el estiramiento del muelle disminuye la energía elástica almacenada, transformándose en energía cinética. Al pasar por la posición de equilibrio, nuevamente la E_c es máxima y la potencial elástica se anula. Finalmente, al seguir estirándose el muelle, la E_c disminuye hasta anularse en el punto más a la derecha, al tiempo que la energía elástica vuelve a aumentar hasta su valor máximo.

Para calcular las energías cinética y potencial en el punto $x=1,3$ cm, usaremos:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot 0,013^2 = 4,14 \cdot 10^{-3} J$$

$$E_c = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot (0,03^2 - 0,013^2) = 1,79 \cdot 10^{-2} J$$

54.- a) *Al moverse una partícula cargada en la dirección y sentido de un campo eléctrico, aumenta su energía potencial. ¿Qué signo tiene la carga de la partícula?*

(And-2006-P1)

Como su energía potencial aumenta, quiere decir que va la partícula se desplaza a potenciales mayores. Sabemos que, una carga positiva se desplazará espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes, mientras que una negativa en el de los crecientes.

Por tanto, la carga ha de ser negativa.

b) *La misma partícula se mueve en la dirección y sentido de un campo magnético. ¿Qué trabajo se realiza sobre la partícula?*

Según la Ley de Lorentz, si una carga eléctrica penetra en una región del espacio donde haya un campo magnético, notará una fuerza magnética que se calcula mediante la expresión:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

Según los datos del enunciado, como los vectores velocidad y campo magnético son paralelos, tendremos que su producto vectorial será nulo y por tanto no actuará ninguna fuerza sobre la partícula.

Al no actuar ninguna fuerza sobre la partícula, no se realizará ningún trabajo sobre esta.

55.- a) *Razone si tres haces de luz visible de colores azul, amarillo y rojo, respectivamente:*

(And-2006-P1)

i) *tienen la misma frecuencia.*

La luz, como toda onda electromagnética cumple las relaciones entre velocidad, longitud de onda y frecuencia siguientes: $\lambda = c \cdot T$ $\lambda = \frac{c}{f}$

Por tanto, como para todas la velocidad es la misma, la velocidad de la luz, esto implica que como tienen distintas longitudes de onda, no pueden tener iguales frecuencias, por lo que no tienen la misma frecuencia.

ii) *tienen la misma longitud de onda.*

Según el espectro electromagnético, cada color se asocia a con una frecuencia distinta, y por tanto con una longitud de onda distinta, por lo que tampoco pueden ser iguales.

iii) *se propagan en el vacío con la misma velocidad. ¿Cambiaría alguna de estas magnitudes al propagarse en el agua?*

Si cambian de medio, cambiaría su velocidad de propagación, pero como son luces monocromáticas no ocurriría el fenómeno de la dispersión.

También sabemos que al cambiar de medio la frecuencia de una luz sigue siendo la misma, y si esta no cambia, pero su velocidad de propagación sí, entonces también lo hará la longitud de onda.

b) *¿Qué es la reflexión total de la luz? ¿Cuándo puede ocurrir?*

Es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, α_L . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

56.- *Es corriente utilizar espejos convexos como retrovisores en coches y camiones o en vigilancia de almacenes, con objeto de proporcionar mayor ángulo de visión con un espejo de tamaño razonable.*

(And-2007-P5)

a) *Explique con ayuda de un esquema las características de la imagen formada en este tipo de espejos.*

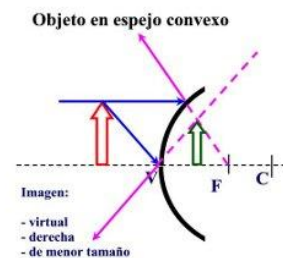
En los espejos convexos los rayos luminosos cumplen las leyes de la reflexión, por lo tanto los rayos que inciden paralelos al eje principal, se separan, divergen, por lo cual a estos espejos se los denomina también divergentes.

En los espejos esféricos convexos, cuando incide un haz de rayos paralelos al eje principal, las prolongaciones de los rayos reflejados se cortan en un punto F (foco) del eje principal.

Este foco es virtual ya que no se forma por los rayos reflejados sino por sus prolongaciones.

Obtención de la imagen:

1. *Todo rayo paralelo al eje principal de un espejo convexo se refleja de modo que su prolongación pasa por el foco principal.*
2. *Todo rayo que incide sobre un espejo convexo en dirección al foco principal, se refleja paralelo al eje principal.*
3. *Todo rayo que incide sobre un espejo convexo en dirección al centro de curvatura, se refleja sobre sí mismo.*



La imagen obtenida resulta virtual, derecha y menor que el objeto.

A medida que el objeto se aleja del espejo el tamaño de la imagen es cada vez menor.



b) *En estos espejos se suele indicar: “Atención, los objetos están más cerca de lo que parece”. ¿Por qué parecen estar más alejados?*

Porque como hemos dicho con anterioridad, la imagen es virtual y menor que el objeto y esto da la sensación de que el vehículo que viene detrás está más alejado de lo que realmente lo está.

57.- Comente razonadamente la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

(And-2008-JUNIO)

a) La fuerza magnética entre dos conductores rectilíneos e indefinidos por los que circulan corrientes de diferente sentido es repulsiva.

Sean dos corrientes rectilíneas indefinidas de intensidades I_1 e I_2 paralelas, de sentido contrario y distantes entre sí una distancia d .

El campo magnético producido por la primera corriente rectilínea en la posición de la otra corriente es:

$$B_1 = \frac{\mu I_1}{2\pi \cdot d}$$

De acuerdo con la regla de la mano derecha tiene el sentido indicado en la figura.

La fuerza sobre una porción del conductor 1, de la segunda corriente rectilínea por la que circula una corriente I_2 en sentido opuesto es según la Ley de Laplace $\vec{F} = I(\vec{l} \wedge \vec{B})$:

$$F_{12} = I_2 \cdot l \cdot B_1$$

La fuerza que ejerce el campo magnético producido por la corriente de intensidad I_2 sobre la una porción de longitud l de corriente rectilínea de intensidad I_1 , es igual pero de sentido contrario, ya que estas fuerzas cumplen el principio de acción y reacción.

$$F_{21} = I_1 \cdot l \cdot B_2$$

De acuerdo con la regla de la mano derecha y la ley de Laplace las fuerzas tienen el sentido indicado en la figura, y por tanto podemos decir que es cierta la afirmación de que la fuerza magnética entre dos conductores rectilíneos e indefinidos por los que circulan corrientes de diferente sentido es repulsiva.

b) Si una partícula cargada en movimiento penetra en una región en la que existe un campo magnético siempre actúa sobre ella una fuerza.

Falso, según la Ley de Lorentz, si una carga eléctrica penetra en una región del espacio donde haya un campo magnético, notará una fuerza magnética que se calcula mediante la expresión:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

Según esto, si los vectores velocidad y campo magnético son paralelos, tendremos que su producto vectorial será nulo y por tanto no actuará ninguna fuerza sobre la partícula.

58.- a) Describa el movimiento armónico simple y comente sus características cinemáticas y dinámicas.

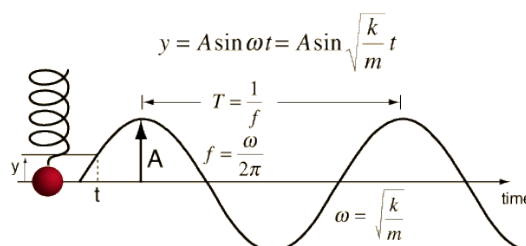
(And-2008-JUNIO)

Un movimiento armónico simple (m.a.s.) es un movimiento oscilatorio periódico en torno a una posición de equilibrio, cuya elongación (desplazamiento respecto a la posición de equilibrio) viene dada por una función periódica, seno o coseno, de la forma:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Cuyas características son:

- **Vibración u oscilación** es la distancia recorrida por la partícula en un movimiento completo de vaivén.



- **Centro de Oscilación, O** , es el punto medio de la distancia que separa las dos posiciones extremas alcanzadas por la partícula móvil.
- **Elongación, x** , es la distancia que en cada instante separa la partícula del centro de oscilación, O , tomado como origen de las elongaciones. Su valor es positivo o negativo de acuerdo con el criterio cartesiano de signos, derecha positivo e izquierda negativo. En el S.I. se expresa en m.
- **Amplitud, A** , es el valor máximo de la elongación, o separación máxima con respecto a la posición de equilibrio de la partícula que vibra u oscila. En el S.I. se expresa en m.
- Al ángulo $\omega t + \varphi$ se le llama **fase**, determina el estado de vibración del objeto, permite calcular la elongación en cualquier instante y se mide en radianes (rad) en el S.I.; φ_0 es la **fase inicial** o constante de fase, y nos indica el estado de vibración del objeto al comenzar la medida del tiempo ($t=0$).

Según esto:

- Dos puntos tienen igual fase si se mueven en el mismo sentido y sus elongaciones son iguales en valor y signo.
- Dos puntos tienen fase opuesta si sus elongaciones son iguales en valor, pero de signo contrario.
- **Longitud de onda, λ** , es la distancia que separa dos puntos consecutivos que tienen igual fase.
- **Período (T)** es el tiempo que el objeto tarda en volver a pasar por la misma posición, o el tiempo que tarda en describir una oscilación completa.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- **Frecuencia (f)** se define como el número de oscilaciones descritas en un segundo. Su unidad en el S.I. es el hertzio (Hz), y se calcula a partir del período mediante la ya conocida expresión:

$$f = \frac{1}{T}$$

- **Frecuencia angular o pulsación, ω** , es el número de periodos comprendidos en 2π unidades de tiempo y su valor depende de la rapidez con que oscila o vibra el objeto. Se mide en rad/s en el S.I., y está relacionada con el período mediante:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

- ✓ Las constantes del m.a.s. son los valores de A , ω y φ_0 de cada movimiento concreto.
- ✓ Llamamos oscilador armónico o mecánico a cualquier partícula que describa un m.a.s.

OBSERVACIÓN: La ecuación del m.a.s. también puede escribirse utilizando una función coseno:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Se trata, en realidad, de la misma expresión que hemos escrito antes; la única diferencia es que entre ambas existe un desfase de $\pi/2$ radianes.

Para hallar la velocidad (instantánea) de una partícula que se mueve con m.a.s. derivamos la ecuación de movimiento, que nos indica la posición o elongación de la partícula en cualquier instante, con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A \cdot \text{Sen}(\omega t + \varphi_0)) = A \omega \text{Cos}(\omega t + \varphi_0)$$

Para hallar la aceleración (instantánea) de una partícula que se mueve con m.a.s. (que será una aceleración tangencial) derivamos la ecuación de la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(A \omega \text{Cos}(\omega t + \varphi_0)) = -A \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 \cdot x$$

En resumen podemos decir que la aceleración del móvil es proporcional a la elongación, pero de sentido opuesto.

Dinámicamente, la fuerza recuperadora que origina el m.a.s. es directamente proporcional a la elongación de la partícula y se opone al aumento de dicha elongación; de acuerdo con la 2ª ley de Newton y la ley de Hooke:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -k \cdot x = m\vec{a} \Rightarrow -k \cdot x = -m\omega^2 \cdot x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

La constante elástica o recuperadora, k , es característica de cada oscilador, y se mide en N/m. Así pues, resumiendo, si un cuerpo que se mueve sobre una recta está sometido a la acción de una fuerza atractiva hacia un punto fijo, la cual es directamente proporcional a la distancia que lo separa de él, el cuerpo realizará un movimiento vibratorio armónico simple cuyo periodo vendrá dado por la expresión anterior.

b) Una masa oscila verticalmente suspendida de un muelle. Describa los tipos de energía que intervienen y sus respectivas transformaciones.

En la oscilación vertical, y despreciando cualquier rozamiento, la partícula sólo está sometida a dos fuerzas conservativas, el peso y la fuerza elástica. Por lo cual, se cumplirá el principio de conservación de la energía mecánica. Las energías presentes (cinética, potencial elástica y potencial gravitatoria) varían de la siguiente forma durante una oscilación completa:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_{P_{elástica}} = \frac{1}{2}K \cdot y^2 \quad E_{P_{gravitatoria}} = m \cdot g \cdot h$$

En el punto más alto de la oscilación, la energía potencial gravitatoria es máxima, así como la elástica, ya que el muelle sufre su máxima compresión. En este punto la velocidad de la partícula es nula, por lo que la energía cinética también lo será.

Al ir descendiendo la masa, disminuyen las energías potenciales gravitatoria y elástica, al tiempo que aumenta la energía cinética, cuando el cuerpo pasa por la posición de equilibrio, su velocidad es máxima, por lo que la energía cinética también lo será y por tanto la energía potencial elástica será nula (estiramiento cero).

A partir de este momento, con el estiramiento del muelle, vuelve a aumentar la energía potencial elástica, a costa de la disminución de la cinética, que llega a anularse en el punto de máximo estiramiento (el más bajo de la trayectoria), siendo otra vez máxima la energía potencial elástica. En este punto, la energía potencial gravitatoria alcanza su valor mínimo.

A partir de este momento, el proceso se repite a la inversa. Durante la subida disminuye la energía elástica almacenada, transformándose en energía cinética y energía potencial gravitatoria. Al pasar por la posición de equilibrio, nuevamente la energía cinética es máxima y la elástica nula. Finalmente, al seguir ascendiendo se comprime el muelle, con lo que la energía cinética disminuye hasta anularse en el punto más alto, al tiempo que las energías potencial elástica y gravitatoria vuelven a aumentar hasta su valor máximo.