

FÍSICA
2º BACHILLERATO



COLEGIO SAN ANTONIO DE PADUA
CARCAIXENT

FANNY PETIT

FÍSICA

2º BACHILLERATO

ÍNDICE DE TEMAS

Aproximación al trabajo científico. Física, Técnica y sociedad.

Cálculo vectorial.

TEMA 1.- CÁLCULO VECTORIAL

Interacción gravitatoria.

TEMA 2.- CAMPO GRAVITATORIO

Interacción electromagnética.

TEMA 3.- CAMPO ELÉCTRICO.

TEMA 4.- CAMPO MAGNÉTICO.

TEMA 5.- INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA.

Vibraciones y ondas.

TEMA 6.- M.A.S.

TEMA 7.- MOVIMIENTO ONDULATORIO. PROPIEDADES DE LAS ONDAS.

TEMA 8.- EL SONIDO.

Óptica.

TEMA 9.- LA LUZ.

TEMA 10.- ÓPTICA .

Elementos de Física relativista.

TEMA 11. LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD.

Elementos de Física cuántica.

TEMA 12.-FÍSICA CUÁNTICA

Algunas aplicaciones de la Física moderna.

TEMA 13.- FÍSICA NUCLEAR Y DE PARTÍCULAS.

BLOQUES TEMÁTICOS (PAU)

BLOQUE I: INTERACCIÓN GRAVITATORIA

BLOQUE II: MOVIMIENTO ONDULATORIO

BLOQUE III: ÓPTICA

BLOQUE IV: INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

BLOQUE V : RELATIVIDAD y CUÁNTICA

BLOQUE VI: CUÁNTICA y NUCLEAR

BIBLIOGRAFÍA

- FÍSICA. 2º BACHILLERATO. Ed. EDITEX.
- FÍSICA. 2º BACHILLERATO. Ed McGRAU HILL
- FÍSICA. COLECCIÓN IMAGO. Ed. SANTILLANA.
- FÍSICA. COLECCIÓN ACCESO. Ed SANTILLANA.
- Ejercicios de selectividad resueltos. Ed. ANAYA.

Páginas web interesantes:

- <http://usuarios.lycos.es/pefeco/temas.html>
- http://www.indexnet.santillana.es/scripts/indexnet/S55.asp?COD_SQ_ASIGNATURA=3
- <http://www.selectividad.tv/>
- <http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Galaxy/4004/fima.html>
- <http://alamo.sim.ucm.es/comprueba>
- <http://www.ucm.es/info/alumnos>
- <http://www.anayamascerca.com/>

Cálculo vectorial

TEMA 1.- CÁLCULO VECTORIAL

- 1.1.- INTRODUCCIÓN
- 1.2.- COMPONENTES DE UN VECTOR.
- 1.3.- VECTOR UNITARIO.
- 1.4.- PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UN VECTOR.
- 1.5.- SUMA DE VECTORES.
- 1.6.- PRODUCTO ESCALAR.
- 1.7.- PRODUCTO VECTORIAL.
- 1.8.- MOMENTO DE UN VECTOR.
- 1.9.- MOMENTO DE UN PAR DE VECTORES.
- 1.10.- DERIVADA DE UN VECTOR.

1.1.- INTRODUCCIÓN

Magnitud es todo aquello que se puede medir: masa, volumen, velocidad....

Magnitud escalar: solo necesita para su definición un número que exprese la cantidad y la unidad de medida correspondiente.

Magnitud vectorial: Además del número, se necesita un sentido y una dirección para que quede totalmente determinada. Matemáticamente utilizaremos un vector para definirla.

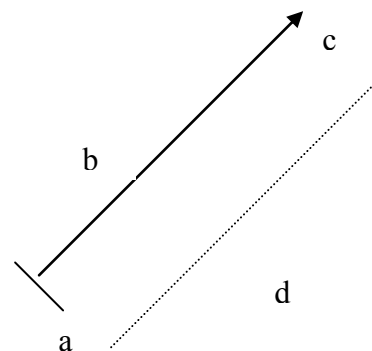
Un **vector V** es un segmento rectilíneo orientado, es decir, con dirección y sentido.

Elementos de un vector:

- Punto de aplicación (a)
- Dirección (b)
- Sentido (c)
- Módulo o norma del vector (d)

Clases de vectores:

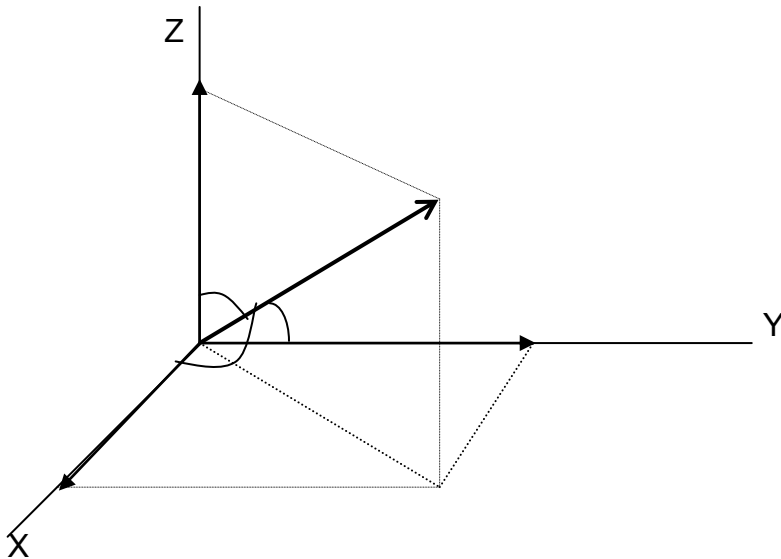
- fijos
- deslizantes
- libres
- polares
- axiales



1.2.- COMPONENTES DE UN VECTOR.

Se llama **componente de un vector** en una dirección dada, a la proyección de dicho vector sobre esa dirección.

Proyecciones sobre los ejes coordenados:



Por lo tanto podremos escribir el vector $\vec{a}$ en función de sus componentes como:

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$

Llamamos **cosenos directores** a los cosenos de los ángulos (α, β, γ) que forma el vector con cada uno de los ejes.

$$\cos \alpha = \vec{a}_x / a_x$$

$$\cos \beta = \vec{a}_y / a_y$$

$$\cos \gamma = \vec{a}_z / a_z$$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$a = \sqrt{(\vec{a}_x)^2 + (\vec{a}_y)^2 + (\vec{a}_z)^2}$$

Por lo tanto, elevando al cuadrado los cosenos directores:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = (\vec{a}_x / a_x)^2 + (\vec{a}_y / a_y)^2 + (\vec{a}_z / a_z)^2$$

Ilegamos a: $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

1.3.- VECTOR UNITARIO.

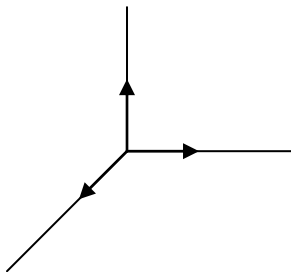
Llamamos **vector unitario** en la dirección del vector $\vec{a}$, a aquel vector cuyo módulo vale una unidad. Se suele designar como $\vec{u}_a$. Podemos calcular el vector unitario en la dirección de cualquier vector, por ejemplo $\vec{a}$, como:

$$\vec{u}_a = \vec{a}_x / a_x + \vec{a}_y / a_y + \vec{a}_z / a_z = \vec{u}_{ax} + \vec{u}_{ay} + \vec{u}_{az}$$

y por tanto:

$$u_a = 1$$

Llamamos **base ortonormal** a un conjunto de vectores unitarios que son perpendiculares entre si; en particular para los ejes coordenados X,Y,Z, los vectores se designan por $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.



Podremos escribir por tanto cualquier vector unitario en función de la base ortonormal como:

$$\vec{u}_a = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k}$$

y escribiremos cualquier vector en función de sus componentes y de los vectores de la base ortonormal como:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

1.4.- PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UN VECTOR.

El resultado es otro vector con la misma dirección y sentido y de módulo, el producto del módulo inicial por el escalar.

$$\vec{b} = m \cdot \vec{a}$$

$$b = m \cdot a$$

1.5.- SUMA DE VECTORES.

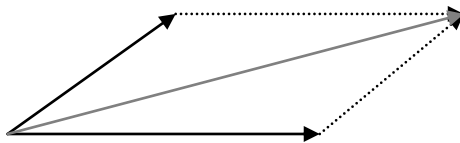
Sean dos vectores dados en función de sus componentes:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad \text{y} \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

Calculamos el **vector suma** como: $\vec{S} = (\vec{a} + \vec{b}) = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j} + (a_z + b_z) \vec{k}$

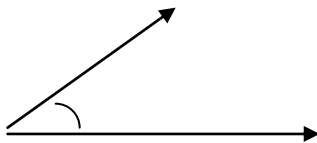
El **vector diferencia** vendrá dado por: $\vec{D} = (\vec{a} - \vec{b}) = (a_x - b_x) \vec{i} + (a_y - b_y) \vec{j} + (a_z - b_z) \vec{k}$

Gráficamente podemos sumar vectores mediante la regla del paralelogramo.



1.6.- PRODUCTO ESCALAR.

Sean dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ que forman un ángulo α



Se define como **producto escalar** entre ellos al “número”: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cos \alpha$

Calculamos el producto escalar en función de las componentes de los vectores como: $\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \cdot b_x) + (a_y \cdot b_y) + (a_z \cdot b_z)$ donde hemos utilizado los productos escalares de los vectores unitarios de la base ortonormal $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

A partir de la definición del producto escalar podemos calcular el ángulo que forman dos vectores.

Intenta demostrar la fórmula de cálculo del producto escalar en función de las componentes y la fórmula de cálculo del ángulo.

Propiedades del producto escalar:

- El producto escalar es nulo si los vectores son perpendiculares.
- El producto escalar cumple la propiedad conmutativa.
- El producto escalar cumple la propiedad distributiva.

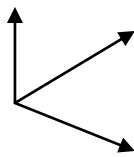
1.7.- PRODUCTO VECTORIAL.

El **producto vectorial** de dos vectores a y b que forman entre si un ángulo α , da como resultado un “vector” con las siguientes características:

Módulo: $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = a \cdot b \sin \alpha$ valor que coincide con el área del paralelogramo definido por los dos vectores.

Dirección: perpendicular al plano determinado por a y b .

Sentido: regla del sacacorchos.



Propiedades:

- No posee la propiedad conmutativa: $\vec{a} \wedge \vec{b} = -(\vec{b} \wedge \vec{a})$

- Posee la propiedad distributiva respecto de la suma:

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \wedge \vec{b}) + (\vec{a} \wedge \vec{c})$$

- Vector nulo $\vec{a} \wedge \vec{b} = 0$ si $\alpha = 0^\circ, 180^\circ$
 $\vec{a} \wedge \vec{a} = 0$

Demuestra estas propiedades.

Calculamos el vector producto vectorial en función de las componentes de los vectores a y b , calculando los productos vectoriales de los vectores unitarios de la base ortonormal $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k}$$

Demuestra esta fórmula.

Este cálculo podemos hallarlo a partir del determinante de la matriz:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

1.8.- MOMENTO DE UN VECTOR.

Sea un punto de un plano, se llama **vector de posición** $\vec{r}$ al vector que tiene como punto de apoyo el origen de coordenadas y como extremo el punto dado.

Consideramos ahora un vector $\vec{V}$ definido en el extremo de $\vec{r}$ y que forma un ángulo ϕ con éste.

Definimos **momento del vector** $\vec{V}$ **con respecto al punto O** como el producto vectorial:

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{V}$$

M por tanto es un vector situado en O cuyas características son:

Módulo: $M = r \cdot V \sin \phi$

Dirección: perpendicular a $\vec{r}$ y a $\vec{V}$

Sentido: regla del sacacorchos.

TEOREMA DE VARIGNON

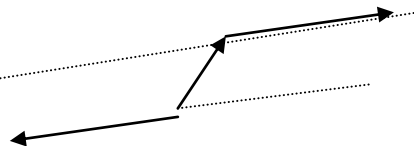
El momento respecto de un punto O de la suma de varios vectores aplicados en este punto (concurrentes), es igual a la suma de sus momentos respecto del punto O.

$$\vec{M}_s = \vec{M}_a + \vec{M}_b + \dots$$

1.9.- MOMENTO DE UN PAR DE VECTORES.

Llamamos **par de vectores** a dos vectores que tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos contrarios, están aplicados en puntos distintos y por tanto son paralelos entre sí.

Calculamos el momento del par como $\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{a}_1$



1.10.- DERIVADA DE UN VECTOR RESPECTO DE UN ESCALAR.

Sea una función vectorial $\vec{a}$ que depende de una magnitud escalar t . La derivada de la función viene dada por:

$$d\vec{a}/dt = da_x/dt \vec{i} + da_y/dt \vec{j} + da_z/dt \vec{k}$$

PROBLEMAS

Interacción gravitatoria

TEMA 2.- CAMPO GRAVITATORIO

- 2.1.- INTRODUCCIÓN.
- 2.2.- LAS LEYES DE KEPLER.
- 2.3.- LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL.
- 2.4.- FUERZAS CENTRALES. MOMENTO ANGULAR. RELACIÓN CON LAS LEYES DE KEPLER.
- 2.5.- CAMPO GRAVITATORIO.
- 2.6.- ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA.
- 2.7.- POTENCIAL GRAVITATORIO.
- 2.8.- MOVIMIENTOS ORBITALES.

2.1 INTRODUCCIÓN

La posición de la Tierra con respecto al Sol y en el universo ha sido un problema que ha preocupado a los pensadores desde la antigua Grecia hasta nuestros días.

Pero también el movimiento de los cuerpos tanto terrestres como celestes ha sido siempre un tema de investigación. Muchas teorías se han elaborado para resolver estas cuestiones, pero destacan entre todas la *teoría de la gravitación universal* de **Newton** y la introducción del *concepto de campo* para resolver las interacciones a distancia.

En este tema estudiaremos ambas teorías y las consecuencias que de ellas se derivan.

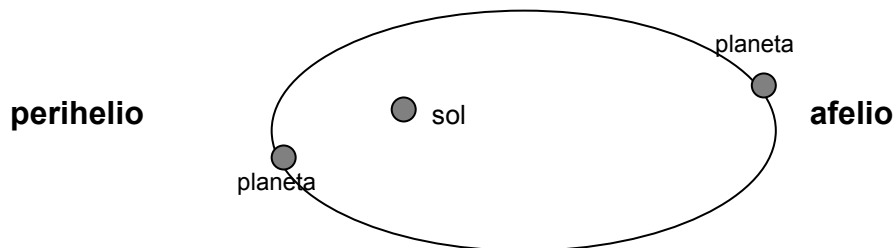
Busca en diversas fuentes (libros, enciclopedias, Internet,...) una introducción histórica para este tema. Recuerda buscar información sobre pensadores Griegos, la teoría heliocéntrica, la teoría geocéntrica, Copérnico, Galileo, Ticho Brahe....hasta Newton. Busca además el concepto de campo e interacción a distancia.

2.2.- LAS LEYES DE KEPLER.

Lee la biografía de Johann Kepler y revisa sus aportaciones a las teorías sobre la órbita terrestre.

Los cálculos realizados por Kepler basándose en las observaciones de su profesor Ticho Brahe le llevaron a enunciar las siguientes leyes para las órbitas de los planetas:

1º LEY. Los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, encontrándose éste en uno de los focos de la elipse.



2ª LEY. LEY DE LAS ÁREAS. El radio vector que une el sol con cada uno de los planetas, barre áreas iguales en tiempos iguales.

3ª LEY. Los cubos de los ejes mayores (A) de las elipses que describen los planetas en sus movimientos son directamente proporcionales al cuadrado de su período de revolución (T) alrededor del sol.

$$\frac{A^3}{T^2} = \zeta$$

Los cubos de las distancias medias(R) de los planetas al Sol son directamente proporcionales al cuadrado de su período de revolución (T).

$$\frac{R^3}{T^2} = \zeta$$

2.3.- LEY DE LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL.

Lee la biografía de Isaac Newton y revisa sus aportaciones a las teorías sobre los movimientos de los cuerpos y la fuerza de la gravedad.

LEY DE LA GRAVITACIÓN DE NEWTON. Dos partículas de masas M y m se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Si llamamos $\vec{F}$ a la fuerza, r a la distancia (que corresponde al módulo del vector posición de m respecto a M) y $\vec{u}_r$ al vector unitario en la dirección de r, podemos escribir esta ley matemáticamente como:

$$\vec{F} = - \gamma \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

donde el signo – indica que la partícula de masa M atrae a la de masa m.

Recuerda que la unidad de la fuerza es el newton. Las distancias se miden en metros y las masas en kg.

G es la **constante de gravitación universal**. Su valor lo halló Cavendish mediante un dispositivo llamado balanza de torsión. Es independiente del medio en que se encuentren los cuerpos.

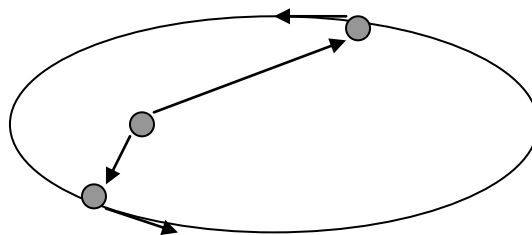
$$G = 6,667 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

Busca información sobre Cavendish y la balanza de torsión.

2.4.- FUERZAS CENTRALES. MOMENTO ANGULAR. RELACIÓN CON LAS LEYES DE KEPLER.

Se llama **fuerza central** a aquella que en todo momento tiene su dirección paralela al radio de posición de la partícula sobre la que actúa.

Podemos ver que la fuerza de la gravedad es una fuerza central.



Si situamos el Sol en el origen de referencia podemos definir los vectores de posición de los planetas respecto del Sol, y la fuerza con que éste atrae a los planetas, que es una fuerza central. Además como las órbitas de los planetas son elípticas (nos sirve igualmente la aproximación de considerarlas circulares), los vectores velocidad son en todo momento perpendiculares a la trayectoria, y por tanto al radio vector y a la fuerza.

Podemos definir el **vector momento de fuerzas** para este sistema como:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Hemos visto que $\vec{r}$ y $\vec{F}$ son paralelos, luego el ángulo que forman entre ellos es 0° , por lo que el valor del módulo del vector momento será 0. Esto indica que existe una magnitud que se conserva (es constante con el tiempo). Por lo tanto, si llamamos $\vec{L}$, **momento angular**, a dicha magnitud podremos definirla como:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

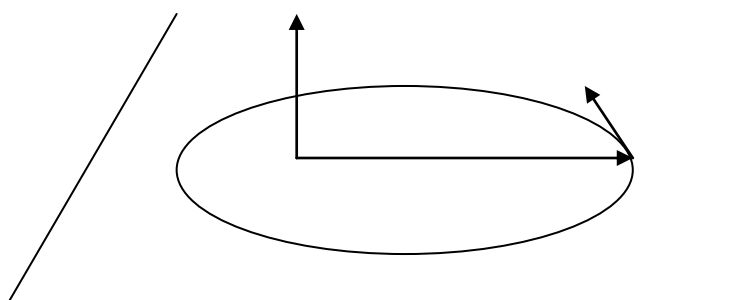
y para el caso de fuerzas centrales que estamos tratando $\vec{M} = 0$ y por tanto $\vec{L}$ es constante con el tiempo.

A partir de la definición de momento angular demuestra que $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$

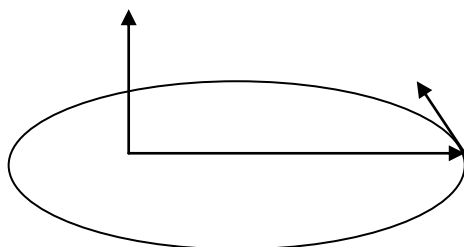
Vamos a comprobar que la definición de momento angular y su constancia en el tiempo es equivalente a las leyes de Kepler, especialmente vamos a demostrar la ley de las áreas.

Como el momento angular es un vector constante, lo será en módulo, dirección y sentido.

DIRECCIÓN CONSTANTE. Si la dirección del vector momento angular es constante la trayectoria que describe la partícula estará contenida en un plano.

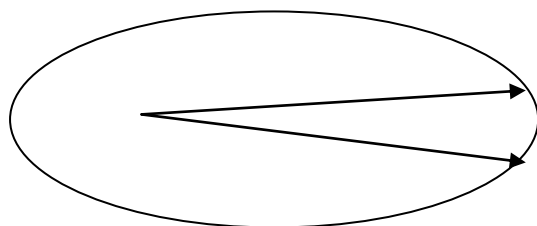


SENTIDO CONSTANTE. Implica que la partícula siempre gira en el mismo sentido.



MÓDULO CONSTANTE. El módulo del vector momento angular vendrá dado por $L = m \cdot r \cdot v \cdot \sin \alpha$, como ya hemos dicho $\vec{r}$ y $\vec{v}$ son perpendiculares por lo que $\sin \alpha = 1$ por lo que $L = mrv$.

Supongamos que el planeta se desplaza sobre su trayectoria en un instante pequeño.



Los vectores de posición entre los dos instantes y el arco dibujan un triángulo isósceles, cuya área vendrá dada por $dA = \frac{1}{2} dl \cdot r$.

Además sabemos que $v = dl/dt$.

Si dividimos dA por dt : $dA/dt = \frac{1}{2} \cdot r \cdot dl/dt = \frac{1}{2} \cdot r \cdot v$ y multiplicando y dividiendo por m (masa) y sustituyendo por la ecuación del módulo del momento angular:

$$dA/dt = \frac{1}{2} L/m$$

m y L son constantes por lo que dA/dt es constante, es decir el área que barre el radio vector en un dt es constante. A esta magnitud se le llama **velocidad areolar**.

Ayudándose de la constancia en módulo del vector momento angular demuestra que la velocidad de los planetas es diferente en el afelio y en el perihelio.

2.5.- CAMPO GRAVITATORIO.

El concepto de campo se introduce en física para superar la “acción a distancia”. Se puede interpretar considerando que cualquier partícula situada en un punto hace que todos los puntos del espacio a su alrededor estén dotados de una determinada propiedad a la que llamamos **campo**. Este campo puede venir expresado como una magnitud escalar o vectorial.

En nuestro caso, consideraremos que toda partícula de masa M crea a su alrededor un campo de fuerza, de forma que al colocar otra partícula de masa m en uno de esos puntos, ésta sufre una fuerza dada por la interacción gravitatoria.

Podemos definir por tanto la intensidad de campo gravitatorio en un punto o simplemente campo gravitatorio como la fuerza por unidad de masa en dicho punto:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Si sustituimos la expresión de la fuerza gravitatoria en la de la intensidad de campo, podemos expresar esta última como:

$$\vec{g} = -G \cdot \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$$

La unidad de intensidad de campo gravitatorio en el S.I. es el N/kg

Como la fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa (no produce pérdidas de energía, y por tanto cumple el principio de conservación de la energía mecánica) diremos que el campo gravitatorio es un campo conservativo.

Al igual que podemos sumar vectorialmente fuerzas, podemos sumar los campos que crearían a su alrededor varias masas m_i situadas en diferentes puntos del espacio. A esta propiedad se le llama PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN.

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 + \dots$$

INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE.

- El campo que crea la Tierra en un punto situado a una altura h de su superficie, viene dado por la expresión:

$$g = \gamma \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

- El campo que crea la Tierra en un punto situado sobre su superficie, viene dado por la expresión:

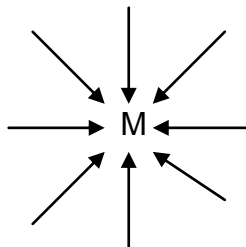
$$g_0 = \gamma \frac{M_T}{R_T^2} = \quad \text{N/kg}$$

Calcula el valor de g_0 si $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

LÍNEAS DE CAMPO GRAVITATORIO.

Constituyen una forma de representar gráficamente el campo. Son (para el campo gravitatorio) líneas de fuerza, es decir, cada punto de esta línea es tangente a la dirección del campo. Para el campo gravitatorio, estas líneas estarán siempre dirigidas hacia las masas, ya que son atractivas en ese sentido.

Podemos además asociar la densidad de líneas de campo en una región del espacio, con la intensidad de dicho campo.



FLUJO DE CAMPO GRAVITATORIO (Φ).

Podemos decir que el flujo de campo a través de una superficie corresponde a las líneas de campo que atraviesan dicha superficie.

Sea un campo gravitatorio $\vec{g}$ en una región del espacio, y sea $\vec{S}$ el vector superficie que delimita dicha región. Calculamos el **flujo de campo** a través de la superficie como:

$$\Phi = \vec{g} \cdot \vec{S} = g \cdot S \cos \varphi$$

TEOREMA DE GAUSS PARA EL CAMPO GRAVITATORIO.

Supongamos una masa M encerrada en una superficie esférica de radio r. Podemos calcular el campo que crea dicha masa a su alrededor como $g = G \cdot M / r^2$. La superficie de la esfera será $S = 4\pi r^2$. Por lo tanto el flujo vendrá dado por:

$$\Phi = -4\pi \cdot G \cdot M$$

y vemos que es independiente del tipo de superficie.

Las unidades del flujo para el campo gravitatorio son $N \cdot m^2 / kg$

2.6.- ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA.

Supongamos un cuerpo de masa m que se desplaza alrededor de una masa M desde un punto A a un punto B. Podemos calcular el trabajo que realiza la fuerza en dicho desplazamiento como la disminución de la energía potencial:

$$W = - (E_{pB} - E_{pA}) = - \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = G \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

Podemos definir por tanto la **energía potencial** en un punto como:

$$E_p = - \frac{G \cdot m \cdot M}{r}$$

Cuya unidad es el julio.

La energía potencial, al igual que la fuerza gravitatoria, se deben a la interacción entre las dos masas y no tendrá sentido hablar de energía o fuerza para una sola masa.

El signo menos que aparece en la ecuación de la energía potencial significa que para alejar dos masas M y m necesitaremos realizar un trabajo, en cambio será un proceso espontáneo acercar las masas.

ENERGÍA POTENCIAL TERRESTRE.

La energía potencial que experimenta una masa m sobre la superficie de la Tierra viene dada por:

$$E_p = - \frac{G \cdot m \cdot M_T}{R_T}$$

La energía potencial que experimenta una masa m a una altura h sobre la superficie de la Tierra viene dada por:

$$E_p = - \frac{G \cdot m \cdot M_T}{R_T + h}$$

Vamos a comprobar que esta definición de energía potencial no se contradice con la definición que utilizamos tradicionalmente como $E_p = m \cdot g \cdot h$.

Calculamos el trabajo que se realiza al caer un cuerpo desde una altura h hasta la superficie de la Tierra:

$$E_p - E_{p0} = -G \cdot M \cdot m \cdot \left(\frac{1}{R_T + h} - \frac{1}{R_T} \right) = \dots = mgh$$

2.7.- POTENCIAL GRAVITATORIO.

Supongamos una masa M situada en el espacio, ya sabemos que esta masa dotará al espacio de un campo gravitatorio, si ahora colocamos otra masa m en esta región, M atraerá a m . Una forma de calcular la interacción entre estas dos masas es calculando el potencial gravitatorio.

Se define como **potencial gravitatorio** a la energía potencial por unidad de masa:

$$V = E_p / m = - G \cdot M / r$$

La unidad del potencial es el julio / kilogramo.

El potencial gravitatorio es siempre un número negativo.

Podemos también ver que a una distancia infinita de la masa M el potencial es nulo.

RELACIÓN TRABAJO - POTENCIAL

Despejando de la ecuación anterior la energía potencial y calculando entre dos puntos del espacio A y B:

$$W_{A \rightarrow B} = - \Delta E_p = - (E_{pB} - E_{pA}) = - m (V_B - V_A) = m (V_A - V_B)$$

Vemos pues que la diferencia de potencial entre dos puntos es el trabajo necesario para trasladar una masa m de uno a otro.

Si el trabajo es positivo ($W_{A \rightarrow B} > 0$) el proceso es espontáneo.

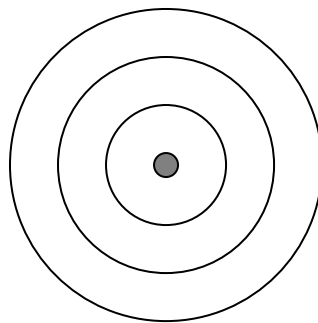
Si el trabajo es negativo ($W_{A \rightarrow B} < 0$), el proceso es no espontáneo, tenemos que proporcionar energía para que se produzca.

Calcula el trabajo necesario para trasladar una masa m desde el infinito a un punto situado a una distancia r de M y calcula el trabajo del proceso contrario, trasladar una masa al infinito.

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES

Podemos representar en el espacio las superficies que unen los puntos que tienen el mismo potencial. Son las **superficies equipotenciales** y tienen las siguientes propiedades:

- El trabajo realizado para trasladar una masa de un punto a otro de estas superficies es cero.
- Para una partícula, las superficies equipotenciales son esferas concéntricas centradas en ella que se extienden hasta el infinito, donde el potencial es nulo.
- Las líneas de fuerza son siempre perpendiculares a las superficies equipotenciales.



RELACIÓN CAMPO – POTENCIAL.

Podemos calcular el trabajo realizado en trasladar una masa de un punto a otro como:

$$W = m (V_a - V_b) = - m \Delta V$$

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta \vec{r} \cdot \cos \alpha$$

Igualando ambas expresiones: $g \cdot \cos\alpha = -\Delta V / \Delta r$

De donde se deduce que el vector campo va siempre dirigido hacia los potenciales decrecientes.

2.8.- MOVIMIENTOS ORBITALES.

Vamos a estudiar el movimiento que describiría un satélite alrededor de un planeta. Por simplicidad vamos a considerar órbitas circulares.

VELOCIDAD ORBITAL.

Si el satélite describe una órbita circular alrededor del planeta, con un movimiento circular uniforme, podemos considerar que la fuerza centrífuga será igual a la fuerza gravitatoria:

$$F_{\text{centrífuga}} = F_{\text{grav}}$$

Recuerda el movimiento circular uniforme y uniformemente acelerado de 1º de bachillerato.

Por lo tanto:

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{r^2}$$

Y despejando de esta ecuación la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

Donde r es el radio de la órbita (desde el centro del planeta al centro del satélite).

PERIODO DE REVOLUCIÓN.

Será el tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta completa al planeta en su órbita:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Calcula la constante K de la 3ª ley de Kepler en función de G y M .

ENERGÍA DE ENLACE.

La energía mecánica de cualquier móvil es la suma de la energía cinética y la potencial. Calcularemos la energía de enlace de un satélite de masa m , como su energía mecánica.

Sobre la superficie del planeta: $E_0 = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R_T}$

A una altura h sobre el planeta: $E_h = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R_T + h}$

- Si $E_h > 0$ la trayectoria del satélite será una hipérbola con el centro en el centro de fuerzas; el cuerpo puede llegar al infinito con energía cinética.

- Si $E_h = 0$ La trayectoria del satélite es una parábola.

- Si $E_h < 0$ la trayectoria es una curva cerrada, una elipse; el satélite no tiene suficiente energía para escapar del planeta.

Llamaremos Energía de satelización a la energía necesaria para poner en órbita un satélite, desde la Tierra o desde cualquier órbita como: $\Delta E = E_f - E_i$

VELOCIDAD DE ESCAPE TERRESTRE.

Será la velocidad inicial que debemos proporcionar a una partícula de masa para que pueda escapar del campo gravitatorio terrestre.

Como el campo gravitatorio es conservativo, se conserva la energía mecánica, una vez fuera de la acción del campo no importa que la partícula quede sin energía:

$$E_0 = E_f$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R_T} = 0$$

Despejando la velocidad:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T}}$$

PROBLEMAS DE INTERACCIÓN GRAVITATORIA

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Si se considera que la Tierra tiene forma esférica con un radio aproximado de 6400 Km. Determine:

- La relación existente entre las intensidades del campo gravitatorio sobre la superficie terrestre y a una altura de 144 Km por encima de la misma.
- La variación de la E_c de un cuerpo de masa 100 Kg al caer libremente desde la altura de 144 Km hasta 72 Km por encima de la superficie terrestre.

$$\text{Datos: } G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}$$

$$M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

RESOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{g_h}{g_T} = \frac{\frac{GM_T m}{R_T^2}}{\frac{GM_T m}{(R_T + h)^2}} = \frac{(R_T + h)^2}{R_T^2} = \frac{(6400 \cdot 10^3 + 44 \cdot 10^3)^2}{(6400 \cdot 10^3)^2} = 1,045$$

$$\frac{g_h}{g_T} = 1,045$$

$$\text{b) } \Delta E_c = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2}$$

$$-\frac{GMm}{r_1} + \frac{GMm}{r_2} = GMm \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = 5,67 \cdot 10^{-1} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 100 \left(\frac{1}{72 \cdot 10^3} - \frac{1}{144 \cdot 10^3} \right)$$

$$\Delta E_c = 2,769 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

2º El período de revolución del planeta Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita.

Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determine:

- La razón entre los radios de las respectivas órbitas.
- La razón entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas.

RESOLUCIÓN

a)

$$T_J^2 = \mathcal{R}_{OJ}^3$$

$$T_T^2 = \mathcal{R}_{OT}^3$$

$$\frac{T_J^2}{T_T^2} = \frac{\mathcal{R}_{OJ}^3}{\mathcal{R}_{OT}^3} \Rightarrow \frac{12^2 T_T^2}{T_T^2} = \frac{\mathcal{R}_{OJ}^3}{\mathcal{R}_{OT}^3} \Rightarrow 144 = \frac{\mathcal{R}_{OJ}}{\mathcal{R}_{OT}}$$

$$\frac{\mathcal{R}_{OJ}}{\mathcal{R}_{OT}} = 1,24$$

b)

$$\frac{a_J}{a_T} = \frac{\frac{GM_S}{R_{OJ}^2}}{\frac{GM_S}{R_{OT}^2}} = \frac{R_{OT}^2}{R_{OJ}^2} = \frac{1}{(5,24)^2} = \mathbf{0,036}$$

3º La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de $7,62 \text{ Km s}^{-1}$.

a) ¿A qué altitud se encontraba?

b) ¿Cuál es su período? ¿Cuántos amaneceres contemplaban cada 24 horas los astronautas que viajaban en el interior de la nave?.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$

$M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ Kg}$

$R_T = 6370 \text{ Km}$

RESOLUCIÓN

a)

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GM_T m}{r^2} \Rightarrow \frac{GM_S}{v^2} = \frac{5,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{7620^2} = 5869,37 \cdot 10^3 \text{ m} = 5869,37 \text{ Km}$$

$$h = r - R_T = \mathbf{499,37 \text{ Km}}$$

$$\text{b) } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 6869,3 \cdot 10^3}{7620} = \mathbf{5664,24 \text{ s} = 1,57 \text{ h}}$$

$$24 \text{ h} \cdot \frac{1 \text{ amanecer}}{1,57 \text{ h}} = \mathbf{15 \text{ amaneceres}}$$

4º Se pone en órbita un satélite artificial de 600 Kg a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el lanzamiento se ha realizado desde el nivel del mar, calcule :

a) ¿Cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del satélite?.

b) Qué energía adicional hay que suministrar al satélite para que escape a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita.

Datos : Constante de Gravitación

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$

Masa de la Tierra

$M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ Kg}$

Radio medio de la Tierra

$R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{a) } \Delta E_p &= E_{pf} - E_{pi} = \frac{-GM_T m}{r} + \frac{GM_T m}{R_T} = GM_T m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r} \right) = \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 600 \left(\frac{1}{6,37 \cdot 10^6} - \frac{1}{7,57 \cdot 10^6} \right) = \mathbf{5,955 \cdot 10^9 \text{ J}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{-3M_T m}{r} + \frac{1}{2}mv^2 + N = 0 \Rightarrow \frac{3M_T m}{r} + \frac{GM_T m}{2r} + N = 0 \Rightarrow \frac{3M_T m}{2r} + N = 0$$

$$W = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 600}{2,757 \cdot 10^6} = 1,58 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

5° Un satélite artificial de 200 kg gira en una órbita circular a una altura “h” sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo que a esa altura el valor de la aceleración de la gravedad es la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre, averiguar:

a) La velocidad del satélite.

b) Su energía mecánica.

Datos : Gravedad en la superficie terrestre
Radio medio de la tierra

$$g_0 = 9,8 \text{ m s}^{-2}$$

$$R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km.}$$

RESOLUCIÓN

$$\text{a)} \quad g_0 = \frac{GM_T m}{R_T^2}$$

$$g_h = \frac{g_0}{2} = \frac{GM_T m}{(R_T + h)^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{g_0}{2} &= \frac{\frac{GM_T m}{R_T^2}}{\frac{GM_T m}{(R_T + h)^2}} \Rightarrow \frac{g_0}{2} = \frac{(R_T + h)^2}{R_T^2} \Rightarrow \frac{g_0}{2} = \frac{R_T + h}{R_T} \Rightarrow R_T + h = \sqrt{2} R_T \\ \frac{mv^2}{R_T + h} &= \frac{GM_T m}{(R_T + h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{\sqrt{2} R_T}} = \\ &= \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{\sqrt{2} R_T}} = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6}{\sqrt{2}}} = 643,93 \text{ m/s} \end{aligned}$$

b)

$$E_m = E_c + E_p$$

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{GM_T m}{2(R_T + h)} - \frac{GM_T m}{R_T + h} = \frac{-GM_T m}{2(R_T + h)} = \frac{-g_0 R_T^2 m}{2\sqrt{2} R_T} = \\ &= \frac{-9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \cdot 200}{2\sqrt{2}} = 4,41 \cdot 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

6° Determine de una forma teórica la relación que existe entre la energía mecánica de un satélite que describe una órbita circular en torno a un planeta y su energía potencial.

$$E_m = \frac{-GMm}{r} + \frac{GMm}{2r} = \frac{-GMm}{2r} = \frac{E_p}{2}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º La ecuación fundamental de la dinámica de rotación de un sólido rígido en torno a un eje fijo, tiene por expresión $M = I \alpha$:

- a) Define las magnitudes que intervienen en dicha ecuación. ¿Cuáles son las unidades correspondientes a dichas magnitudes en el S. I.?
- b) Si en el citado movimiento, a partir de un cierto instante, el momento resultante de las fuerzas exteriores, que actúan sobre el sólido respecto del eje de rotación es cero, ¿cómo serán las magnitudes velocidad angular de rotación del sólido y momento angular del sólido respecto del eje de rotación, a partir de dicho instante?. Razona la respuesta.

SOLUCIÓN a) $M \rightarrow$ Momento de fuerzas que actúan sobre el sólido rígido $\rightarrow \text{N.m}$
 $I \rightarrow$ Momento de Inercia del sólido con respecto al eje de giro $\rightarrow \text{Kg m}^2$
 $\alpha \rightarrow$ Aceleración angular con que gira el sólido $\rightarrow \text{rad s}^{-2}$
 b) ω y L ctes

2º Una partícula de masa m está describiendo una trayectoria circular de radio R con velocidad lineal constante v .

- a) ¿Cuál es la expresión de la fuerza que actúa sobre la partícula en éste movimiento?. ¿Cuál es la expresión del momento angular de la partícula respecto al centro de la trayectoria?.
- b) ¿Qué consecuencias sacas de aplicar el teorema del momento angular en este movimiento? ¿Por qué?.

SOLUCIÓN a) $F = \frac{mv^2}{R}$ $L = Rmv$
 b) $L = \text{cte} \Rightarrow \Sigma M = 0 \Rightarrow \omega = \text{cte} \Rightarrow \text{M.C.U.}$

3º Dí si existe alguna relación entre la dirección del momento de una fuerza y:

- a) La dirección de la fuerza
- b) La dirección del momento angular
- c) La dirección del cambio con el tiempo del momento angular

SOLUCIÓN a) $\vec{M} \perp \vec{F}$ b) $\vec{M} // \vec{L}$ c) coinciden las dos direcciones

4º ¿Qué es una Fuerza central ?. ¿Cuándo se dice que un campo de fuerzas es conservativo ?. Los campos de fuerzas centrales ¿son conservativos ?. Razona la respuesta y utiliza algún ejemplo demostrando que se cumplen las condiciones necesarias

5º Una partícula se mueve por la acción de una fuerza gravitatoria central y describe una circunferencia con velocidad angular constante. ¿Realiza trabajo la fuerza centrípeta ?. Teniendo en cuenta que su velocidad lineal cambia continuamente de dirección representa gráficamente la Energía cinética de la partícula en función del tiempo.

SOLUCIÓN No realiza trabajo a lo largo de una trayectoria cerrada. Porque es una fuerza conservativa E_c

6º Deduce la ecuación de dimensiones y las unidades en el S.I. de la constante de Gravitación Universal.

SOLUCIÓN $L^3 T^{-2} M^{-1}$
 $\text{Kg}^3 \text{s}^{-2} \text{Kg}^{-1} = \text{N m}^2 \text{Kg}^{-2}$

7º Deducir el valor de la constante de la 3º ley de Kepler para la Tierra.

Datos : $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{Kg}^{-2}$
SOLUCIÓN $= 9,897 \cdot 10^{-14} \text{ N}^{-1} \text{m}^2 \text{Kg}^{-1}$

8º Determina el valor de la gravedad en un punto situado a una altura de 130 Km sobre la superficie terrestre.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6370 \text{ Km}$
 gravedad al nivel del mar $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$

SOLUCIÓN $9,41 \text{ m/s}^2$

9º El planeta Júpiter posee un radio 11 veces mayor que el de la Tierra y una masa 318 veces mayor que la de ésta. Calcule:

- El peso en Júpiter de un astronauta que en la Tierra pesa 800N.
- La masa del astronauta en Júpiter.
- La relación entre las energías potenciales del astronauta en Júpiter y en la Tierra

SOLUCIÓN

- $P_J = 2104 \text{ N}$
- $m_J = 81,6 \text{ Kg}$
- $\frac{E_{PJ}}{E_{PT}} = 28,9$

10º La Luna está a $3,9 \cdot 10^5 \text{ Km}$ del centro de la Tierra. La masa de la Luna es de $7,3 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$ y la de la Tierra de $6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$. ¿A qué distancia del centro de la Tierra las fuerzas gravitatorias que ejercen el planeta y su satélite sobre un objeto son iguales en intensidad y de sentido opuesto ?.

SOLUCIÓN $3,5 \cdot 10^5 \text{ Km}$

11º

- Compara las fuerzas de atracción gravitatoria que ejercen la Luna y la Tierra sobre un cuerpo de masa "m" que se halla situado en la superficie de la Tierra. ¿A qué conclusión llegas ?.
- Si el peso de un cuerpo en la superficie de la Tierra es de 100 Kp ¿Cuál sería el peso de ese mismo cuerpo en la superficie de la Luna ?.

Datos: La masa de la Tierra es 81 veces la masa de la Luna

La distancia entre los centros de la Tierra y la Luna es de 60 radios terrestres.

El radio de la Luna es 0.27 veces el radio de la Tierra.

SOLUCIÓN

- $F_T \setminus F_L = 281961$
- 16,9 Kp

12º La masa de la Luna es aproximadamente $7,36 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$ y su radio $1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$. Calcula:

- El valor de la distancia que recorrería una partícula, en un segundo de caída libre hacia la Luna, si se abandona en un punto próximo a su superficie $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}$

SOLUCIÓN $0,81 \text{ m}$

b)

En la superficie terrestre, al colocar un cuerpo en un platillo de una balanza y en el otro pesas por un valor de 23,25 g se consigue el equilibrio. ¿Qué pesas tendríamos que utilizar para equilibrar la balanza con el mismo cuerpo en la superficie de la Luna.?

SOLUCIÓN $23,25 \text{ g}$

13º La masa del planeta Negro es cinco veces la del planeta Silencioso y su radio es igual a la mitad del radio del planeta Silencioso. Si un tractor pesa 3000 N en la superficie del planeta Silencioso. ¿Cuánto pesará en la superficie del planeta Negro?

SOLUCIÓN $6 \cdot 10^4 \text{ N}$

14º Calcular a que altura sobre la superficie terrestre la intensidad de campo gravitatorio se reduce a la cuarta parte de su valor sobre dicha superficie.

Datos : $R_T = 6370 \text{ Km}$

SOLUCIÓN 6370 Km

15º Dos masas puntuales $m_1 = 5 \text{ kg}$ y $m_2 = 10 \text{ kg}$ se encuentran situadas en el plano XY en dos puntos de coordenadas $(x_1, y_1) = (0,1)$ y $(x_2, y_2) = (0,7)$ respectivamente. Se pide:

- Campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto de coordenadas $(x, y) = (4, 4)$.
- Trabajo necesario para trasladar una masa de 1 kg situada en el punto $(0, 4)$ hasta el punto $(4, 4)$ en presencia de las otras dos masas.
- ¿Qué interpretación física tiene el signo del trabajo calculado?

Datos: $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$

Nota: Todas las coordenadas espaciales están dadas en metros.

- SOLUCIÓN** a) $-3,21 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 8,0 \cdot 10^{-12} \vec{j}$ (N. Kg⁻¹)
 b) $-13,4 \cdot 10^{-11}$ J
 c) negativo, en contra del campo

16° Si la densidad media de la Tierra es $5,5 \text{ g cm}^{-3}$.

- a) Calcula el valor de su radio sabiendo $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
 b) Calcula el valor de "g" a una altura de la superficie de la Tierra igual a dicho radio.

Datos: $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ en SI.

SOLUCIÓN $R = 6349 \text{ Km}$
 $g = 2,45 \text{ ms}^{-2}$

17° Sea una partícula de masa 3 Kg que se mueve con movimiento circular uniforme de velocidad 20 m/s bajo la acción de una fuerza central de valor $F = 3/r^2$ dirigida hacia el origen de coordenadas.

- a) Calcula el momento angular de la partícula respecto al centro o polo de fuerzas.

- b) ¿Se conserva dicho momento angular? ¿Por qué?

SOLUCIÓN $0,15 \vec{k}$

18° Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B:

- a) Haga un análisis energético del movimiento del cometa y compare los valores de las energías cinética y potencial en A y en B.
 b) ¿En cuál de los puntos A o B es mayor el módulo de la velocidad? ¿Y el de la aceleración?

SOLUCIÓN a) $E_{pA} > E_{pB}$ y $E_{cB} > E_{cA}$
 b) $v_B > v_A$ y $a_B > a_A$

19° El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio (posición más próxima) el cometa está a $8,75 \times 10^7 \text{ Km}$ del Sol y en el afelio (posición más alejada) está a $5,26 \times 10^9 \text{ Km}$ del Sol.

- a) ¿En cuál de los dos puntos tiene el cometa mayor velocidad? ¿Y mayor aceleración?
 b) ¿En qué punto tiene mayor energía potencial? ¿Y mayor energía mecánica?

SOLUCIÓN $v_a < v_p$ $a_p > a_a$
 $E_{pa} < E_{pp}$ $E_{Ma} = E_{Mp}$

20° Se considera el movimiento elíptico de la Tierra en torno al Sol. Cuando la Tierra está en afelio (la posición más alejada del Sol) su distancia al Sol es de $1,52 \cdot 10^{11} \text{ m}$ y su velocidad orbital es $2,92 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. Hallar:

- a) El momento angular de la Tierra respecto al Sol.
 b) La velocidad orbital en el perihelio. (distancia en este punto al Sol $1,47 \cdot 10^{11} \text{ m}$).

Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$.

SOLUCIÓN a) $2,65 \cdot 10^{40} \text{ Kg m}^2 \text{ s}^{-1}$
 b) $30193,197 \text{ m/s}$

21° Un satélite de 2000 Kg de masa describe una órbita ecuatorial circular alrededor de la Tierra de 8000 Km de radio. Determinar:

- a) Su momento angular respecto al centro de la órbita.
 b) Su energía cinética, potencial y total.

Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$

$G = 6,67 \cdot 10^{-12} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$

SOLUCIÓN a) $1,129 \cdot 10^{14} \text{ Kg m}^2 \text{ s}^{-1}$
 b) $E_c = 4,98 \cdot 10^{10} \text{ J}$ $E_p = -9,972 \cdot 10^{10} \text{ J}$
 c) $E_T = -4,99 \cdot 10^{10} \text{ J}$

22° Calcula la masa del Sol a partir del periodo de rotación de la Tierra.

Datos: $d_{S-T} = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$

SOLUCIÓN $1,99 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$

23° Si el radio solar es de 696000 Km y la aceleración de la gravedad en su superficie es 27,9 veces la terrestre, determinar la masa del Sol es función de la terrestre

- Nuestro Sol rota con un período de 25 días y 9 horas . Determinar el radio de la órbita circular que debería tener un planeta para que estuviera siempre en la misma vertical de un punto determinado del ecuador solar.
- Determinar el módulo del momento angular de tal planeta en su revolución. Realizar los cálculos en función de la masa del planeta.

Datos: $M_S = 3,33 \cdot 10^5 M_T$ $R_T = 6370 \text{ Km}$ $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

SOLUCIÓN a) $M_S = 3,33 \cdot 10^5 M_T$
 b) $2,53 \cdot 10^{10} \text{ m}$
 c) $1,83 \cdot 10^{15} \text{ m}_p \text{ Kg m}^2 \text{ s}^{-1}$

24° Un satélite artificial de la Tierra de masa 10 Tm tiene una velocidad de 4,2 Km/s en una determinada órbita circular. Hallar:

- El radio de la órbita.
- El trabajo necesario para colocarlo en la órbita.
- Su período.
- El trabajo realizado por el peso en una vuelta.

Datos: $R_T = 6370 \text{ Km}$.

SOLUCIÓN a) $22,6 \cdot 10^6 \text{ m}$ $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$
 b) $5,342 \cdot 10^{11} \text{ J}$ $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$
 c) $33,79 \cdot 10^3 \text{ s}$

25° Un satélite artificial gira entorno a la Tierra en una órbita circular, a una altura de 300 Km sobre su superficie.

- ¿ Con qué velocidad se desplaza ? ¿ Y su aceleración ?
- El tiempo que tarda en dar una vuelta.
- Si el satélite tiene una masa de 200 Kg. ¿ Qué E_p posee en la órbita ?

Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

SOLUCIÓN a) $7733,04 \text{ m/s}$; $8,96 \text{ m/s}^2$ $R_T = 6370 \text{ Km}$
 b) $5419,4 \text{ s}$ $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$
 c) $-1,196 \cdot 10^{10} \text{ J}$

26° Las distancias de la Tierra y de Marte al Sol son respectivamente $140,6 \cdot 10^6 \text{ Km}$ y $228,0 \cdot 10^6 \text{ Km}$. Suponiendo que las órbitas son circulares y que el período de revolución de la Tierra en torno al Sol es de 365 días:

- ¿Cuál será el período de revolución de Marte ?
- Si la masa de la Tierra es 9,6 veces la de Marte y sus radios respectivos son 6370 Km y 3390 Km ¿Cuál será el peso en Marte de una persona de 70 Kg ?

Datos: Gravedad en la superficie terrestre: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

SOLUCIÓN a) 753,7 s b) 252,31 N

27° Se pretende situar un satélite artificial, de 50 Kg de masa, en una órbita circular a 500 Km de altura sobre la superficie terrestre. Calcula:

- La velocidad que debe poseer el satélite para girar en esa órbita.
- La energía que fue preciso comunicarle desde la superficie terrestre para ponerlo en órbita.
- El valor de la intensidad del campo gravitatorio terrestre en esa órbita.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$
 $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$
 $R_T = 6400 \text{ Km}$

SOLUCIÓN a) 7603,06 m/s b) $1,67 \cdot 10^9 \text{ J}$ c) $8,37 \text{ m/s}^2$

28° Teniendo en cuenta que el radio terrestre es de 6400 Km y que el valor de la aceleración de la gravedad en la Superficie de la Tierra es de $9,8 \text{ m/s}^2$:

- Determinar el valor numérico del producto GM, donde G es la constante de gravitación universal y M la masa de la Tierra.
- Calcular la velocidad a la que se debe mover un satélite en órbita circular alrededor de la Tierra , si el radio de la órbita es tres veces más grande que el radio terrestre.

- c) Si este satélite tiene una masa de 10 Tm : ¿Qué energía potencial gravitatoria tendrá?

SOLUCIÓN a) $4 \cdot 10^{14} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-1}$ b) 4572,4 m/s c) $-2,1 \cdot 10^{11} \text{ J}$

29° Se coloca un satélite meteorológico de 1000 Kg en órbita circular, a 300 km sobre la superficie terrestre. Determine:

- a) La velocidad lineal, la aceleración radial y el período en la órbita
b) El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite.

Datos: Gravedad en la superficie terrestre $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$
Radio medio terrestre $R_T = 6370 \text{ Km}$

SOLUCIÓN a) $7721,3 \text{ ms}^{-1}$ $8,94 \text{ ms}^{-2}$ 1,5 h b) $3,26 \cdot 10^{10} \text{ J}$

30° Sabiendo que el radio de la órbita circular de la Luna alrededor de la Tierra es $384 \cdot 10^3 \text{ Km}$ y que su período es de 27,3 días, hallar:

- a) La masa de la Tierra
b) La velocidad lineal de la Luna en su órbita

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (S.I.)}$.

SOLUCIÓN a) $6,02 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ b) 1023 ms^{-1}

31° La Luna es aproximadamente esférica con radio $R_L = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$ y masa $M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$. La constante de gravitación universal es $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$. Desde la superficie de la Luna se lanza verticalmente un objeto que llega a elevarse una altura máxima sobre la superficie $h = R_L$.

Determina:

- a) La velocidad inicial con que se ha lanzado el objeto
b) La aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna y en el punto más alto alcanzado por el objeto.
c) La velocidad de escape desde la superficie de la Luna

SOLUCIÓN a) $1678,5 \text{ ms}^{-1}$ b) $1,62 \text{ ms}^{-2}$ $0,405 \text{ ms}^{-2}$ c) $2373,8 \text{ ms}^{-2}$

32° La nave espacial lunar Prospector permanece en órbita circular alrededor de la Luna a una altura de 100 Km sobre su superficie. Determina:

- a) La velocidad lineal de la nave y el período del movimiento.
b) La velocidad de escape a la atracción lunar desde esa órbita.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$

$M_L = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$

$R_L = 1740 \text{ Km}$

SOLUCIÓN a) $1633,4 \text{ m/s}$ 7077,9 b) $1633,4 \text{ m/s}$

33° Una sonda espacial se encuentra " estacionada " en una órbita circular terrestre a una altura sobre la superficie terrestre de $2,26 R_T$. Calcular:

- a) La velocidad de la sonda en la órbita de estacionamiento.
b) Comprobar que la velocidad que la sonda necesita a esa altura para escapar de la atracción de la Tierra es aproximadamente $6,2 \text{ Km/s}$.

Datos : $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

$R_T = 6370 \text{ Km}$

SOLUCIÓN a) $4,37 \text{ Km/s}$

34° Calcula la velocidad de escape en la superficie terrestre con un valor de $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$, siendo $R_T = 6366 \text{ Km}$
¿Cuál sería la velocidad de escape en otro planeta de igual densidad que la Tierra y radio la mitad ?.

SOLUCIÓN $v_{\text{tierra}} = 11176 \text{ ms}^{-1}$ $v_{\text{planeta}} = 5588 \text{ m/s}$

35° Calcula el radio de la órbita circular de un satélite terrestre para que su velocidad coincida con la velocidad angular de rotación de la Tierra.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI} \quad M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

SOLUCIÓN: $R = 4,23 \cdot 10^7 \text{ m}$.

36°

a) ¿Con qué frecuencia angular debe girar un satélite de comunicaciones, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra?

b) ¿A qué altura sobre la superficie terrestre se encontrará el satélite citado en el apartado anterior?

Datos: Gravedad en la superficie de la Tierra = $9,8 \text{ ms}^{-2}$; Radio medio de la Tierra = $6,37 \times 10^6 \text{ m}$

SOLUCIÓN: a) $7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ b) $3,58 \cdot 10^7 \text{ m}$

37° Un satélite situado en una órbita contenida en el plano ecuatorial y cuyo período es 1 día se llama satélite geoestacionario.

a) ¿A qué altura sobre la superficie terrestre hay que colocar un satélite artificial para que sea geoestacionario?

b) ¿Qué energía debemos aportar para poner en órbita un satélite de estas características, si su masa es 1000 Kg?

Datos: $R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km}$

$g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

SOLUCIÓN a) $3,58 \cdot 10^7 \text{ m}$ b) $5,3 \cdot 10^{10} \text{ J}$

38° a) ¿Cuál es la velocidad mínima que es preciso comunicar a un objeto situado a 1000 Km de altura sobre la superficie de la Tierra para que escape del campo gravitatorio terrestre?

SOLUCIÓN : $10360,212 \text{ m/s}$

b) Se lanza un satélite artificial, de forma que permanece fijo en la misma vertical de un punto de la tierra (geoestacionario). Calcular la altura sobre la superficie terrestre a la que está situado el satélite.

Datos: $g_0 = 9,8 \text{ m/s}$; $R_T = 6340 \text{ Km}$

SOLUCIÓN : $3,57 \cdot 10^7 \text{ m}$

39° La masa de Saturno es aproximadamente igual a los $3 \cdot 10$ de la masa de Júpiter, y su radio $5 \cdot 6$ del de Júpiter. Se sabe que la velocidad de escape desde la superficie de Júpiter es de 59.400 m/s . Se sabe, que la velocidad de escape desde la superficie de Júpiter es de 59.400 m/s . Con estos datos, calcule:

a) La velocidad de escape desde la superficie de Saturno.

b) La velocidad de escape: ¿depende de la masa del objeto?. ¿en qué medida importa la dirección de la velocidad?

c) El peso que tendrá en Saturno un objeto cuyo peso en Júpiter sea de 1 N.

SOLUCIÓN a) 35640 m/s

b) No depende ni de la masa del objeto, ni de la dirección de la velocidad

c) $0,432 \text{ N}$

40° En la superficie de un planeta de 3.000 Km de radio, la aceleración es de 3 m/s^2 .

Calcular:

a) La energía potencial gravitatoria de un objeto de 200 kg de masa situado en la superficie del planeta

b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta

c) La masa del planeta

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ unidades S.I.

SOLUCIÓN a) $-1,8 \cdot 10^9 \text{ J}$

b) $4242,6 \text{ m/s}$

c) $4,05 \cdot 10^{23} \text{ Kg}$

Interacción electromagnética

TEMA 3.- CAMPO ELÉCTRICO.

- 3.1.- INTRODUCCIÓN
- 3.2.- LEY DE COULOMB.
- 3.3.- ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.
- 3.4.- CAMPO ELÉCTRICO.
- 3.5.- TEOREMA DE GAUSS PARA EL CAMPO ELÉCTRICO.
- 3.6.- POTENCIAL ELÉCTRICO.
- 3.7.- COMPORTAMIENTO DE LA MATERIA BAJO LA ACCIÓN DE UN CAMPO ELÉCTRICO.
- 3.8.- ANALOGÍAS Y DIFERENCIAS ENTRE CAMPO ELÉCTRICO Y CAMPO GRAVITATORIO.

3.1.- INTRODUCCIÓN.

Desde muy antiguo se conoce la propiedad “eléctrica “ de la materia; Investigadores como Gilbert, Gray, Du Fay y sobre todo Franklin fueron los que establecieron el inicio de la teoría eléctrica en Física.

El descubrimiento del electrón como partícula cargada negativamente y presente en toda la materia proporcionó un avance muy importante ya que permitió definir la **carga eléctrica** como la magnitud de la que depende la electricidad. Es una magnitud escalar y su unidad es el culombio (C).

Podemos decir pues, que cualquier cuerpo cargado tendrá una carga proporcional a la asignada al electrón, tanto por exceso, cuerpo cargado negativamente, como por defecto, cuerpo cargado positivamente.

La determinación de la carga del electrón es debida a las investigaciones de Robert Millikan, quien dedujo que valía $1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Busca información adicional sobre cargas eléctricas, electricidad y campo eléctrico y elabora una introducción histórica para este tema.

3.2.- LEY DE COULOMB.

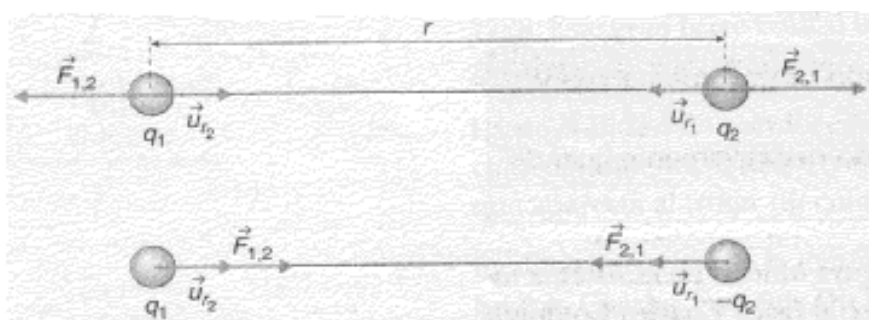
Sean dos cargas Q y q puntuales separadas una distancia r . Llamamos $\vec{u}_r$ al vector unitario que define el vector de posición de q respecto de la posición de Q .

La fuerza que ejercen entre sí estas dos cargas viene dada por la **ley de Coulomb**, que matemáticamente se expresa como:

$$\vec{F} = \chi \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

Si las dos cargas son del mismo signo, la fuerza es de repulsión y si son de signo contrario la fuerza es atractiva.

Al sistema formado por dos cargas iguales en magnitud pero de distinto signo, separadas una distancia pequeña se le llama **dipolo eléctrico**.



La constante K mide la permitividad del medio, es decir, como se transmite la fuerza a través del medio donde estén situadas las cargas. Se suele calcular como $K = 1/(4\pi\epsilon)$, donde ϵ es la constante dieléctrica del medio.

El valor de K en el vacío es $9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

El valor de ϵ_0 (en el vacío) es por tanto:

Busca analogías y diferencias entre la fuerza gravitatoria y la fuerza eléctrica.

3.3.- ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

Calculamos el trabajo que realiza la fuerza eléctrica (que no es constante con la distancia) entre dos cargas Q y q , para trasladar una de ellas de un punto A a otro B. Como es una

fuerza central y por tanto conservativa, equivaldrá al incremento negativo de la energía potencial:

$$W_{A \rightarrow B} = - (E_{pB} - E_{pA}) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = - K \cdot Q \cdot q \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

Podemos definir por tanto la **energía potencial eléctrica** en un punto como:

$$E_p = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r}$$

Cuya unidad es el julio.

La energía potencial, al igual que la fuerza eléctrica, se deben a la interacción entre las dos cargas y no tendrá sentido hablar de energía o fuerza para una sola carga. Si las cargas tienen el mismo signo, la energía potencial es positiva, y será negativa para cargas de distinto signo.

Podemos por tanto considerar que la energía potencial en un punto cercano a una carga Q, es el trabajo que se emplea en trasladar una carga q desde el infinito (donde la energía potencial vale cero), hasta el punto que dista r de Q. Si el trabajo es positivo, será un proceso espontáneo, y será no espontáneo (tendremos que proporcionar energía) si el trabajo es negativo.

3.4.- CAMPO ELÉCTRICO.

Al igual que las fuerzas gravitatorias, las fuerzas eléctricas son interacciones a distancia, por lo que podremos definir la magnitud campo eléctrico para la acción que puede ejercer una carga eléctrica en su entorno.

Llamamos **intensidad del campo eléctrico** creado por una carga Q a su alrededor a la fuerza a la que estaría sometida la unidad de carga positiva colocada en un punto de dicho entorno.

Matemáticamente lo expresaremos como: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

Y sustituyendo la expresión de la Ley de Coulomb: $\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$

cuya unidad es en newton/culombio (N/c).

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

Si en la misma región del espacio tenemos varias cargas que crean campos cada una de ellas, podremos calcular el campo total sumando vectorialmente cada uno de los campos creados por cada carga: $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$

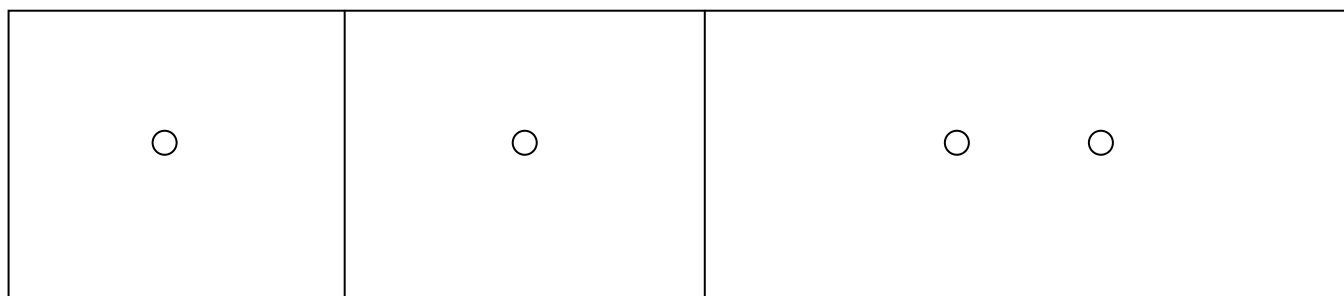
A esta expresión la llamamos **Principio de Superposición**.

REPRESENTACIÓN DEL CAMPO ELÉCTRICO.

Al igual que el campo gravitatorio podemos representar el campo eléctrico mediante líneas de campo que son las líneas de fuerza que crean las cargas.

- Son líneas imaginarias dibujadas de forma que su dirección, en cada punto, es la misma que la dirección del campo en dicho punto.
- El número de líneas de fuerza representan la intensidad de campo.
- El campo eléctrico resultante en un punto no puede tener más de una dirección, por lo que las líneas de fuerza no se cortan.

Dibuja las líneas de campo correspondientes a un campo creado por una carga positiva, una carga negativa y un dipolo eléctrico.



FLUJO DE CAMPO ELÉCTRICO.

Definimos el flujo de campo eléctrico a través de una superficie como:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos \alpha$$

El flujo de campo representa el número de líneas de campo que atraviesan dicha superficie.

3.5.- TEOREMA DE GAUSS PARA EL CAMPO ELÉCTRICO.

Supongamos una carga Q encerrada en una superficie esférica de radio r . Podemos calcular el flujo a través de dicha superficie como:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} \cos 0 = \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} Q = \frac{Q}{\epsilon}$$

y el resultado es el mismo independiente del tipo de superficie en la que encerremos la carga.

Podemos enunciar el teorema de Gauss:

“ El flujo del vector de campo eléctrico a través de una superficie cerrada es el producto de una constante ($1/\epsilon$) por la carga eléctrica encerrada dentro de la superficie”.

Es un resultado muy importante porque nos permite calcular el campo eléctrico de cualquier distribución de carga, solo conociendo la carga total, y encerrándola en una superficie.

CAMPO ELÉCTRICO EN EL INTERIOR DE UN CONDUCTOR.

Es un resultado consecuencia del teorema de Gauss.

En un conductor cargado, por el que no circule corriente, la carga eléctrica está distribuida en su superficie, de forma que en su interior no existe carga eléctrica. Si no lo fuese, el flujo a través del conductor no sería nulo y las cargas se distribuirían de nuevo.

Así, el campo eléctrico junto a la superficie del conductor cargado es perpendicular a ella.

Busca información sobre la jaula de Faraday.

APLICACIONES DEL TEOREMA DE GAUSS

Podemos aplicar el teorema de Gauss para calcular distribuciones continuas de carga con simetría sencilla.

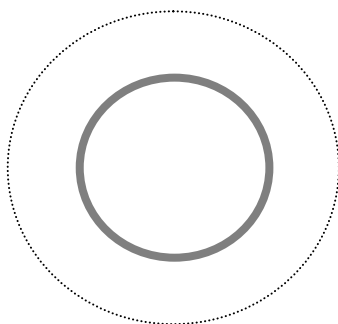
Para ello rodearemos el cuerpo cargado con una superficie gaussiana que cumpla dos condiciones:

- que el campo sea normal a la superficie.
- que el área de la superficie sea conocida.

CAMPO ELÉCTRICO CREADO POR UN CONDUCTOR ESFÉRICO HUECO CARGADO.

Supongamos una esfera hueca cuya superficie de radio R está cargada con una carga total Q. Queremos calcular el campo creado en un punto P.

Trazamos una superficie esférica que pase por el punto P, cuyo centro es el mismo que la esfera cargada y cuyo radio denominamos r. Cumple las dos condiciones impuestas para las superficies de Gauss.



El flujo a través de esta esfera viene dado por:

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot \int_S dS = E 4\pi r^2$$

Igualando con el valor obtenido para el flujo mediante el teorema de Gauss, obtenemos:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

donde r es el radio de la superficie de Gauss elegida.

Así pues si $r > R$

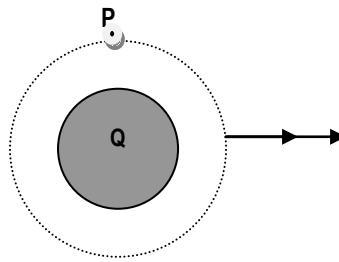
Si $r = R$

Si $r < R$

CAMPO ELÉCTRICO CREADO POR UNA ESFERA COMPACTA UNIFORMEMENTE CARGADA.

Supongamos una esfera de radio R cargada con una carga total Q . Queremos calcular el campo creado en un punto P .

Trazamos una superficie esférica que pase por el punto P , cuyo centro es el mismo que la esfera cargada y cuyo radio denominamos r . Cumple las dos condiciones anteriores.



El flujo a través de esta esfera viene dado por:

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot \int_S dS = E 4\pi r^2$$

Igualando con el valor obtenido para el flujo mediante el teorema de Gauss, obtenemos:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

donde r es el radio de la superficie de Gauss elegida.

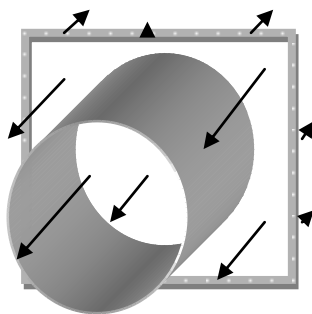
Así pues si $r > R$

Si $r = R$

Si $r < R$

CAMPO ELÉCTRICO CREADO POR UN PLANO INDEFINIDO UNIFORMEMENTE CARGADO.

Elegimos como superficie gaussiana un paralelepípedo (sirve también un cilindro).



Solo existe flujo a través de las superficies paralelas a nuestro plano de carga.

$$\Phi_{\text{enc}} = \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot S_1 + E \cdot S_2 = 2 \cdot E \cdot S$$

Igualando con el flujo del teorema: $E = \frac{Q}{2 \cdot S \epsilon_0}$

El campo obtenido es independiente de la distancia y uniforme, con la líneas de campo paralelas entre sí y perpendiculares al plano cargado.

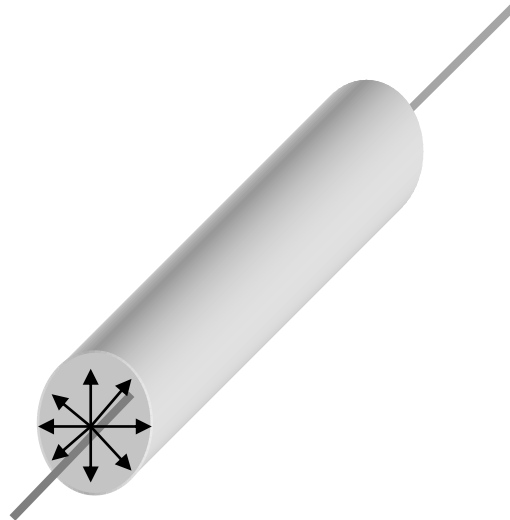
Si no conocemos la carga total de la superficie, podemos obtener el campo en función de la **densidad de carga superficial**.

$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

Calcula el campo para dos placas cargadas con densidades $+\sigma$ y $-\sigma$ y deduce el valor de la capacidad de un condensador.

CAMPO ELÉCTRICO CREADO POR UN HILO CONDUCTOR INDEFINIDO UNIFORMEMENTE CARGADO.

Encerramos el hilo en un cilindro también indefinido. Solo existe flujo a través de la superficie cilíndrica y no existe a través de las “tapas”.



El campo calculado viene dado por: $E = \frac{Q}{2\pi r L \epsilon_0}$, pero como el hilo es indefinido, podemos utilizar la **densidad lineal de carga**: $\lambda = Q/L$ y obtenemos: $E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$

3.5.- POTENCIAL ELÉCTRICO.

Sea una carga Q que crea un campo eléctrico a su alrededor.

Se define **potencial eléctrico** en un punto de dicho campo como la energía potencial por unidad positiva de carga colocada en dicho punto.

$$V = E_p / q = K \cdot Q / r$$

La unidad del potencial es el julio/culombio definido como voltio (V).

A partir de esta definición podemos deducir el electronvoltio, una unidad muy utilizada en Física para la energía. Si despejamos $E_p = q \cdot V$ y si utilizamos la carga del electrón:

$$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}$$

RELACIÓN TRABAJO – POTENCIAL.

La diferencia de potencial entre dos puntos del campo es el trabajo que realizan las fuerzas eléctricas (campo) para desplazar la unidad de carga positiva entre estos dos puntos.

$$W_{A \rightarrow B} = q \cdot (V_A - V_B)$$

Si el trabajo es positivo será un proceso espontáneo y será no espontáneo si el trabajo es negativo.

Si consideramos el punto B como el infinito, podremos calcular el trabajo que se realiza al acercar una carga desde el cero de potencial hasta un punto del campo.

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES.

Las superficies equipotenciales son aquellas en las que el potencial tiene el mismo valor en todos sus puntos.

Para una carga puntual, son esferas concéntricas alrededor de dicha carga, y el valor del potencial en cada una de ellas va disminuyendo hasta anularse en la superficie de radio infinito.

El trabajo realizado al desplazar una carga entre dos puntos de una superficie equipotencial es cero.

Las líneas de campo son siempre perpendiculares a las superficies equipotenciales.

RELACIÓN CAMPO – POTENCIAL.

Calculamos el trabajo que realizan las fuerzas del campo eléctrico:

$$W = q (V_a - V_b) = -q \cdot \Delta V$$

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = q \cdot \vec{E} \cdot \Delta \vec{r} \cdot \cos \alpha$$

Igualando ambas expresiones: $E \cdot \cos \alpha = - \Delta V / \Delta r$

De esta expresión se deduce que el campo puede medirse en unidades de Voltio/metro.

3.6.- COMPORTAMIENTO DE LA MATERIA BAJO LA ACCIÓN DE UN CAMPO ELÉCTRICO.

Si situamos un cuerpo material en el seno de un campo eléctrico, este cuerpo sufrirá una reorganización de las cargas en su interior.

Si el material es conductor, las cargas se desplazarán dejando dos zonas de carga iguales pero de signo contrario en la superficie de dicho conductor. La carga neta dentro del material seguirá siendo nula, y el campo en el interior será nulo.

Si el material es aislante, las cargas no pueden desplazarse pero si pueden orientarse, de ahí que existan materiales no polares, (las cargas de sus moléculas se orientan en la dirección del campo) o polares (sus moléculas ya tienen las cargas separadas, son dipolos permanentes, y se orientan según el campo).

3.7.- ANALOGÍAS Y DIFERENCIAS ENTRE CAMPO ELÉCTRICO Y CAMPO GRAVITATORIO.

ANALOGÍAS

Son campos vectoriales conservativos y centrales, por lo que llevan asociada una función potencial.

Son proporcionales a las masa o cargas que los crean e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia.

DIFERENCIAS

CAMPO GRAVITATORIO	CAMPO ELÉCTRICO
Si la masa que lo crea es puntual, las líneas de campo van dirigidas radialmente hacia ella.	Si la carga que lo crea es puntual, las líneas de campo son radiales y dirigidas hacia ella o saliendo de ella, dependiendo de su signo.
Se transmite independientemente del medio	Se transmite dependiendo del medio (K)
No produce inducción en el medio.	Induce el medio donde se transmite.
Es un campo de baja intensidad (G).	Es un campo más intenso que el gravitatorio (K)
La energía potencial y el potencial son siempre negativos.	El signo de la energía potencial y del potencial dependen del signo de la carga.
No existen dipolos	Existen dipolos eléctricos.

PROBLEMAS DE INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

PROBLEMAS DE CAMPO ELÉCTRICO

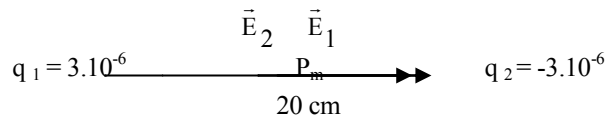
PROBLEMAS RESUELTOS

1º Se tienen dos cargas eléctricas puntuales de $3 \mu\text{C}$ cada una, una positiva y la otra negativa, colocadas a una distancia de 20 cm. Calcular la intensidad de campo eléctrico y el potencial eléctrico en los siguientes puntos:

- a) En el punto medio del segmento que las une.
- b) En un punto equidistante 20 cm de ambas cargas.

Datos: medio vacío ; Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

a)



$$\vec{E}_{1x} = \frac{Kq_1 \vec{i}}{(10/2)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \vec{i}}{(10^{-2})^2} = 27 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

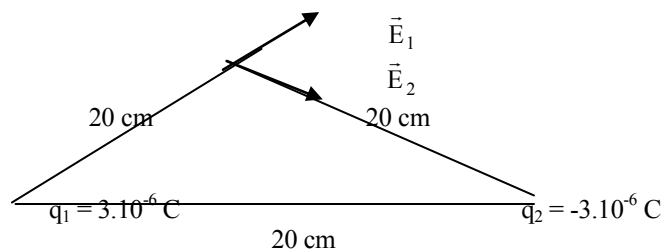
$$\vec{E}_{2x} = \frac{Kq_2 \vec{i}}{(10/2)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \vec{i}}{(10^{-2})^2} = 27 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_T = 54 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

$$V = \frac{Kq_1}{10^{-2}} - \frac{Kq_2}{10^{-2}} = 0$$

$$V = 0$$

b)



$$\begin{aligned}\vec{E}_{1x} &= \frac{Kq_1 \cos 60^\circ \vec{i}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \vec{i}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 337500 \vec{i} \text{ N/C} \\ \vec{E}_{1y} &= \frac{Kq_1 \sin 60^\circ \vec{j}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 0,87 \vec{j}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 584566,5 \vec{j} \text{ N/C} \\ \vec{E}_{2x} &= \frac{Kq_1 \cos 60^\circ \vec{i}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \vec{i}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 337500 \vec{i} \text{ N/C} \\ \vec{E}_{2y} &= -\frac{Kq_1 \sin 60^\circ \vec{j}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 0,87 \vec{j}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = -584566,5 \vec{j} \text{ N/C} \\ \vec{E}_{Tx} &= 675000 \vec{i} \text{ N/C} \\ \vec{E}_{Ty} &= 0 \\ \vec{E}_T &= 675000 \vec{i} \text{ N/C}\end{aligned}$$

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,2} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,2} = 0$$

$$\mathbf{V} = 0$$

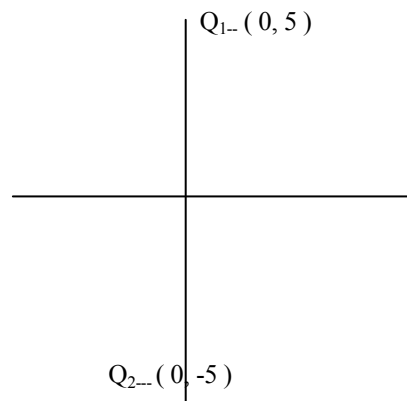
2º Dos cargas puntuales e iguales de valor $2 \mu\text{C}$ cada una, se encuentran situadas en el plano XY en los puntos $(0,5)$ y $(0,-5)$, respectivamente, estando las distancias expresadas en metros.

- a) ¿En qué punto del plano el campo eléctrico es nulo?
b) ¿Cuál es el trabajo necesario para llevar una carga unidad desde el punto $(1,0)$ al punto $(-1,0)$?

a)

$$\begin{aligned}\vec{E}_T &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ Q_1 &= Q_2 = Q \\ \frac{KQ}{x^2} &= \frac{KQ}{(10-x)^2} \\ (10-x)^2 &= x^2\end{aligned}$$

$$10-x = x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \vec{E}_T = 0$$



b)

$$\begin{aligned}V_{(1,0)} &= \frac{KQ}{d_1} + \frac{KQ}{d_2} \\ V_{(-1,0)} &= \frac{KQ}{d_3} + \frac{KQ}{d_4}\end{aligned}$$

$$d_1 = d_2 = d_3 = d_4 \Rightarrow V_{(1,0)} = V_{(-1,0)} \Rightarrow$$

$$W = q(V_{(1,0)} - V_{(-1,0)}) = 0$$

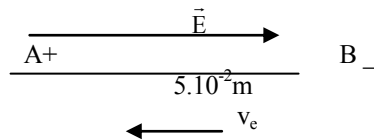
$$\mathbf{W} = 0$$

3°

- a) ¿Qué diferencia de potencial debe existir entre dos puntos de un campo eléctrico uniforme para que un electrón que se mueva entre ellos, partiendo del reposo, adquiera una velocidad de 10^6 ms^{-1} ? ¿Cuál será el valor del campo eléctrico, si la distancia entre estos dos puntos es 5 cm?
- b) ¿Qué energía cinética posee el electrón después de recorrer 3 cm, desde el reposo?

Datos: Masa del electrón $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$; Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

a)



$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$(-10^6 \vec{i})^2 = 2a(0 - 5 \cdot 10^{-2}) \vec{i} \Rightarrow \vec{a} = -10^{13} \vec{i} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{F} = m_e \vec{a} = 9,1 \cdot 10^{-31} (-10^{13}) \vec{i} = -9,1 \cdot 10^{-18} \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_e} = \frac{-9,1 \cdot 10^{-18} \vec{i}}{-1,6 \cdot 10^{-19}} = 56,94 \vec{i} \text{ N/C}$$

$$\vec{E} = 6,94 \vec{i} \text{ N/C}$$

$$V_A - V_B = Ed = 56,94 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 2,85 \text{ V}$$

$$V_A - V_B = 2,85 \text{ V}$$

b)

$$v^2 = 2a(x - x_0)$$

$$v^2 = 2 \cdot (-10^{13} \vec{i}) (2 - 0) \vec{i} 10^{-2} = 6 \cdot 10^{11} \text{ m}^2 / \text{s}^2 \Rightarrow E_c = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6 \cdot 10^{11}}{2} = 2,73 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_c = 2,73 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Deducir la ecuación de dimensiones y las unidades en el SI de la constante de Permitividad eléctrica en el vacío

SOLUCIÓN : $\text{N}^{-1} \text{m}^2 \text{C}^2$

2º Dos cargas eléctricas puntuales de valor $2 \mu\text{C}$ y $-2 \mu\text{C}$, se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (0,3) y (0,-3) respectivamente, estando las distancias expresadas en m.

a) ¿Cuáles son los valores de la intensidad del campo en el punto (0,6) y en el punto (4,0)?

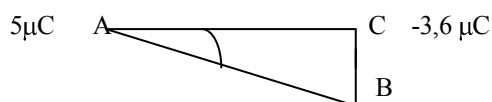
b) ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo sobre un protón cuando se desplaza desde el punto (0,6) hasta el punto (4,0)?

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Permitividad del vacío $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{m}^2 \text{C}^2$

SOLUCIÓN : a) $(0,6) \rightarrow 77,77 \vec{j}$; $(4,0) \rightarrow 54 \vec{j}$
b) $6,4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

3º Determinar el valor del campo eléctrico en el punto B del esquema de la siguiente figura. Sabiendo que el ángulo ABC es 30° y que el lado BC mide 3 m



Datos : $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$

SOLUCIÓN : $\vec{E} = 1,075 \cdot 10^3 \vec{i} + 2,975 \cdot 10^3 \vec{j}$

4º Una carga eléctrica de $5 \mu\text{C}$ se encuentra fija en el origen de un sistema de coordenadas. Otra carga de $1 \mu\text{C}$ se acerca desde una distancia de 100 cm a otra situada a 10 cm de la primera carga. Calcula:

a) El trabajo necesario para realizar este desplazamiento.

b) La fuerza necesaria para mantener la segunda carga en la posición final.

Datos : $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$

SOLUCIÓN : a) $W = -0,405 \text{ J}$ b) $F = 4,5 \text{ N}$

5º En los vértices de un cuadrado de lado 1m se colocan cargas idénticas de valores $q_1 = 1$; $q_2 = 2$, $q_3 = 3$ y $q_4 = 4$ microculombios. Halla el valor del campo eléctrico y del potencial en el centro del cuadrado.

Datos : $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$

SOLUCIÓN : $\vec{E} = -36 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$ $V = 9 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^4 \text{ V}$

6º Calcula la intensidad del campo eléctrico creado en un vértice de un cuadrado de 3 m de lado si en los vértices restantes se sitúan cargas positivas iguales de $3 \mu\text{C}$

Datos : $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$

SOLUCIÓN : $\vec{E} = 1,05 \cdot 10^3 \vec{i} - 1,05 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$

7º Dos partículas cargadas con $+2q$ y $-q$ culombios, respectivamente, están separadas una distancia "d". Determina un punto del espacio en el campo eléctrico sea nulo. Justifica la respuesta.

Datos : $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$

SOLUCIÓN : $x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} d$

8º Tenemos una carga de 10^{-3} C en el origen y otra de $3 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ en el punto $2\vec{i} \text{ m}$ (Dato: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ en unidades del S.I.)

Determine:

- El potencial eléctrico en el punto medio entre las cargas
- El campo eléctrico en dicho punto.
- La energía potencial eléctrica del conjunto de las dos cargas

SOLUCIÓN a) $3,6 \cdot 10^7 \text{ N m C}^{-1}$ b) $-1,8 \cdot 10^7 \vec{i} \text{ N. C}^{-1}$ c) $1,35 \cdot 10^4 \text{ J}$

9º Tenemos una carga de $4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ en el punto $3\vec{i} - \vec{j} \text{ m}$. (Dato: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ en unidades del S.I.)

Determine:

- El potencial eléctrico en el punto medio entre las cargas.
- El campo eléctrico en dicho punto.

SOLUCIÓN a) 0
b) $6,92 \cdot 10^6 \vec{i} - 9,22 \cdot 10^6 \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$

10º Supón que junto a la superficie de la Tierra existe, además de su campo gravitatorio $g = 10 \text{ N / Kg}$, un campo eléctrico uniforme dirigido en vertical y hacia arriba $E = 10^4 \text{ N / C}$. En esta región soltamos una partícula de masa $m = 0,01 \text{ Kg}$, con velocidad nula.

- Cuál debe ser su carga para que permanezca en reposo?.
- Si la carga de la partícula es el doble de la que acabas de calcular, realizará un movimiento ascendente. ¿Por qué?. Calcula su velocidad cuando haya ascendido 2 m respecto al punto inicial

SOLUCIÓN a) 10^{-5} C
b) Porque $F_e > P$ $6,32 \text{ m.s}^{-2}$

11º Dos partículas con cargas $q_1 = 1 \mu\text{C}$ y $q_2 = 2 \mu\text{C}$ están separadas una distancia $d = 0,5 \text{ m}$.

- Calcula la fuerza que actúa sobre la segunda y su energía potencial electrostática.
- Si q_2 puede moverse, partiendo del reposo, ¿hacia dónde lo hará?. Calcula su energía cinética cuando se haya desplazado 0,2 m respecto a su posición inicial. ¿Cuánto trabajo habrá realizado hasta entonces el campo eléctrico?. Expresa el resultado en eV.

Datos : Constante de Coulomb: $K = 1 / 4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.
Carga del electrón = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

SOLUCIÓN a) $0,072 \text{ N}$ $E_p = 0,036 \text{ J}$
b) Hacia potenciales decrecientes $E_c = W = 0,010 \text{ J} = 6,25 \cdot 10^{16} \text{ eV}$

12º

a) Una carga puntual $q = \left(\frac{1}{9}\right) \cdot 10^{-8} \text{ C}$ está en el origen de coordenadas. Dibujar las superficies equipotenciales

intervalos de 25 V desde 50 V hasta 100 V. ¿Están igualmente espaciadas?

b) Explica por qué las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales se cortan perpendicularmente y por qué las superficies equipotenciales no se pueden cortar.

Datos $k = 9 \cdot 10^9$ (S.I.)

SOLUCIÓN a) No

b) porque el trabajo al mover una carga sobre una superficie equipotencial es cero y eso implica que E y $d\vec{r}$ sean perpendiculares. Dos superficies equipotenciales no se pueden cortar porque si lo hicieran en un mismo punto existirían dos campos eléctricos y eso no es posible

13°

- a) Si en cierta región del espacio el potencial es constante. ¿ Qué puedes decir sobre el campo eléctrico en esa región del espacio ? ¿ Cómo se llama esa región del espacio ?.
- b) Si se libera un protón desde el reposo en un campo eléctrico uniforme ¿ Aumenta o disminuye su potencial eléctrico ? ¿ Qué puedes decir acerca de su energía potencial ? ¿ y del trabajo ?

SOLUCIÓN: a) El campo es cero . Se llama superficie equipotencial
b) Su potencial eléctrico disminuye. Su energía potencial también disminuye. El trabajo es un trabajo positivo, espontáneo, a favor del campo

14° Se tienen dos cargas eléctricas iguales y de signo opuesto, de valor absoluto $1 \times 10^{-9} \text{C}$, situadas en el plano XY, en los puntos (-1,0) la carga positiva y (1,0) la carga negativa. Sabiendo que las cargas están dadas en metros. Se pide:

- a) El potencial y el campo eléctrico en los puntos A(0,1) y B(0,-1).
b) El trabajo necesario para llevar un electrón desde A hasta B, interpretando el resultado.

Datos : valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$;

Permitividad del vacío $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{N}^{-1} \text{m}^{-2} \text{C}^2$

SOLUCIÓN

$$a) \vec{E}_{(0,1)} = -5,5 \sqrt{2} \hat{i} \frac{\text{N}}{\text{C}}; V_{(0,1)} = 0$$

$$\vec{E}_{(0,-)} = -5,5 \sqrt{2} \hat{i} \frac{\text{N}}{\text{C}}; V_{(0,-)} = 0$$

$$b) W = 0$$

Porque los dos puntos constituyen una superficie equipotencial y el trabajo por tanto es cero

15° Dos cargas iguales de 2nC se hallan en los puntos O (0,0) y A (4,0).

- a) Halla la intensidad del campo en el punto P (0,3)
b) ¿ Qué fuerza experimentará un electrón situado en dicho punto ? $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$.
c) Calcula el potencial en el punto P (0,3) y en el punto R (0,4).
d) El trabajo realizado para llevar el electrón de P a R. Interpreta la respuesta.

SOLUCIÓN

$$a) \vec{E}_{(0,3)} = -5,76 \hat{i} + 4,32 \hat{j} \text{N/C}$$

$$b) \vec{F}_{(0,3)} = 2,10 \cdot 10^{-10} \hat{i} - 8,91 \cdot 10^{-9} \hat{j} \text{N}$$

$$c) V_{(0,3)} = 6 \text{V}; V_{(0,4)} = 6,8 \text{V}$$

$$d) W_P^R = -0,7 \cdot 10^{-9} \text{J}$$

16° Un punto de un campo eléctrico uniforme tiene un potencial de 20 V. Al trasladar una carga eléctrica de 0,4 C desde este punto a otro situado a 20 cm hacia su derecha, la fuerza electrostática realiza un trabajo de -200J. Calcula el potencial en el segundo punto y la componente del campo en esa dirección. La energía potencial de la carga aumenta o disminuye? ¿Por qué?

$$\text{SOLUCIÓN } V_b = 520 \text{ V} \quad -2500 \text{ V/m}$$

17° En una región del espacio hay un campo uniforme de 500N/C dirigido hacia la derecha. Calcula el trabajo que realiza el campo eléctrico al mover una carga puntual de 2 C desde el punto A hasta el punto B situado a 3 m a izquierda de A. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos ?

$$\text{SOLUCIÓN : } W_{A-B} = -3000 \text{J} \quad V_B - V_A = 1500 \text{V}$$

18° En una experiencia similar a la de Rutherford, un protón, se dirige directamente contra un núcleo de la lámina de oro con una velocidad de $v = 10^6 \text{m/s}$. ¿ A qué distancia del núcleo se volverá ?.

(El número atómico del oro es $Z = 79$; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{Kg}$; $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

$$\text{SOLUCIÓN : } r = 2,1 \cdot 10^{-11} \text{m.}$$

19° Un protón parte del reposo se acelera en una máquina (ciclotrón) hasta alcanzar la velocidad de $2,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, en un tiempo de $0,01 \text{ s}$. Determina la potencia media desarrollada por el acelerador en el proceso.
(Masa del protón: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$.)

SOLUCIÓN $P = 5,22 \cdot 10^{-11} \text{ W}$.

20° Consideremos las superficies equipotenciales producidas por una carga puntual de valor $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ colocada en el origen de coordenadas.

- Haz un esquema de las superficies equipotenciales.
- Calcula la separación entre la superficie equipotencial de 6000 V y la de 2000 V .
- Calcula el trabajo que tiene que realizar un agente externo para mover una carga de prueba $q_0 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ desde la superficie equipotencial de 6000 V hasta la de 2000 V sin variar su energía cinética.

Datos: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

SOLUCIÓN : b) 6 m ; c) 6 J

21° Tenemos un campo eléctrico uniforme, dirigido verticalmente hacia abajo, cuya intensidad es de $10^{-11} \text{ N C}^{-1}$. Se sitúa un electrón a 10 m de altura sobre el suelo, sometido a la acción del campo eléctrico y del campo gravitatorio,

- ¿ en que sentido y con qué aceleración se moverá ?.
- ¿ qué tiempo tardará en llegar al suelo ? . ¿ o no caerá ?.

Datos: masa del electrón $m_e = 0,109 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$; Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Gravedad terrestre $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$

SOLUCIÓN a) $\vec{a} = -0,04 \vec{j}$
b) $t = 0,58 \text{ s}$

22° Cada uno de los electrones que componen un haz tiene una energía cinética de $1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$.

- Calcula su velocidad.
- ¿Cuál será la dirección, sentido y módulo de un campo eléctrico que haga que los electrones se detengan a una distancia de 10 cm desde su entrada en la región ocupada por el campo?.

Datos: carga del electrón : $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$.

SOLUCIÓN $v = 5,9 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
 $E = 10^3 \text{ N/C}$

23° Un núcleo atómico tiene una carga de $+50e^-$. Calcula el potencial que crea en un punto situado a 10^{-12} m de dicho núcleo y la energía potencial de un protón situado en dicho punto. Si se dejase en libertad el protón, ¿ qué crees que sucedería ? . $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

SOLUCIÓN : $V = 72000 \text{ V}$; $E_p = 1,16 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

24° Una pequeña carga de $0,1 \text{ g}$ de masa y 10^{-7} C de carga se encuentra sujeta al extremo de un hilo de 10 cm de longitud. El otro extremo del hilo está sujeto a un punto de una placa metálica también cargada eléctricamente y que genera un campo eléctrico uniforme de 10^4 N/C . ¿ Qué ángulo forma el hilo con la vertical ?.

SOLUCIÓN $45,58^\circ$

25° Dos pequeñas bolas, de 100 g de masa cada una de ellas, están sujetas por hilos de 15 cm de longitud, suspendidas de un punto común. Si ambas bolitas tienen la misma carga eléctrica y los hilos forman un ángulo de 10° , calcula el valor de la carga eléctrica. ¿ Puedes determinar el tipo de carga?

SOLUCIÓN $q = 8,1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

26° Dos pequeñas esferas iguales, de 5 N de peso cada una, cuelgan de un mismo punto fijo mediante dos hilos idénticos, de 10 cm de longitud y de masa despreciable. Si se suministra a cada una de estas esferas una carga eléctrica positiva de igual cuantía se separan de manera que los hilos forman entre sí un ángulo de 60° en la posición de equilibrio. Calcular:

- El valor de la fuerza electrostática ejercida entre las cargas de las esferas en la posición de equilibrio.
- El valor de la carga de las esferas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

SOLUCIÓN :a) $2,886 \text{ N}$;
b) $1,79 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

27° Dos partículas de 10 g de masa y una carga Q cada una se suspenden de un punto común mediante dos hilos iguales de 50 cm de longitud cada uno. Se alcanza el equilibrio para un ángulo de 10° de cada hilo con la vertical.

a) Determinar el valor de Q.

b) Calcula la tensión de la cuerda.

SOLUCIÓN : a) $Q = 2,41 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

b) $T = 0,0995 \text{ N}$.

28° Una pequeña esfera de 0,2 g cuelga de un hilo de masa despreciable entre dos láminas verticales separadas 5 cm. La esfera tiene una carga positiva de $6 \cdot 10^{-9} \text{ C}$.

a) ¿Qué diferencia de potencial entre las láminas hará que el hilo forme un ángulo de 45° con la vertical?

b) ¿Cuál será la intensidad del campo eléctrico entre las láminas?

c) Representa gráficamente las fuerzas que actúan sobre la carga en la posición de equilibrio

SOLUCIÓN a) 16333 V

b) $3,27 \cdot 10^5 \text{ Vm}^{-1}$

29° Si entre las dos placas de un condensador plano separadas 3 cm entre sí, existe un campo uniforme de $7 \cdot 10^{-4} \text{ N C}^{-1}$:

a) ¿Qué fuerza se ejercerá sobre un electrón situado en su interior ?

b) ¿Qué aceleración adquiere el electrón ? Si el electrón se desplaza, partiendo del reposo, de la placa negativa a la positiva.

c) ¿Qué velocidad y qué energía cinética posee al llegar a la placa positiva ?

Datos : masa del electrón

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

SOLUCIÓN a) $-1,12 \cdot 10^{-22} \vec{i}$

b) $-1,23 \cdot 10^8 \vec{i} \text{ m/s}^2$;

c) $-2717,4 \vec{i} \text{ m/s}$ $E_c = 3,36 \cdot 10^{-24} \text{ J}$

30° Entre dos placas planas y paralelas separadas 5 cm se establece una diferencia de potencial de 1500 V . Un protón libera se libera de la placa positiva en el mismo instante en que un electrón se libera de la placa negativa. Determina:

a) A qué distancia de la placa positiva se cruzan.

b) La velocidad y la energía cinética con la que llegan cada uno de ellos a la respectiva placa opuesta.

Datos: Carga elemental: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Masa del electrón : $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$.

Masa del protón : $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$.

SOLUCIÓN a) $x = 2,72 \cdot 10^5 \text{ m}$

b) $v_p = 5,35 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ $E_{cp} = 239,9 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; $v_e = 2,29 \cdot 10^7 \text{ m/s}$; $E_{ce} = 239,9 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

31° En el espacio comprendido entre dos láminas planas y paralelas con cargas iguales y opuestas, existe un campo eléctrico uniforme. Un electrón abandonado en reposo sobre la lámina cargada negativamente llega a la superficie de la lámina opuesta, situada a 2 cm de distancia de la primera , al cabo de $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$. Despreciando los efectos gravitatorios , calcular:

a) La intensidad del campo eléctrico en las láminas.

b) La velocidad con que llega el electrón a la segunda lámina.

c) La diferencia de potencial entre las láminas

Datos: $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

SOLUCIÓN

a) $-1011 \vec{i} \text{ Vm}$ de la placa positiva a la negativa contrario al movimiento del electrón

b) $2,67 \cdot 10^6 \vec{i} \text{ m/s}$

c) $20,22 \text{ V}$

32° Dos cargas puntuales iguales de valor "+q" cada una, están situadas a una distancia "a" ¿ Qué trabajo será preciso realizar para que la distancia se reduzca a la mitad ?. ¿ En que % varía la energía mecánica del sistema ? ¿ Es igual que el proceso se haga acercando una a otra o acercando las dos simultáneamente ?.

SOLUCIÓN $W = - \frac{kq^2}{a}$ no espontáneo

La energía mecánica del sistema no varía porque el campo eléctrico es conservativo. Si porque no depende del camino seguido ,sólo de la posición inicial y final

33°

- a) ¿ Cómo varía la fuerza que ejercen entre sí dos partículas de masa "m" y carga "+q", separadas una distancia "d " cuando se duplican simultáneamente su masa, su carga y la distancia de separación ?.
- b) Si la carga que posee cada partícula es de 1 C ¿Cuál ha de ser su masa para que la fuerza entre ellas sea nula?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{Kg}^{-2}$
 $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$.

SOLUCIÓN a) No varía
 b) $1,16 \cdot 10^{10} \text{ Kg}$

34° Elabora un cuadro dónde aparezcan las analogías y diferencias entre el campo gravitatorio y el campo eléctrico

TEMA 4.- CAMPO MAGNÉTICO.

4.1.- INTRODUCCIÓN.

4.2.- LAS EXPERIENCIAS DE OERSTED Y AMPÈRE.

4.3.- EL CAMPO MAGNÉTICO.

4.4.- FUERZAS MAGNÉTICAS. ACCIÓN DE UN CAMPO SOBRE UNA CARGA PUNTUAL. ACCIÓN DE UN CAMPO SOBRE UN CONDUCTOR DE CORRIENTE. INTERACCIÓN DEL CAMPO SOBRE UN CIRCUITO. INTERACCIÓN ENTRE CORRIENTES RECTILÍNEAS PARALELAS. DEFINICIÓN DE AMPERIO.

4.5.- LEY DE AMPÈRE.

4.6.- APLICACIONES DEL CAMPO MAGNÉTICO.

4.7.- PROPIEDADES MAGNÉTICAS DE LA MATERIA.

4.8.- EL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE.

4.9.- DIFERENCIAS ENTRE EL CAMPO ELÉCTRICO Y EL CAMPO MAGNÉTICO.

4.1.- INTRODUCCIÓN.

Las propiedades “magnéticas” de algunos minerales eran conocidas en la antigua Grecia y en China. Se conocían así mismo las utilidades de los imanes en la navegación, pero fue Gilbert en el siglo XVI quien estudió los fenómenos asociados a los imanes y a la Tierra.

Los imanes son fuentes de campo magnético, presentan dos polos, norte y sur, que nunca se encuentran separados. El campo magnético creado lo podemos poner de manifiesto acercando otro imán. Se admite por convenio que en un imán las líneas de campo salen del polo norte y entran por el polo sur.

Hasta principios del siglo XIX, estos eran los únicos fenómenos magnéticos que se conocían, pero Oersted puso de manifiesto que el magnetismo era un fenómeno asociado a las cargas eléctricas en movimiento.

En este tema vamos a estudiar los campos magnéticos asociados al movimiento de cargas.

Busca información sobre imanes y una definición de “magnetismo”. Elabora una introducción histórica para este tema. Lee la biografía de Hans Christian Oersted.

4.2.- LAS EXPERIENCIAS DE OERSTED Y AMPÈRE.

Oersted puso de manifiesto la relación entre los campos magnéticos y las corrientes eléctricas observando el comportamiento de una brújula en las proximidades de una espira por la que circula corriente.

Lee las biografías de Hans Christian Oersted y Ampère y busca información sobre las experiencias que llevaron a cabo.

Experimentalmente se observa que:

- Si acercamos o alejamos un imán a una espira se produce corriente eléctrica. Así mismo, el imán y la espira por la que circula corriente sufren fuerzas de atracción o repulsión según el sentido de la corriente o el polo que acercamos a la espira. (Experiencia de Oersted).

- Entre dos conductores paralelos, rectilíneos o circulares, por los que circulan corrientes se ejercen fuerzas atractivas o repulsivas según el sentido de las corrientes que los atraviesan. (Experiencia realizada por Ampère).

Todas estas experiencias ponen de manifiesto la relación entre cargas en movimiento y campos magnéticos.

En este tema vamos a comenzar proponiendo los campos magnéticos que crean diferentes sistemas de cargas en movimiento y después estudiaremos las fuerzas que ejercen dichos campos sobre otras cargas.

4.3.- EL CAMPO MAGNÉTICO.

Vamos a designar el campo magnético como $\vec{B}$. Este campo magnético puede ser creado por una carga en movimiento, un diferencial de corriente o una corriente eléctrica, rectilíneo o circular.

En cada caso el módulo del campo vendrá dado por una expresión y las líneas de campo que determinan la dirección y el sentido, por el producto vectorial.

CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UNA CARGA EN MOVIMIENTO.

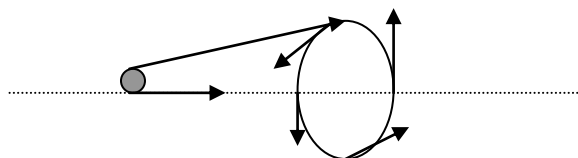
Sea una carga Q que se mueve con una velocidad $\vec{v}$. El campo magnético que crea es proporcional a la carga y a la velocidad y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el punto donde está la carga y el punto donde calculamos el campo. Además el campo creado es siempre perpendicular al vector velocidad y al vector de posición.

La constante de proporcionalidad viene dada en función de la permeabilidad magnética del medio, μ .

La expresión matemática de este campo es:

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{Q}{r^2} (\vec{v} \times \vec{r}) \text{ donde } K_m = \mu/4\pi = 10^{-7}$$

La unidad del campo magnético en el S.I. es el Tesla.



Si existen varias cargas podremos aplicar el **principio de superposición** y el campo magnético total será la suma vectorial de cada uno de los campos.

CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN ELEMENTO DE CORRIENTE. LEY DE BIOT Y SAVART.

Consideremos un elemento de corriente de longitud $d\vec{l}$ por el que circula una carga dq en un tiempo dt . La intensidad de corriente que se genera es $I = dq/dt$. La velocidad a la que circulan las cargas viene dada por $\vec{v} = \vec{l}/dt$.

El campo magnético que crea este elemento de corriente en cualquier punto viene dado por la expresión:

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} (d\vec{l} \times \vec{r})$$

que se conoce con el nombre de **Ley de Biot y Savart**.

Deduce esta expresión a partir de la del campo creado por una carga en movimiento.

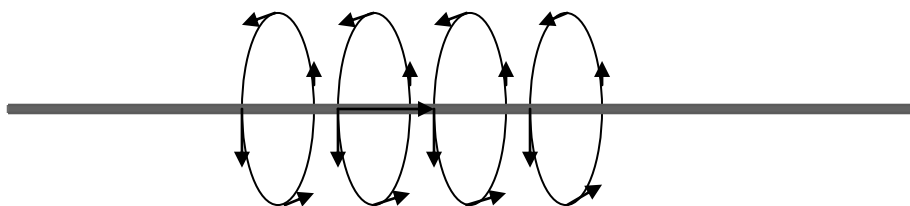
CAMPO CREADO POR UN CONDUCTOR RECTILÍNEO LARGO.

Supongamos un cable recto lo suficientemente largo, por el que circula una corriente I .

El módulo del campo magnético creado por este hilo viene dado por:

$$B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

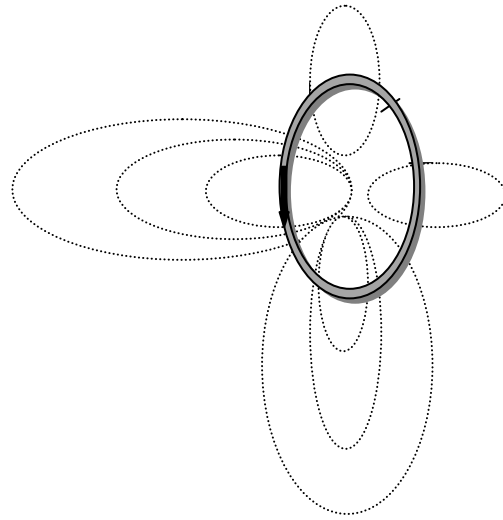
La dirección del campo magnético es circular alrededor del hilo. El sentido viene dado por la regla del sacacorchos (mano derecha).



CAMPO CREADO POR UNA ESPIRA CIRCULAR, UNA BOBINA Y UN SOLENOIDE.

Sea una espira circular por la que circula una corriente I . El módulo del campo magnético que crea en el centro viene dado por:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R} \text{ donde } R \text{ es el radio de la espira}$$



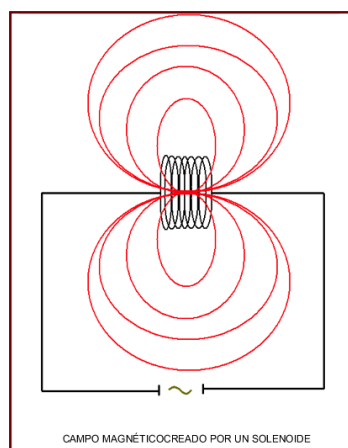
Si tenemos N espiras circulares situadas una al lado de otra, el dispositivo se llama bobina, y el módulo del campo magnético que crea viene dado por:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{2} \cdot \frac{I}{R}$$

Si la bobina de N espiras tiene una longitud L que es muy grande comparada con el radio de las espiras, tenemos un solenoide, y el módulo del campo magnético creado viene dado por:

$$B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{N}{L}$$

En todos los casos las líneas de campo envuelven las espiras y su sentido viene dado según el sentido de la corriente.



CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN SOLENOIDE

4.4.- FUERZAS MAGNÉTICAS.

Supongamos en una determinada región del espacio un campo magnético $\vec{B}$. Vamos a estudiar el efecto de este campo sobre diversas cargas eléctricas que se mueven en esta región.

Se suele representar el campo magnético uniforme en una región del espacio perpendicular al papel con puntos $\bullet$ si va dirigido hacia fuera del papel y con $\times$ o $\otimes$ si se dirige hacia dentro.

Para ello, calcularemos la fuerza que ejerce dicho campo sobre las cargas.

ACCIÓN DEL CAMPO SOBRE UNA CARGA PUNTUAL.

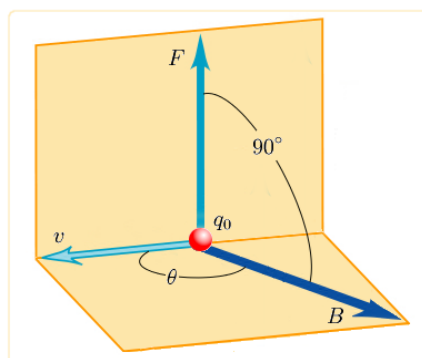
Experimentalmente se observa que:

- Si la carga está en reposo, no experimenta fuerza (necesitamos una velocidad).
- En la dirección en que la velocidad de la carga es perpendicular al campo la fuerza es máxima.
- En la dirección en que la velocidad es paralela al campo, la carga no sufre fuerza.
- El módulo de la fuerza es proporcional al campo, a la velocidad y al valor de la carga, y de los apartados anteriores se deduce que también a la dirección.
- La fuerza cambia de sentido con el signo de la carga.

La expresión matemática que resume todas estas observaciones experimentales fue propuesta por Hendrik Lorentz, de ahí que reciba el nombre de **Fuerza de Lorentz**:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

El módulo de esta expresión viene dada por $F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$



Así pues, podemos calcular el campo magnético despejando B de esta ecuación.

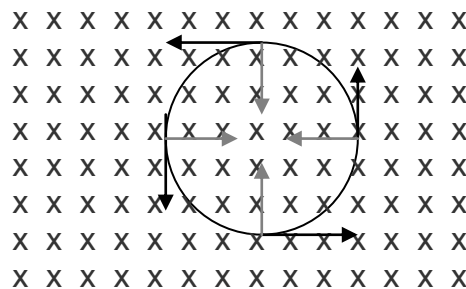
Vemos en esta ecuación que la fuerza es siempre perpendicular a la velocidad, por lo que la aceleración que produce es una aceleración normal. Podemos deducir que el movimiento es circular. Recordemos que en ese caso, la suma de todas las fuerzas en la dirección radial (en este caso la de Lorentz) es igual a la fuerza centrífuga.

$$F_{\text{magnética}} = F_{\text{centrífuga}}$$

$$q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha = mv^2/R$$

donde R es el radio de la circunferencia que describe la partícula.

- Si el vector velocidad de q y el vector campo magnético son paralelos, ($\alpha = 0^\circ, 180^\circ$), el radio es infinito, una línea recta, es decir, la partícula no sufre desviación.
- Si v y B son perpendiculares, el radio de la circunferencia que describe la carga es $R = m \cdot v / (B \cdot q)$



- Si $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ y $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, se produce un movimiento circular y de desplazamiento, dando lugar a un movimiento helicoidal.

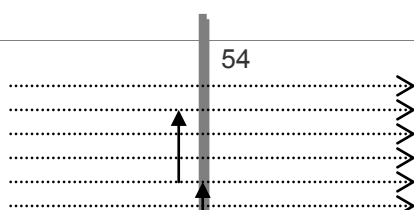
Como la fuerza magnética es perpendicular al desplazamiento, el trabajo de esta fuerza sobre la partícula es nulo.

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

INTERACCIÓN DE UN CAMPO MAGNÉTICO CON UN CONDUCTOR DE CORRIENTE

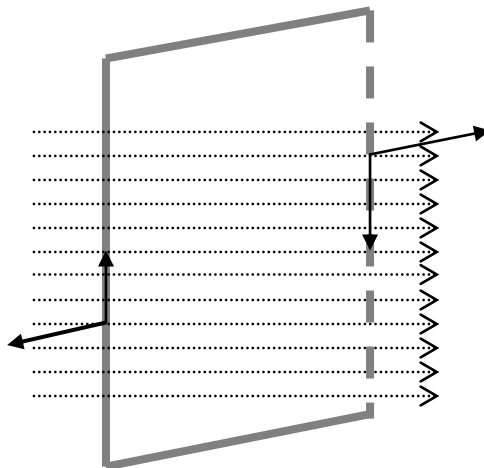
Sea un conductor por el que circula una carga q en un tiempo t por lo que la intensidad de corriente que lo atraviesa es $I = q/t$. Si el conductor de longitud l está inmerso en un campo magnético B, podemos calcular la fuerza que ejerce este campo sobre el conductor a partir de la fuerza de Lorentz.

$$\vec{F} = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B} \right) = q \cdot \left(\frac{\vec{l}}{t} \times \vec{B} \right) = I \cdot \left(\vec{l} \times \vec{B} \right)$$



ACCIÓN DE UN CAMPO MAGNÉTICO SOBRE UN CIRCUITO COMPLETO.

Podemos aplicar la ecuación anterior a los cuatro lados de un conductor cuadrado por el que circula una corriente I .



En los lados perpendiculares al campo magnético se generan fuerzas, pero estas son nulas en los lados paralelos al campo. Estas fuerza generan un par de fuerzas que hacen girar la espira.

El momento generado viene dado por: $M = F \cdot d$, donde d es la distancia entre los dos lados. Sustituyendo la fuerza por su valor: $M = I \cdot a \cdot B \cdot b \cdot \text{sen} \alpha = I \cdot B \cdot S \cdot \text{sen} \alpha$, donde S es la superficie de la espira.

Al producto $I \cdot \vec{S}$ se le denomina momento magnético de la espira, $\vec{m}$ m , por lo que $M = m \cdot B \cdot \text{sen} \alpha$.

Podemos escribir vectorialmente esta ecuación como $\vec{M} = \vec{n} \times \vec{S}$ válida para cualquier circuito plano, independientemente de su forma.

Si tenemos N espiras esta ecuación quedará multiplicada por N.

INTERACCIÓN ENTRE CORRIENTES RECTILÍNEAS PARALELAS. DEFINICIÓN DE AMPERIO.

Supongamos una corriente I_1 que genera un campo magnético en su entorno. Introducimos en ese campo otro hilo por el que circula una corriente I_2 . Este último conductor estará sometido a la fuerza debido al campo del primero.

El campo inducido por I_1 viene dado por: $B_1 = \frac{\mu \cdot I_1}{2\pi \cdot d}$

La fuerza que ejerce el primer conductor sobre el segundo vendrá dada por:
 $\vec{F}_{2,1} = I_2 \vec{L} \times \vec{B}_1$

Cuyo módulo es: $F_{2,1} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{L}{d}$

Las fuerzas $\vec{F}_{2,1}$ y $\vec{F}_{1,2}$, son iguales en módulo y dirección, pero de sentido contrario.

Esta fuerza es la base de la definición de Amperio, que es la unidad en el S.I. de intensidad de corriente eléctrica:

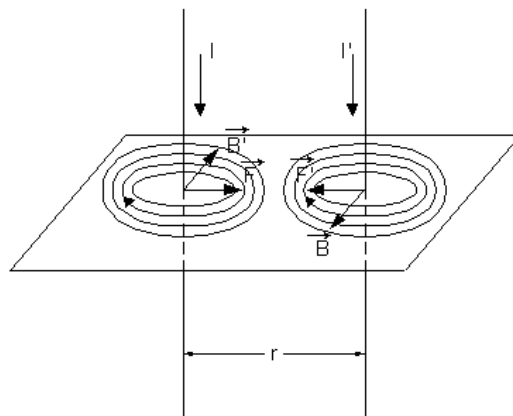
Un **amperio** es la intensidad de corriente constante que mantenida en dos conductores rectilíneos paralelos de longitud infinita colocados en el vacío a una distancia de 1m, produce entre ellos una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de longitud.

4.5.- LEY DE AMPÈRE.

Que un campo sea conservativo significa que el trabajo que realiza dicho campo a través de una línea cerrada es nulo. Por ejemplo, el trabajo que realiza el campo eléctrico alrededor de un hilo es nulo: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

Si calculamos esta misma expresión para el campo magnético: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot I$ es diferente de cero, por lo que se deduce que el campo magnético no es conservativo.

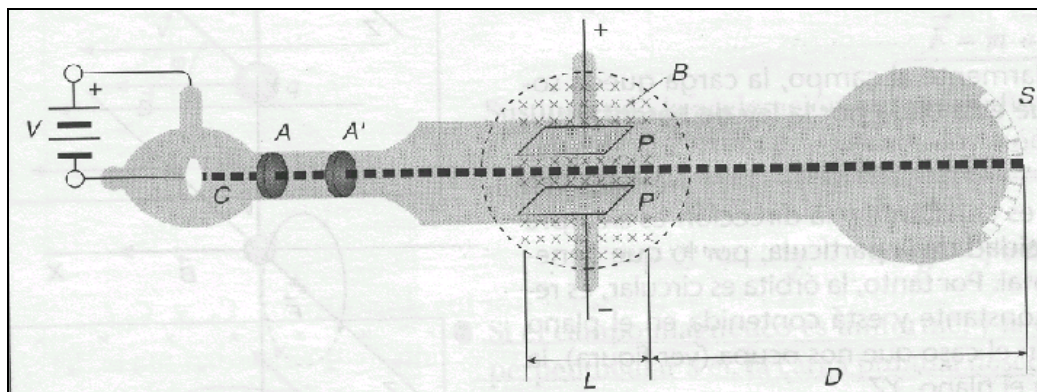
Este resultado es la **Ley de Ampère**, y es equivalente al teorema de Gauss para el campo eléctrico, es decir, nos sirve para calcular el campo magnético si conocemos la corriente que circula por la espira.



4.6.- APLICACIONES DEL CAMPO MAGNÉTICO.

EL TUBO DE RAYOS CATÓDICOS. CÁLCULO DE LA RELACIÓN ENTRE LA CARGA Y LA MASA DEL ELECTRÓN.

La determinación de la relación carga – masa del electrón fue determinada por Thomson, con un dispositivo llamado “tubo de rayos catódicos”.



En la parte central del tubo existen un campo eléctrico, creado por dos placas, y un campo magnético, perpendicular al eléctrico y al vector velocidad de los electrones.

El campo eléctrico y el magnético se ajustan de forma que los electrones pasan a través del tubo sin desviarse de su trayectoria. En este caso, la fuerza que ejerce el campo eléctrico y la que ejerce el campo magnético están compensadas:

$$\vec{F}_{\text{magnética}} + \vec{F}_{\text{eléctrica}} = 0$$

de donde $\mathbf{e} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}$, y llamamos e a la carga del electrón. Despejando $\mathbf{v} = \mathbf{E}/\mathbf{B}$

Calculamos la velocidad que llevan los electrones, sabiendo que la adquieren en el campo eléctrico provocado entre las placas A y A'. El trabajo desarrollado por este campo será igual al incremento de energía potencial con signo negativo y como sabemos que es un campo conservativo, la energía mecánica se conserva, con lo que podremos igualar al incremento de energía cinética:

$$W_E = -\Delta E_p = \mathbf{e} \cdot \Delta V_1 = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

donde consideramos la velocidad inicial igual a cero.

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot \Delta V_1} = \frac{E^2}{2 \cdot \Delta V_1 \cdot B^2} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

Millikan midió quince años después la carga del electrón.

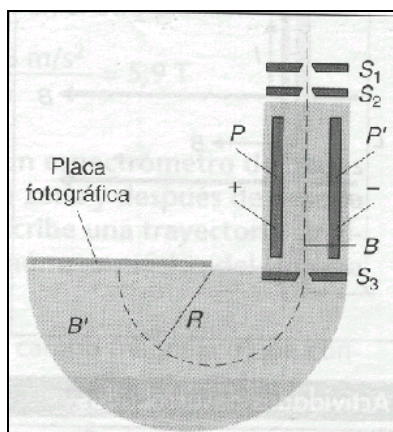
ESPECTRÓMETRO DE MASAS.

Es un dispositivo que permite calcular la relación carga – masa de iones positivos. Fue Thomson quien halló esta relación para el hidrógeno; aunque un resultado colateral muy importante, fue el descubrimiento de varios valores de la relación para un mismo elemento, lo que llevó a la conclusión de que existían átomos del mismo elemento con distintas masas: los isótopos.

El espectrómetro de masas fue diseñado por Aston y perfeccionado por Bainbridge.

Los iones pasan a través de un campo eléctrico y magnético, que focalizan el haz, que pasa a un campo magnético que curva su trayectoria. El primer paso es un filtro de velocidades, de forma que :

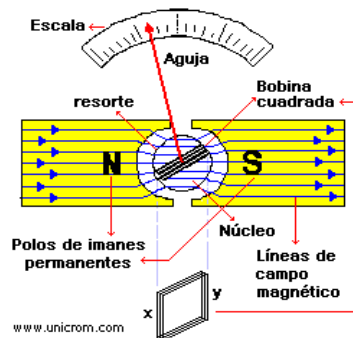
$$q \cdot \Delta V_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \text{de donde} \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta V_1}{m}}$$



La relación q/m determina los iones que pasan por la ranura S_3 que se someten al campo magnético $\vec{B}'$ que curva la trayectoria. El radio de curvatura se mide en la placa fotográfica, con lo que queda determinada la relación carga-masa: $R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B'}$

GALVANÓMETRO.

Busca información sobre este dispositivo.



MOTOR DE CORRIENTE CONTÍNUA.

Busca información sobre este dispositivo.

BOMBA ELECTROMAGNÉTICA.

Busca información sobre este dispositivo.

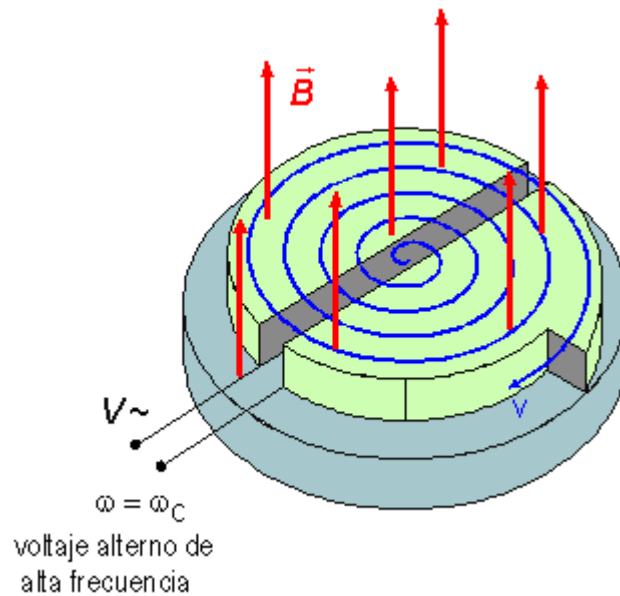
CICLOTRÓN.

Entre las múltiples aplicaciones del campo magnético en física de partículas, el ciclotrón constituye uno de los más utilizados aceleradores de partículas. Permite obtener partículas cargadas a altas velocidades.

El ciclotrón consiste en dos cajas semicilíndricas situadas entre los polos de un electroimán que proporciona un campo magnético, como indica la figura. Entre las dos placas se induce una diferencia de potencial variable con el tiempo, que acelera las partículas entre las cajas, de forma que cada vez que entran en una de las cajas lo hacen a mayor velocidad.

El radio de la curva que describen las partículas vendrá dado por:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$



Si llamamos R al radio máximo de la semicircunferencia del aparato, la velocidad máxima a la que podemos obtener las partículas a la salida será:

$$v_{\text{máxima}} = r \cdot B \cdot \frac{q}{m}$$

4.7.- PROPIEDADES MAGNÉTICAS DE LA MATERIA.

Hemos visto que la propagación del campo eléctrico y magnético dependen del medio material. En el caso del campo eléctrico la presencia del medio implica siempre una disminución de la intensidad, pero esto no es así en el campo magnético.

Podemos clasificar las sustancias, según el efecto que produce un campo magnético en ellas, en tres clases:

DIAMAGNÉTICAS. (Oro, plata, plomo, cobre, agua). Son sustancias con $\mu < \mu_0$. La intensidad del campo en su interior es menor que la del vacío.

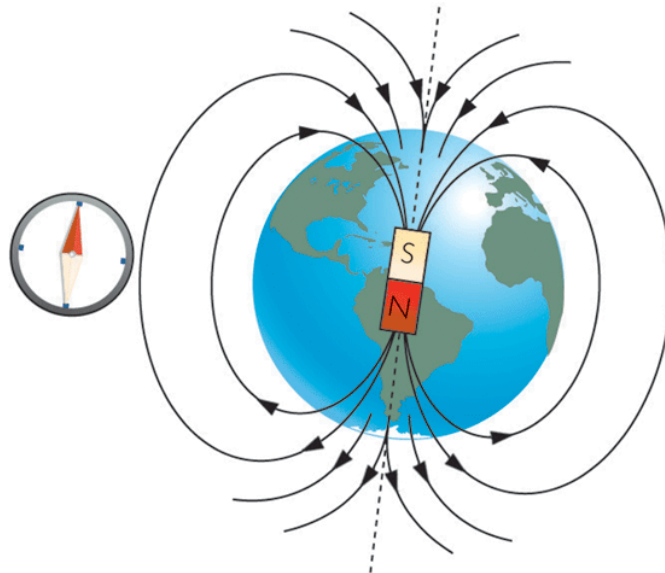
PARAMAGNÉTICAS. (Platino, aluminio, O_2 , cromo, manganeso). En estas sustancias $\mu > \mu_0$. La intensidad de B , es ligeramente mayor que la del vacío.

FERROMAGNÉTICAS. (Hierro, cobalto, níquel). En estas sustancias $\mu \gg \mu_0$. La intensidad del campo en su interior es mucho mayor que en el vacío. Pueden llegar a convertirse en imanes permanentes.

4.8.- EL CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE.

La Tierra funciona como un enorme imán cuyo campo está generado en su interior debido a que su núcleo está formado de hierro y níquel.

Busca información sobre el campo magnético terrestre, como se origina, como está orientado y que efectos puede causar.



4.9.- DIFERENCIAS ENTRE EL CAMPO ELÉCTRICO Y MAGNÉTICO

CAMPO ELÉCTRICO	CAMPO MAGNÉTICO
Está originado por cargas eléctricas.	Está originado por cargas eléctricas en movimiento.
Las líneas de campo son líneas de fuerza, abiertas y de dirección radial.	Las líneas de campo no son líneas de fuerza, ya que el vector fuerza y el vector campo son perpendiculares. Son líneas cerradas.
Pueden existir cargas eléctricas aisladas.	No existen polos magnéticos aislados.
Es un campo conservativo, podemos definir un potencial.	No es conservativo.
La intensidad depende del medio, siendo siempre la intensidad menor que en el vacío.	La intensidad depende del medio, pero puede ser mayor o menor que en el vacío, dependiendo del material.

2° PROBLEMAS DE CAMPO MAGNÉTICO

PROBLEMAS RESUELTOS

1° Un electrón que se mueve con una velocidad constante v , penetra en un campo magnético uniforme B , de tal modo que describe una trayectoria circular de radio R . Si la intensidad del campo magnético disminuye a la mitad y la velocidad aumenta al doble, determine.

- a) El radio de la órbita
- b) La velocidad angular.

a)

$$q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

$$b) \quad q \cdot 2 \cdot v \cdot \frac{B}{2} = \frac{m \cdot 4 \cdot v^2}{R} \Rightarrow R_o = \frac{4 \cdot m \cdot v}{q \cdot B} \Rightarrow R_o = 4R$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$\omega_o = \frac{2 \cdot v}{4 \cdot R} \Rightarrow \omega_o = \frac{1}{2} \omega \Rightarrow \omega_o = \frac{\omega}{2}$$

2° Dos isótopos, de masas $19,92 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$ y $21,59 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$, respectivamente con la misma carga de ionización son acelerados hasta que adquieren una velocidad constante de $6,7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$. Se les hace atravesar una región de campo magnético uniforme de $0,85 \text{ T}$ cuyas líneas de campo son perpendiculares a la velocidad de las partículas.

- a) Determine la relación entre los radios de las trayectorias que describe cada isótopo.
- b) Si han sido ionizados una sola vez, determine la separación entre los dos isótopos cuando han descrito una semicircunferencia.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

a)

$$q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{r^2} \Rightarrow r_1 = \frac{m_1 v}{q \cdot B} \Rightarrow r_2 = \frac{m_2 v}{q \cdot B} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{19,92 \cdot 10^{-27}}{21,59 \cdot 10^{-27}} = 0,923 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 0,923$$

b)

$$r_1 = \frac{m_1 v}{q \cdot B} = \frac{19,92 \cdot 10^{-27} \cdot 6,7 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,85} = 0,098 \text{ m}$$

$$r_2 = \frac{m_2 v}{q \cdot B} = \frac{21,59 \cdot 10^{-27} \cdot 6,7 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,85} = 0,106 \text{ m}$$

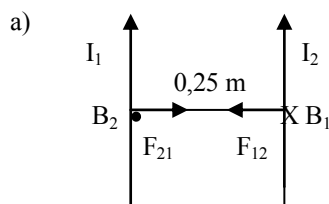
La separación entre los isótopos queda determinada por la diferencia de los diámetros de las órbitas descritas por cada isótopo.

$$D_2 - D_1 = 2 \cdot (0,106 - 0,098) = 0,016 \text{ m}$$

$$D_2 - D_1 = 0,016 \text{ m}$$

3° Dos alambres conductores paralelos de 25 m de longitud están separados por una distancia de $0,25 \text{ m}$ y están recorridos por sendas corrientes de 160 A . Determine la fuerza que actúa entre los dos alambres cuando las dos corrientes:

- a) Llevan el mismo sentido.
- b) Llevan distinto sentido.



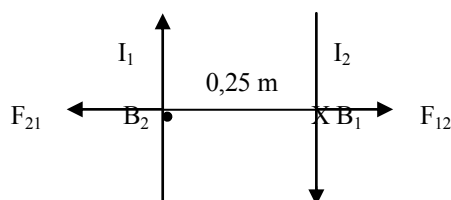
El conductor 1 crea en el 2 un campo B_1 y el conductor 2 crea en el 1 un campo B_2 del mismo módulo y dirección, pero de sentido contrario, que al interactuar con la intensidad de cada conductor originan unas fuerzas F_{12} y F_{21} iguales y de sentido contrario, que hace que los dos cables se atraigan

$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \vec{k} = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 160}{2\pi \cdot 0,25} \vec{k} = -128 \cdot 10^{-6} \vec{k} \Rightarrow \vec{F}_{12} = -I_2 \cdot L \cdot \vec{B}_1 = -160 \cdot 25 \cdot 128 \cdot 10^{-6} \vec{i} = -0,512 \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 160}{2\pi \cdot 0,25} \vec{k} = 128 \cdot 10^{-6} \vec{k} \Rightarrow \vec{F}_{21} = I_1 \cdot L \cdot \vec{B}_2 = 160 \cdot 25 \cdot 128 \cdot 10^{-6} \vec{i} = 0,512 \vec{i} \text{ N}$$

$$F = 0,512 \text{ N}$$

b)



En este caso las fuerzas cambian de signo y los dos conductores se repelen, pero su valor es el mismo **0,512N**

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Deducir la ecuación de dimensiones y las unidades en el S.I. de la Permeabilidad magnética del vacío μ_0

$$\text{SOLUCIÓN } (F)(I)^{-2} = N \cdot A^{-2}$$

2º Un electrón pasa a través de un campo magnético sin que se altere su trayectoria. ¿Qué se puede afirmar sobre la dirección del campo magnético?

SOLUCIÓN Que es paralela a su velocidad

3º Si se introduce una partícula cargada en un campo magnético uniforme en dirección perpendicular al mismo, se ve sometida a una fuerza que la hace describir una trayectoria determinada. ¿De qué trayectoria se trata? ¿Qué fuerza es la que se origina? Razona la respuesta

SOLUCIÓN M.C.U. Una fuerza centrípeta

4º Un protón y un electrón se mueven perpendicularmente a un campo magnético uniforme, con igual velocidad ¿qué tipo de trayectoria realiza cada uno de ellos? ¿cómo es la trayectoria que realiza el protón en relación con la que realiza el electrón? Razona la respuesta.

Datos: Se considera que la masa del protón es igual aproximadamente, a 1836 veces la masa del electrón.

SOLUCIÓN Una trayectoria circular de distinto sentido
 $R_p/R_e = 1836$

5° Sobre una carga de 2 C que se mueve con una velocidad $\vec{v} = 1\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ (ms⁻¹) actúa un campo $\vec{B} = 1\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ (T). Calcular la fuerza magnética producida.

SOLUCIÓN $72\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$ (N)

6° Un hilo de 50 cm de longitud está sobre el eje Y y transporta una corriente de 1 A en la dirección positiva del eje Y. El hilo se encuentra en una zona donde existe un campo magnético $\vec{B} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ (T).

¿Cuál es la fuerza que actúa sobre el hilo?

SOLUCIÓN $0,25\vec{i} - 1,0\vec{k}$ (N)

7° Un electrón se mueve en una región en la que están superpuestos un campo eléctrico $\vec{E} = (2\vec{i} + 3\vec{j})$ V/m y un campo magnético $\vec{B} = 1,4\vec{k}$ T. Determinar para el instante en el que la velocidad del electrón es $\vec{v} = 10\vec{i}$ m/s:

- Las fuerzas que actúan sobre el electrón debidas al campo eléctrico y al campo magnético respectivamente.
- La aceleración que adquiere el electrón.

Datos: masa del electrón $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ Kg
 Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

SOLUCIÓN a) $\vec{F} = -2 \cdot 10^{-9} \vec{i} - 4 \cdot 10^{-9} \vec{j}$ N ; $\vec{F}_m = 2,8 \cdot 10^{-9} \vec{j}$ N

b) $\vec{a} = -5 \cdot 10^{11} \vec{i} + 1 \cdot 10^{11} \vec{j}$ ms⁻²

8° Un protón (carga eléctrica +e) y una partícula α (carga eléctrica +2e) se mueven en un campo magnético uniforme según circunferencias de igual radio. Compara los valores de:

- Sus velocidades.
- Sus energías cinéticas
- Sus momentos angulares

Se admite que la masa de la partícula α es igual a 4 veces la masa del protón.

SOLUCIÓN a) $v_\alpha = 1/2 v_p$; b) $E_{cp} = E_{c\alpha}$; c) $L_\alpha = 2L_p$

9° Un hilo conductor, rectilíneo e indefinido, situado en el vacío sobre el eje OZ de un sistema de referencia cartesiano OXYZ, transporta una corriente eléctrica de intensidad $I = 2$ A en el sentido positivo de dicho eje. Calcula la fuerza magnética que actuará sobre una partícula cargada con 5 C, en el instante que pasa por el punto (0, 4, 0) m con una velocidad $\vec{v} = 10\vec{j}$ m/s

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T.m. A⁻¹

SOLUCIÓN $10^{-5} \vec{k}$ N

10° Dos partículas materiales P_1 y P_2 , poseen cargas iguales y de signos contrarios, en tanto que la masa de P_1 es mayor que la de P_2 . Ambas partículas, que se mueven con la misma velocidad, penetran en un campo magnético uniforme, con una dirección perpendicular al mismo. Al entrar en el campo, las dos partículas curvan sus trayectorias en sentidos contrarios.

- Da una explicación razonada de lo dicho y confecciona un diagrama al efecto.
- ¿Cuál de ellas tendrá la trayectoria de mayor radio de curvatura? Razona tu respuesta.

SOLUCIÓN a) $F_m \perp \vec{v}$ y $\vec{B}$ por tanto las partículas están sometidas a un M.C.U. Como las cargas son de signos contrarios, el sentido de la fuerza varía de una partícula a otra.

b) $m_1 > m_2 \Rightarrow R_1 > R_2$

11° Un electrón penetra en una zona con un campo magnético uniforme de 10^{-3} T y lleva una velocidad de 500 m/s perpendicular al campo magnético.

Determine las siguientes magnitudes del electrón en la zona con campo magnético:

- Velocidad angular
- Módulo de la fuerza que experimenta.
- Módulo del momento angular respecto del centro de la circunferencia que describe el electrón

Datos: masa del electrón
Valor absoluto de la carga del electrón

$$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

SOLUCIÓN a) $1,76 \cdot 10^8 \text{ Hz}$
b) $8 \cdot 10^{-20} \text{ N}$
c) $1,3 \cdot 10^{-33} \text{ Nm}$

12º Una partícula con carga $q = 2 \text{ C}$ penetra en una región del espacio en la que existe un campo magnético $\vec{B} = 1,02 \vec{k} \text{ T}$, se pide:

- Si la partícula entra en el campo magnético con una velocidad $\vec{v} = 1 \cdot 10^2 (\vec{j} + \vec{i}) \text{ m/s}$. Calcular la fuerza que actuará sobre la misma.
- Si la velocidad de la partícula fuese perpendicular al campo magnético ¿Cuál sería su trayectoria? Justificar la respuesta.

SOLUCIÓN a) $12 \vec{i} \text{ N}$
b) M.C.U

13º Sobre un electrón que se mueve con la velocidad de 5000 Km/s actúa en dirección normal a su velocidad un campo magnético en el que $B = 8 \text{ T}$. Determinar:

- El valor de la fuerza centrífuga que actúa sobre el electrón.
- El radio de la órbita descrita.
- Tiempo que el electrón tarda en recorrer la circunferencia completa
- El número de vueltas que da en un segundo
- La energía del electrón a su entrada en el campo
- La variación de potencial que debe experimentar ese electrón para pasar del reposo a la citada velocidad (se supone invariable la masa)

Datos : Masa del electrón $9 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ Carga del electrón $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

SOLUCIÓN a) $64 \cdot 10^{-13} \text{ N}$
b) $3,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
c) $4,34 \cdot 10^{-12} \text{ s}$
d) $2,3 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$
e) $1,125 \cdot 10^{-17} \text{ J}$
f) $70,31 \text{ V}$

14º Un protón se mueve en un círculo de radio 34 cm perpendicularmente a un campo magnético de $0,62 \text{ T}$.

- Determinar el período del movimiento.
- Calcular la velocidad del protón.
- ¿Cómo se modifican la velocidad y el período si el radio del círculo fuera el doble que antes?

Datos : Masa del protón $= 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$

Carga del protón $= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

SOLUCIÓN a) $0,11 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
b) $2,0 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$

- El período no se modifica y la velocidad pasa a ser el doble

15º Un electrón con una energía cinética de $6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$ penetra en un campo magnético uniforme, de inducción magnética $4 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, perpendicularmente a su dirección:

- ¿ Con que velocidad penetra el electrón dentro del campo?.
- ¿ Y a qué fuerza está sometida el electrón ?.
- ¿ Cuánto vale el radio de la trayectoria que describe ?
- ¿ Cuántas vueltas describe el electrón en $0,1 \text{ s}$?.

Datos: $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Valor absoluto de la carga del electrón : $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

SOLUCIÓN a) $3,62 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.
b) $23,168 \cdot 10^{-15} \text{ N}$
c) $5,15 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
d) $1,1 \cdot 10^7 \text{ vueltas}$

16° Un protón y una partícula (He_2^4) describen trayectorias circulares en un campo magnético con la misma velocidad tangencial. Calcula la relación entre los radios de las órbitas que describen y la relación entre sus frecuencias de giro.

SOLUCIÓN a) 2
b) $1/2$

17° Un protón, un electrón y una partícula α , acelerados por la misma diferencia de potencial, entran en una región del espacio donde el campo magnético es uniforme y se mueven perpendiculares a dicho campo. Encuentra:

- La relación entre sus energías cinéticas en el momento de penetrar en el campo magnético.
- La relación entre sus velocidades en el momento de penetrar en el campo magnético.
- Si el radio de la trayectoria del protón es de 0,1 m, ¿cuáles son los radios de las trayectorias del electrón y de la partícula?

Datos: $m_p = 1u$; $m_e = 5,45 \cdot 10^{-4}u$; $m_\alpha = 4u$

SOLUCIÓN a) $E_{Cp} = E_{Ce} = 1/2 E_{C\alpha}$ b) $v_p = 2,3 \cdot 10^{-2} v_e = 1,4 v_\alpha$
c) $r_e = 2,3 \cdot 10^{-3}m$; $r_\alpha = 0,143m$

18° En una misma región del espacio existen un campo eléctrico uniforme de valor $0,5 \cdot 10^4 \text{ V m}^{-1}$ y un campo magnético uniforme de valor 0,3 T, siendo sus direcciones perpendiculares entre sí:

- ¿Cuál deberá ser la velocidad de una partícula cargada que penetra en esa región en dirección perpendicular a ambos campos para que pase a través de la misma sin ser desviada?
- Si la partícula es un protón, ¿cuál deberá ser su energía cinética para no ser desviado?

Datos: $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$

SOLUCIÓN a) $v = 1,66 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ b) $E_{Cp} = 2,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

19° En el seno de un campo magnético uniforme se sitúan tres partículas cargadas. Una de las partículas está en reposo y las otras dos en movimiento, siendo sus vectores velocidad perpendicular y paralelo respectivamente a la dirección del campo magnético. explica cuál es la acción del campo sobre cada una de las partículas y cómo será su movimiento en él.

SOLUCIÓN El campo magnético no actúa sobre partículas en reposo por tanto no produce ningún efecto sobre la primera partícula.

Sobre la segunda partícula realiza una fuerza perpendicular al plano formado por v y B produciéndole un M.C.U.

Sobre la tercera no realiza ningún trabajo por ser v y B paralelos

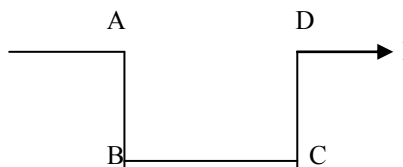
20° En cierta región del espacio hay un campo eléctrico $\vec{E} = 3_0 \vec{k}$ y un campo magnético

$\vec{B} = - 0_1 \vec{i}$ ¿Qué velocidad y dirección debe tener un electrón que penetre en esta región para que su trayectoria sea rectilínea? Datos: $E_0 = 1000 \text{ V/m}$; $B_0 = 1 \text{ T}$.

SOLUCIÓN $\vec{v} = - 300 \vec{j} (\text{m/s})$

21° Por el fragmento de circuito ABCD de la figura

que está inmerso en un campo magnético $\vec{B}$, pasa una corriente con una intensidad de 1 A. Deducir la fuerza magnética que actúa sobre cada tramo del circuito AB, BC y CD en los siguientes casos:



- $\vec{B}$ es paralelo a BC y del mismo sentido de la corriente en ese tramo de conductor.
- $\vec{B}$ es paralelo a CD y del mismo sentido que la corriente en ese tramo
- $\vec{B}$ es perpendicular al plano del papel y penetra en él desde el lado del lector

SOLUCIÓN a) $\vec{F}_{AB} = B\vec{k}$ b) $\vec{F}_{AB} = 0$ c) $\vec{F}_{AB} = B\vec{i}$
a) $\vec{F}_{BC} = 0$ b) $\vec{F}_{BC} = B\vec{k}$ c) $\vec{F}_{BC} = B\vec{j}$
a) $\vec{F}_{CD} = - 3\vec{k}$ b) $\vec{F}_{CD} = 0$ c) $\vec{F}_{CD} = - 3\vec{i}$

22ª) Analice cómo es la fuerza que ejercen entre sí dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos, separados una distancia d y recorridos por una corriente de intensidad I , según que los sentidos de las corrientes coincidan o sean opuestos.

b) Explique si es posible que un electrón se mueva con velocidad v , paralelamente a estos conductores y equidistante entre ellos sin cambiar su trayectoria.

SOLUCIÓN: a) La fuerza que actúa sobre cada uno de los dos conductores rectilíneos paralelos separados una distancia d y por los que circula una intensidad de corriente I es igual en módulo, en dirección pero de sentido opuesto en cada conductor. En el caso que por los dos conductores circulen corrientes en el mismo sentido, estas fuerzas que actúan entre ellos son de atracción. En el caso de que las corrientes que circulen sean de sentidos opuestos, las fuerzas son de repulsión.
b) Esto ocurrirá cuando las corrientes que circulen por los dos conductores sean del mismo sentido. Esto es debido a que el campo total que actúa sobre el electrón será cero.

23º Dos hilos conductores de gran longitud y paralelos están separados 100 cm. Si por los hilos circulan corrientes iguales a 5 A cada una en sentidos opuestos.

¿Cuál es el campo magnético resultante en un punto del plano de los dos hilos, en los siguientes casos ?.

a) El punto es equidistante de ambos conductores.

b) El punto está a una distancia de 50 cm de un conductor y a 150 cm del otro conductor.

Datos: El medio es el vacío ; Permeabilidad magnética en el vacío $4 \cdot 10^{-7} \text{ N.A}^{-2}$

SOLUCIÓN: a) $\vec{B}_T = - 10^{-5} \vec{k}$

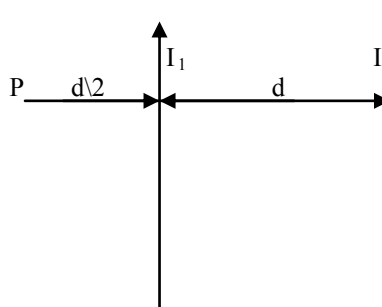
b) $\vec{B}_T = ,33 \cdot 10^{-5} \vec{k}$

24º

A) Fuerzas entre corrientes rectilíneas y paralelas.

Definición de amperio.

B) Por dos largos conductores rectilíneos y paralelos, separados una distancia $d = 6 \text{ cm}$, circulan corrientes I_1 e I_2 . Si $I_1 = 2 \text{ A}$ en el sentido indicado, determina I_2 (valor y sentido) para que el campo magnético en el punto P indicado en la figura sea nulo. Calcula la fuerza de interacción, por unidad de longitud, entre los conductores.



SOLUCIÓN

a) Igual que el ejercicio 22. Amperio es la intensidad de una corriente que, circulando en el mismo sentido por dos conductores rectilíneos y paralelos, separados en el vacío por la distancia de 1m, origina en cada uno de ellos una fuerza atractiva de $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ por cada metro de longitud

b) $I_2 = 5,85 \text{ A}$ y de sentido contrario a I_1 ; $\frac{F_{12}}{l} = \frac{F_{21}}{l} = ,9 \cdot 10^{-5} \text{ N}$

TEMA 5.- INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA.

- 5.1.- INTRODUCCIÓN.
 - 5.2.- FLUJO MAGNÉTICO.
 - 5.3.- FUERZA ELECTROMOTRIZ.
 - 5.4.- LEY DE LENZ. EXPERIENCIA DE HENRY. EXPERIENCIA DE FARADAY.
 - 5.5.- AUTOINDUCCIÓN.
 - 5.6.- PRODUCCIÓN DE CORRIENTES INDUCIDAS.
 - 5.7.- APLICACIONES.
 - 5.8.- GENERALIZACIÓN DE LA LEY DE FARADAY.
 - 5.9.- SÍNTESIS ELECTROMAGNÉTICA DE MAXWELL.
-

5.1.- INTRODUCCIÓN.

Ya hemos visto que las cargas eléctricas crean campos eléctricos y si están en movimiento crean campos magnéticos. Pero es lógico pensar que una carga en movimiento no dejará de crear un campo eléctrico. Es obvio por tanto, que los campos eléctricos y magnéticos estarán relacionados.

Además, si las cargas en movimiento producen campos magnéticos, se puede suponer que ocurra al contrario, que un campo magnético puede producir corrientes eléctricas.

Oersted, Faraday, Henry y Lenz pusieron de manifiesto este fenómeno y elaboraron teorías al respecto, pero fue Maxwell quien elaboró una teoría que unificaba los campos magnéticos y eléctricos en un solo **campo electromagnético**, primer paso en la historia de la Física en la elaboración de una teoría unificada.

En este tema pues vamos a tratar los dos aspectos: primero la inducción electromagnética y después la síntesis del campo electromagnético. No vamos a seguir sin embargo, un orden cronológico de los conceptos sino un orden más funcional e intuitivo.

5.2.- FLUJO MAGNÉTICO.

Al igual que en el campo gravitatorio y en el eléctrico podemos definir para el campo magnético el **flujo de campo a través de una superficie**.

Sea un campo magnético $\vec{B}$ en una región del espacio, y una superficie $\vec{S}$ atravesada por las líneas de campo. Llamamos flujo de campo a través de la superficie al valor:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

La unidad del flujo magnético es el weber (Wb)

Si calculamos el flujo de campo magnético a través de una superficie cerrada, nos da siempre 0, lo que significa que las líneas de campo son cerradas, entran y salen de dicha superficie, esto significa que no existe un polo magnético aislado, conclusión a la que ya habíamos llegado en el tema anterior.

5.3.- FUERZA ELECTROMOTRIZ.

Llamamos **Fuerza Electromotriz Inducida** en un conductor, a la variación del flujo magnético con respecto al tiempo:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Esta expresión recibe el nombre de **Ley de Faraday**.

La unidad de la fem en el S.I. es el Voltio.

Si tenemos N circuitos o espiras esta expresión quedará multiplicada por N:

$$\varepsilon = - N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

5.4.- LEY DE LENZ. EXPERIENCIA DE FARADAY. EXPERIENCIA DE HENRY.

Ya hemos visto que el flujo del campo magnético depende del campo, de la superficie y de la orientación de uno respecto al otro. ¿Qué ocurre si alguna de estas tres variables se modifica con el tiempo, es decir, si el campo varía, si varía la superficie o la orientación?.

Tanto Faraday como Henry, llevaron a cabo experiencias, siguiendo la pauta marcada por Oersted, en las que observaron como se producían corrientes y fuerzas eléctricas inducidas a partir de campos magnéticos. Ambos fenómenos están relacionados entre ellos y con el flujo magnético.

LEY DE LENZ

Es un resultado de las experiencias de Faraday y Henry, pero nos va a servir de ayuda para interpretarlas.

“El sentido de la corriente inducida en un circuito eléctrico, es tal que siempre se opone a la causa por la que se produce”.

EXPERIENCIA DE FARADAY

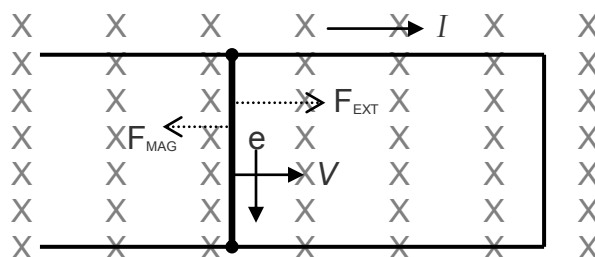
Faraday realizó experiencias con potentes imanes y bobinas. Enrolló dos bobinas a un mismo cilindro de madera y no observó ningún resultado aparente excepto cuando conectaba o desconectaba la corriente en una de ellas; Lo mismo ocurría cuando las dos bobinas estaban enrolladas a un cilindro de hierro dulce, salvo que la corriente era entonces mucho más intensa.

Hizo pruebas acercando y alejando imanes de bobinas y llegó a la conclusión de que solo circulaba corriente cuando había movimiento relativo entre la bobina y el imán, y dicha corriente era más intensa cuando más rápido era el movimiento relativo. Así mismo, si invertía el polo del imán, la corriente variaba de sentido.

Intenta explicar estos resultados aplicando las leyes de Faraday y Lenz.

EXPERIENCIA DE HENRY

Henry se dio cuenta de que cuando un conductor se mueve perpendicularmente a las líneas de un campo magnético, se origina una diferencia de potencial entre los extremos de dicho conductor, que si está cerrado, originará una corriente eléctrica. Si se invierte el movimiento del conductor o la polaridad del campo, se invierte el sentido de la corriente.



Cuando movemos el lado móvil de la espira aplicando una fuerza externa, aparece una fuerza en sentido contrario (opone resistencia). Vamos a explicar este fenómeno a partir de las leyes conocidas.

Como movemos el conductor con velocidad constante, la fuerza magnética y la fuerza externa aplicada son iguales en módulo, pero de sentido contrario. El trabajo realizado por la fuerza magnética será:

$$W = q \cdot \Delta V$$

Donde q es la carga de los electrones del conductor y ΔV será la fem inducida. Despejando esta fem: $\mathcal{E} = W/q$

El trabajo vendrá dado por: $W = \vec{F} \cdot \vec{l}$, donde la fuerza será la fuerza de Lorentz (que no es la misma que la magnética, sino que es la que pone a los electrones en movimiento) y $\vec{l}$ es el vector desplazamiento de los electrones (son vectores paralelos).

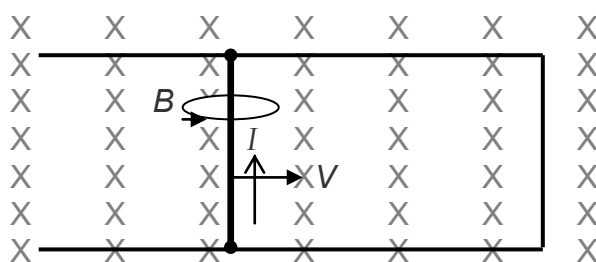
$$\varepsilon = \frac{W}{q} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{l}}{q} = \frac{q_{Lorentz} \cdot l \cdot \cos 0}{q} = \frac{q \cdot v \cdot B \cdot \sin \varphi \cdot l}{q} = v \cdot B \cdot l \cdot \sin \varphi$$

donde φ es el ángulo que forma el vector velocidad con el campo.

La fuerza magnética que se opone a la fuerza externa será por tanto:

$$\vec{F}_{magnética} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Vemos que en este experimento se cumple la ley de Lenz, ya que si la parte móvil de la espira se mueve hacia la derecha (disminuyen las líneas de campo a través de la espira), se genera una corriente que debe oponerse a la variación de flujo de campo (el campo inducido tendrá el mismo sentido que el inductor).



5.5.- PRODUCCIÓN DE CORRIENTES INDUCIDAS.

La aplicación más inmediata de las experiencias realizadas por Faraday es la producción de energía eléctrica a partir de energía mecánica. Vamos a estudiar los **generadores de corriente**.

Básicamente, los generadores consisten en un conjunto de N espiras inmersas en un campo magnético uniforme generado por un imán. Estas espiras pueden girar en el seno de este campo a una velocidad angular ω constante. Los extremos de estas espiras se conectan a un circuito externo que “recogerá” la corriente inducida.

El flujo magnético que atraviesa la espira en cada instante vendrá dado por:

$$\Phi_B = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

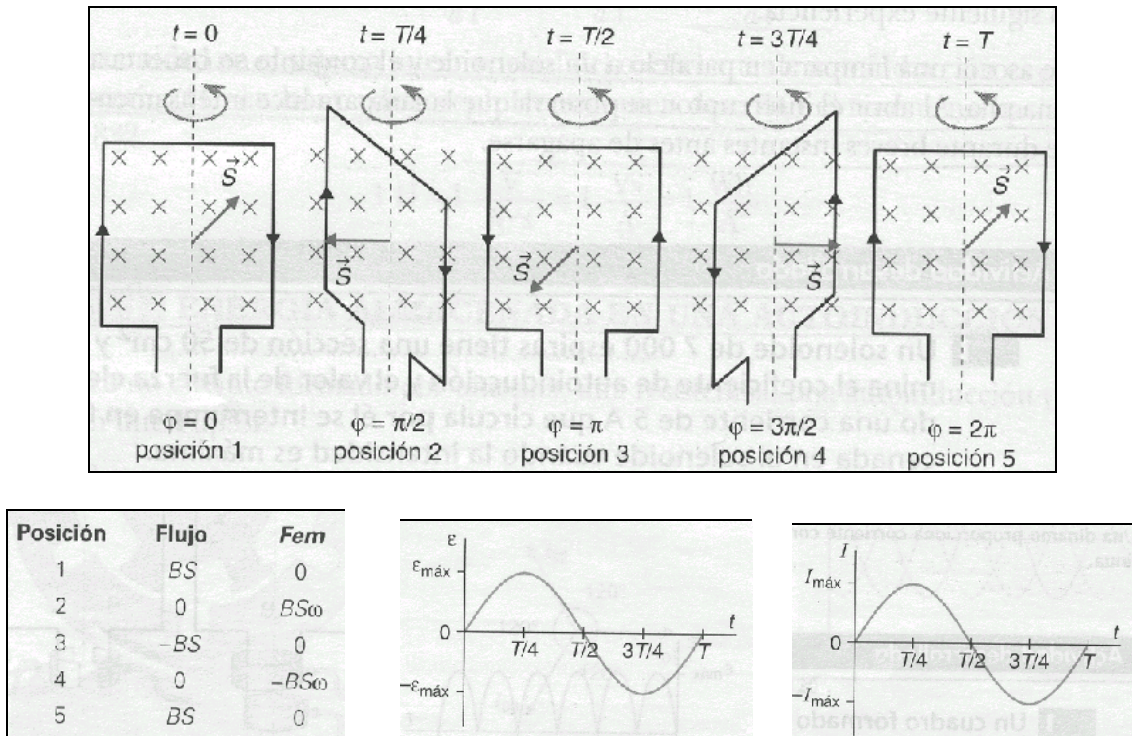
Como la espira gira en un movimiento circular constante $\omega = \varphi / t$, por lo que:

$$\Phi_B = B \cdot S \cdot \cos \omega t$$

Vemos pues que el flujo varía con el tiempo, por lo que se generará una fuerza electromotriz y una corriente inducida en la espira:

$$\varepsilon = - d\Phi_B / dt = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

y si el circuito tiene N espiras solo habrá que multiplicar esta expresión por N.



Como el seno adquiere valores positivos y negativos, la corriente variará de sentido, a este tipo de corriente se le llama corriente alterna.

5.6.- AUTOINDUCCIÓN.

La autoinducción es una propiedad de bobinas y solenoides que consiste en la generación de corriente eléctrica a partir de los campos magnéticos que se generan al conectar un circuito eléctrico hasta que se alcanza una corriente estable.

La corriente autoinducida o autoinducción la podemos calcular a partir del flujo de campo y de la ley de Faraday: $\Phi_B = L \cdot I$ donde L es una constante llamada coeficiente de autoinducción.

La fem autoinducida será: $\varepsilon = - L \cdot dI/dt$

La unidad de L en el S.I. es el henrio (H).

5.7.- APLICACIONES.

A diario, sin pensar en como y porque, utilizamos energía eléctrica. Esta energía es producida a partir de energía mecánica, y transportada hasta donde se utiliza.

La producción y transporte de esta energía se realiza con aparatos tales como los alternadores, que generan corriente alterna, la dinamo, que genera corriente continua de intensidad variable, y los transformadores, que se utilizan para aumentar o disminuir la diferencia de potencial.

Busca información sobre estos aparatos, como funcionan y como se utilizan, así como los lugares donde se ubican. Busca la ecuación de los transformadores.

5.8.- GENERALIZACIÓN DE LA LEY DE FARADAY.

Recordemos que si tenemos un campo eléctrico estático, el trabajo que se realiza para transportar una carga desde un punto a otro a lo largo de una trayectoria cerrada era cero.

Sin embargo, si tenemos una espira cerrada en un campo magnético, por ejemplo que varía con el tiempo, se crea una fem que pone en movimiento los electrones:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= - \frac{d\Phi_B}{dt} \\ \varepsilon &= \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \end{aligned} \right\} \text{ Podemos expresar la Ley de Faraday como: } \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

que significa que, si en una región del espacio, encerrada por una superficie S hay un campo magnético variable con el tiempo, aparece un campo eléctrico inducido, para el que, al no ser cero el trabajo realizado al transportar una carga a lo largo de una trayectoria cerrada, no podemos considerarlo conservativo.

Se puede deducir así mismo, que todo campo magnético variable con el tiempo, induce un campo eléctrico no conservativo, independientemente del soporte material por el que circule la corriente.

Las líneas de fuerza del campo eléctrico inducido, rodean siempre a las líneas de campo magnético variable.

5.9.- SÍNTESIS ELECTROMAGNÉTICA DE MAXWELL.

A partir de la generalización de la Ley de Faraday, y suponiendo que los campos eléctricos variables con el tiempo inducen campos magnéticos, Maxwell estableció la relación entre los campos eléctricos y magnéticos.

Algunas de las relaciones utilizadas por Maxwell ya las hemos estudiado, pero las cuatro ecuaciones juntas son las que dan un conjunto de expresiones que determinan el campo electromagnético:

PRIMERA ECUACIÓN DE MAXWELL. LEY DE GAUSS.

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0}$$

Permite calcular el campo eléctrico para cargas en reposo.

SEGUNDA ECUACIÓN DE MAXWELL.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Indica que las líneas de campo magnético son cerradas, por lo que no existen polos magnéticos aislados.

TERCERA ECUACIÓN DE MAXWELL. LEY DE FARADAY.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Justifica las experiencias de Faraday y Henry. (ver significado en apartado anterior).

CUARTA ECUACIÓN DE MAXWELL.

GENERALIZACIÓN DE LA LEY DE AMPÈRE.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Permite calcular campos magnéticos creados por corrientes eléctricas constantes y campos eléctricos variables.

A esta asociación de campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$, perpendiculares entre sí, Maxwell la denominó **campo electromagnético**.

Las constantes μ_0 y ϵ_0 tienen valores tales que: $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c$

Vemos que estas constantes tienen relación con la velocidad de la luz en el vacío. Esto llevó a Maxwell a pensar que la luz era una forma del campo electromagnético, sin embargo no fue él quien desarrolló la teoría de ondas electromagnéticas para la luz. Esta teoría la estudiaremos más adelante.

3º PROBLEMAS DE INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Una espira se coloca perpendicularmente a un campo magnético uniforme **B** ¿En qué caso será mayor la fuerza electromotriz inducida en la espira?

- a) Si B disminuye linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms
- b) Si B aumenta linealmente de 1T a 1,2 T en 1 ms

a)

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{0 - 0,3 \text{ S}}{10^{-3}} = 00,3 \text{ (V)}$$

b)

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{0,2 \text{ S} - 0 \text{ S}}{10^{-3}} = - 00,2 \text{ (V)}$$

La fuerza electromotriz inducida es **mayor en el caso a)** porque la variación de flujo es mayor en el mismo tiempo

2º Una bobina circular de 30 vueltas y radio 4 cm se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $B = 0,01 t + 0,04 t^2$, donde t está expresado en segundos y B en teslas. Calcule:

- a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo.
- b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina para $t = 5\text{s}$.

a)

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \varphi \quad \varphi = 0 \Rightarrow \Phi = B \cdot S$$

$$\Phi = (0,01 t + 0,04 t^2) \cdot 48 \cdot 10^{-3} \pi = 4,8 \cdot 10^{-4} \pi t + 1,92 \cdot 10^{-3} \pi t^2 = 1,51 \cdot 10^{-3} t + 6,03 \cdot 10^{-3} t^2 \text{ (Wb)}$$

$$\Phi = 1,51 \cdot 10^{-3} t + 6,03 \cdot 10^{-3} t^2 \text{ (Wb)}$$

b)

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} = -1,51 \cdot 10^{-3} - 12,06 \cdot 10^{-3} t \text{ (V) para } t = 5\text{s} \Rightarrow \varepsilon = -1,51 \cdot 10^{-3} - 12,06 \cdot 10^{-3} \cdot 5 = -61,81 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$\varepsilon = - 1,81 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

3º Un campo magnético uniforme y constante de 0,01 T está dirigido a lo largo del eje Z. Una espira circular se encuentra situada en el plano XY, centrada en el origen y tiene un radio que varía en el tiempo según la función: $r = 0,1 - 10t$ (en unidades S.I.). Determine:

- a) La expresión del flujo magnético a través de la espira.
- b) En qué instante de tiempo la fuerza electromotriz inducida en la espira es 0,01 V

a)

$$\phi = B.S.\cos \varphi \quad \varphi = 0 \Rightarrow \phi = B.S$$

$$\phi = 0,01(10^{-2}\pi - 2\pi t + 100\pi t^2) = 10^{-4}\pi - 0,02\pi t + \pi t^2$$

$$\phi = 10^{-4}\pi - 0,02\pi t + \pi t^2$$

b)

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} = -(-0,02\pi - 2\pi t) = 0,02\pi - 2\pi t$$

$$0,01 = 0,02\pi - 2\pi t$$

$$t = \frac{0,02\pi - 0,01}{2\pi} = \frac{0,053}{2\pi} = 8,41 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$t = 8,41 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

4º

- a) ¿Qué es un transformador? ¿Por qué son útiles para el transporte de la energía eléctrica?
 b) Si el primario de un transformador tiene 1200 espiras y el secundario 100, ¿qué tensión habrá que aplicar al primario para tener en la salida del secundario 6 V? .

a)

Un transformador es un dispositivo con el que se pueden conseguir variaciones de voltaje producidas por fenómenos de inducción. Se basa en la ley de Faraday. Si no hay pérdida de flujo a través del núcleo de hierro, el flujo magnético que atraviesa el primario es igual al que atraviesa el secundario, verificándose

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

Un transformador ideal no tiene pérdidas de potencia, por lo que $I_p V_p = I_s V_s$. Con altos voltajes y pequeñas corrientes se consiguen menos pérdidas por efecto Joule, por lo que es de especial aplicación para transportar la corriente eléctrica desde las centrales eléctricas a los centros de consumo.

b)

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \Rightarrow \frac{6}{V_p} = \frac{100}{1200} \Rightarrow V_p = \frac{6 \cdot 1200}{100} = 72 \text{ V}$$

$$V_p = 72 \text{ V}$$

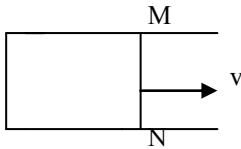
PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Una varilla conductora, de 20 cm de longitud se desliza paralelamente a sí misma con una velocidad de 0,4 m/s, sobre un conductor en forma de U y de 8 Ω de resistencia. El conjunto está situado en el seno de un campo magnético uniforme de 0,5 T y perpendicular al circuito formado por los dos conductores. Determina:

- La fem inducida.
- La intensidad que recorre el circuito y su sentido.
- La energía disipada por la resistencia en 3 s.
- La potencia que suministra la varilla como generador de corriente.
- El módulo, dirección y sentido de la fuerza externa que debe actuar sobre la varilla para mantenerla en movimiento.
- El trabajo que realiza esta fuerza para transportar la varilla a lo largo de 1,2 m.
- La potencia necesaria para mantener la varilla en movimiento.

SOLUCIÓN a) $0,04 \text{ V}$ b) $5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$ c) $6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$
d) $2 \cdot 10^{-4} \text{ W}$ e) $5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ f) $6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ g) $2 \cdot 10^{-4} \text{ W}$

2º El sistema de la figura está en el seno de un campo magnético de intensidad 5 Wb/m^2 perpendicular al plano del papel. El hilo MN de 10 cm de longitud se desplaza con una velocidad de 1 m/s como se indica en la figura, sin perder el contacto con las guías. Sabiendo que no hay variaciones de resistencia al desplazar MN y que la resistencia del hilo es 2Ω . Calcular:



- a) La f.e.m. inducida.
- b) La intensidad de la corriente inducida y su sentido. Indica éste en la figura.
- c) La fuerza que actúa sobre MN.
- d) El trabajo realizado en el desplazamiento durante 0.2 s.
- e) La potencia mecánica para producir la velocidad.

SOLUCIÓN a) $0,5 \text{ V}$; b) $0,25 \text{ A}$; c) $0,125 \text{ N}$
d) $0,025 \text{ J}$; e) $0,125 \text{ W}$

3º Indica verdadero o falso para las siguientes cuestiones justificando debidamente tus respuestas:

- a) La intensidad que recorre una espira siempre tiende a disminuir el flujo magnético que la atraviesa.
- b) Las corrientes inducidas se generan exclusivamente cuando hay movimiento relativo entre el imán y el circuito

SOLUCIÓN

- a) Falso, porque para que cambie el flujo tiene que variar el campo, la superficie o la orientación de la espira
- b) Verdadero, porque hay variación en el flujo magnético

4º Una espira de 2 cm de radio está colocada perpendicularmente en el seno de un campo magnético uniforme $B = 0,3 \text{ i T}$. Si la espira gira con una frecuencia de 10 Hz en torno a un diámetro perpendicular al campo magnético, determina el flujo magnético que atraviesa la espira en cualquier instante.

SOLUCIÓN $1,2 \cdot 10^{-4} \pi \cos 20 \pi t \text{ Wb}$

5º Un alambre de 10 cm de longitud se mueve con una velocidad de $0,5 \text{ m/s}$ en una dirección formando un ángulo de 60° con la inducción de un campo magnético de $0,2 \text{ T}$. Calcular la fem inducida en el alambre.

SOLUCIÓN $8,6 \cdot 10^{-3} \text{ V}$

6º Una espira se coloca en un campo magnético $B = 0,1 \text{ i T}$. Hallar el flujo a través de la espira si su vector superficie vale $S = 5 \text{ i} + 4 \text{ j} - 20 \text{ k cm}^2$

SOLUCIÓN $5 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$

7º El plano de una espira coincide con el plano XY. Calcular el flujo a través de ella si el campo magnético vale $B = 0,2 \text{ i} + 0,01 \text{ j T}$.

SOLUCIÓN Cero

8º Una bobina de 100 espiras de 10 cm^2 cada una gira a 360 r.p.m. alrededor de un eje situado en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de $0,02 \text{ T}$. Calcular:

- a) El flujo máximo que atraviesa la bobina
- b) La fem media inducida en la bobina

SOLUCIÓN a) $2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$ b) $0,048 \text{ V}$

9º Una bobina tiene una superficie de $0,002 \text{ m}^2$ y está colocada en un campo magnético de 2 T . Si en $0,01 \text{ s}$ la inducción se reduce a $0,5 \text{ T}$. ¿Cuál es la fem inducida sabiendo que la bobina tiene 200 espiras ?

SOLUCIÓN 60 V

10° Una espira de 10 cm^2 de área está situada perpendicularmente en el seno de un campo magnético de 1 T. Si el campo disminuye proporcionalmente hasta anularse al cabo de 2 s. Calcula la fem inducida. Representa, de forma gráfica, el campo magnético y la fem inducida en función del tiempo.

SOLUCIÓN $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$.

11° Una varilla conductora de 40 cm de longitud gira horizontalmente alrededor de un extremo fijo con una frecuencia de $5 \pi \text{ Hz}$. Si la varilla está situada dentro de un campo magnético vertical uniforme de 0,2 T. Calcula:

- a) La fuerza que actúa sobre un electrón situado a una distancia r del extremo fijo
 - b) El campo eléctrico inducido a lo largo de la varilla.
 - c) La fuerza electromotriz inducida entre los extremos de la varilla conductora
- Valor absoluto de la carga del electrón $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

SOLUCIÓN a) $3,2 \cdot 10^{-19}$ b) $2r \text{ N/C}$ c) 0,16 V

12° Una espira circular de 4 cm de radio gira en torno a uno de sus diámetros con una frecuencia de 20 Hz, dentro de un campo magnético uniforme de 0,1 T. Si en el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al vector campo magnético. Determina:

- a) El flujo magnético que atraviesa la espira en cualquier instante.
- b) Los instantes en los que el flujo se anula
- c) El valor de la fem en cualquier instante
- d) El valor de la fem eficaz.

SOLUCIÓN : a) $5 \cdot 10^{-4} \cos 40\pi t$
 b) para $t = (2n+1)T/4$
 c) $6,3 \cdot 10^{-2} \sin 40\pi t$
 d) $4,45 \cdot 10^{-2} \text{ V}$

13° Una bobina circular de 200 espiras y de 10 cm de radio se encuentra situada perpendicularmente a un campo magnético de 0,2 T. Determina la fem inducida en la bobina si, en 0,1 s : se duplica el campo magnético; se anula el campo; se invierte el sentido del campo, se gira la bobina 90° en torno al eje paralelo al campo, se gira la bobina 90° en torno al eje perpendicular al campo.

SOLUCIÓN a) $-4 \pi \text{ V}$ b) $4\pi \text{ V}$ c) $8\pi \text{ V}$ d) 0 e) $4\pi \text{ V}$

14° Una bobina circular de 100 espiras, 2 cm de radio y 10Ω de resistencia, se encuentra colocada perpendicularmente a un campo magnético de 0,8 T. Determina la fem inducida, la intensidad de corriente que circula por el circuito y la cantidad de carga transportada si el campo magnético se anula al cabo de 0,1 s. ¿ cómo se modifican las magnitudes anteriores si el campo magnético tarda el doble de tiempo en anularse ?

SOLUCIÓN : $0,32 \pi \text{ V}$; $0,032\pi \text{ A}$; $3,2 \cdot 10^{-3} \pi \text{ C}$
 $0,16 \pi \text{ V}$; $0,016\pi \text{ A}$; $3,2 \cdot 10^{-3} \pi \text{ C}$

15° Un carrete de hilo conductor, de 500 espiras de 0,05 m de radio, está colocado en un campo magnético uniforme de modo que el flujo que lo atraviesa es máximo.

- a) Halla la fuerza electromotriz media inducida en el carrete si, en un intervalo de 0,02 s, el campo duplica su valor.
- b) Halla la f.e.m.. media inducida, si el carrete gira 180° con respecto a un eje que pasa por su centro y es perpendicular al campo magnético, en un intervalo de 0,02 s , cuando éste vale 0,1 T

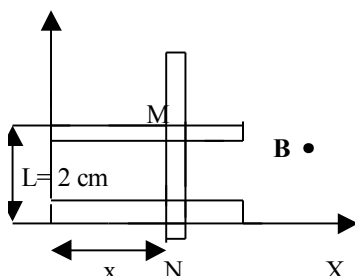
SOLUCIÓN : a) 0.19 V b) 0,38 V

16° Un conductor rectilíneo de 10 cm de longitud está colocado en un campo magnético uniforme, de inducción magnética 2 T, perpendicularmente a su dirección. Si dicho conductor se traslada con una velocidad de módulo constante e igual a $0,8 \text{ m/s}$ en una dirección perpendicular a la dirección del campo magnético y al propio conductor, calcular :

- a) El flujo magnético a través de la superficie barrida por el conductor en 10 s.
- b) La diferencia de potencial inducida en los extremos del conductor.

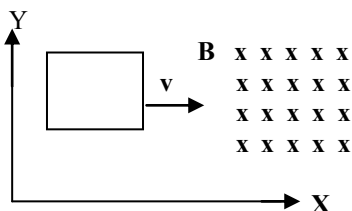
SOLUCIÓN a) 1,6 Wb b) 0.16 V

18° Sobre un hilo conductor de resistencia despreciable, que tiene la forma que se indica en la figura, se puede deslizar una varilla MN de resistencia $R = 10 \Omega$ en presencia de un campo magnético uniforme $\mathbf{B}$, de valor 50 mT, perpendicular al plano del circuito. La varilla oscila en la dirección del eje X de acuerdo con la expresión $x = x_0 + A \sin \omega t$, siendo $x_0 = 10$ cm. $A = 5$ cm, y el periodo de la oscilación 10s.



- Calcule y represente gráficamente en función del tiempo, el flujo magnético que atraviesa el circuito.
- Calcule y represente gráficamente, en función del tiempo, la corriente en el circuito.

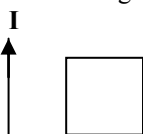
17° Una espira cuadrada de 5 cm de lado, situada en el plano XY, se desplaza con velocidad $\mathbf{v} = 2 \mathbf{i} \text{ cm.s}^{-1}$, penetrando en el instante $t = 0$ en una región del espacio en donde hay un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = -200 \mathbf{k} \text{ mT}$, según se indica en la figura



- Determine la fem inducida y represéntela gráficamente en función del tiempo.
- Calcule la intensidad de la corriente en la espira si su resistencia es de 10Ω
- Haga un esquema indicando el sentido de la corriente.

SOLUCIÓN a) $-2 \cdot 10^{-4} \text{ V}$ b) $-2 \cdot 10^{-5} \text{ A}$ c) En sentido contrario a las agujas del reloj

19° Una espira cuadrada de alambre conductor está cerca de un cable recto, indefinido, recorrido por una corriente I como indica la figura. Explica razonadamente en qué sentido circulará la corriente inducida en la espira.



- Si se aumenta la corriente
- Si dejando constante la corriente, se desplaza la espira hacia la derecha, manteniéndose en el mismo plano.

SOLUCIÓN

- Si aumentamos la corriente, aumentamos el flujo, induciéndose una corriente que se opone a la causa que lo produce (ley de Lenz). por tanto la corriente inducida circulará en sentido contrario a las agujas del reloj, para crear un campo magnético contrario al creado por el conductor.
- Al desplazar la espira hacia la derecha, aumentamos la distancia "d", y entonces el flujo disminuye, por lo que la corriente inducida circulará en sentido de las agujas del reloj, para crear un campo magnético del mismo sentido que el creado por el conductor

20° Una bobina de 10 espiras y forma cuadrada tiene 5 cm de lado y se encuentra en el interior de un campo magnético variable con el tiempo, cuya inducción es $B(t) = 2 t^2 \text{ T}$ formando un ángulo de 30° con la normal a la espira.

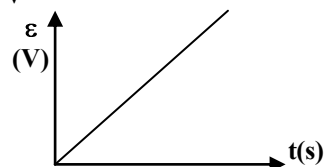
- Calcula el flujo instantáneo del campo a través de la espira.
- Representar gráficamente la f.e.m. inducida en función del tiempo y calcular su valor para $t = 4 \text{ s}$.
- Si la bobina tiene una resistencia total de 2Ω , calcula la intensidad de corriente a los 4 s.

SOLUCIÓN a) $4,33 \cdot 10^{-2} t^2$ b) $-8,66 \cdot 10^{-2} t$ V

Para $t = 4s \rightarrow \varepsilon = -0,346$ V

Representamos la fuerza
electromotriz en valor
absoluto, el signo menos
indica que se opone a la causa
que la produce (Ley de Lenz)

c) $-0,17$ A



21° Una bobina de 1000 espiras y 5 cm de radio conectada a un galvanómetro y situada perpendicularmente al campo de un electroimán, se extrae bruscamente del mismo. El galvanómetro, cuya resistencia es 1000Ω acusa, en este proceso una carga total inducida de 10^{-3} C. Determina la inducción magnética del electroimán, sabiendo que la bobina tiene una resistencia de 20Ω

SOLUCIÓN : 0,13 T

22° Hallar la autoinducción de una bobina de 2000 espiras si al circular por ella una corriente de 4 A, el flujo vale $2 \cdot 10^{-4}$ Wb.

SOLUCIÓN 0,1 H

23° Hallar el coeficiente de autoinducción de una bobina sabiendo que cuando la corriente que circula por ella varía a razón de 20 A/s la fem inducida en ella es de 5 V

SOLUCIÓN 0,25 H

24° El núcleo de hierro de un solenoide tiene una longitud de 40 cm y una sección de 5 cm^2 . Si el solenoide tiene 10 espiras por cm. Hallar su autoinducción suponiendo que la permeabilidad relativa del hierro vale 500.

SOLUCIÓN 0,126 H

25° Un aparato que tiene una potencia de 300 W a una diferencia de potencial de 125 V debe conectarse a una instalación que suministra la corriente a 220 V. ¿Cuál es la relación entre el nº de espiras del primario y del secundario del transformador que debe utilizarse. ¿Qué intensidades recorren cada uno de los circuitos primario y secundario ?

SOLUCIÓN a) 1,76 b) 2,4 A 1,36 A

26° Un transformador consta de dos bobinas una de 10^4 espiras y otra de 200 espiras:

a) ¿Cuál es el primario si se desea elevar la tensión?

b) Si se aplica al primario una tensión de 220 V ¿Cuál es la tensión en los bornes del secundario ?.

SOLUCIÓN a) primario 200 espiras
b) $11 \cdot 10^3$ V

27° Si una espira circular, conductora, gira en un campo magnético uniforme, alrededor de un diámetro perpendicular a su dirección, con una velocidad de 300 r.p.m. ¿Cuál es el valor de la frecuencia de la corriente alterna inducida ?. Enuncia las leyes en que te basas para su justificación.

SOLUCIÓN : 5 Hz

28° Explica el fundamento físico de un generador de corriente alterna. ¿Qué ley fundamental del electromagnetismo necesitas para ello ? ¿Cuál es su enunciado ?

SOLUCIÓN : Ley de Faraday .Toda variación de flujo que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente inducida , originada por una fuerza electromotriz inducida directamente proporcional a la rapidez con que varía el flujo y directamente proporcional al número de espiras del inducido

La ley de Lenz nos da el sentido de la corriente inducida que siempre se opone al cambio de flujo que la origina.

29° Explique cómo se puede producir en una espira de área **S** una corriente alterna mediante un campo magnético uniforme **B**.

Vibraciones y Ondas

TEMA 6.- MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

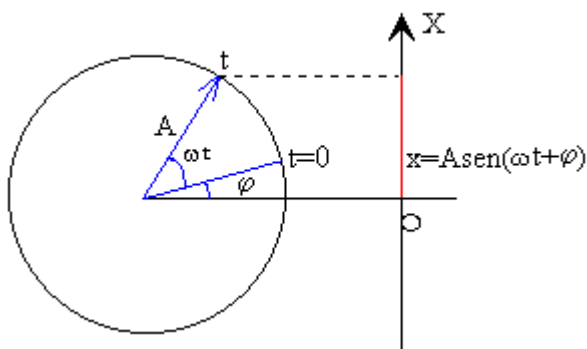
- 6.1.- MAS Y MOVIMIENTO CIRCULAR.
- 6.2 .- MAS
- 6.3.- CINEMÁTICA DE UN MAS
- 6.4.- DINÁMICA DEL MAS
- 6.5.- ENERGÍA DEL MAS
- 6.6 .- MUELLES
- 6.7.- EL PÉNDULO SIMPLE.

Repasa este tema del año anterior. Puedes utilizar la bibliografía indicada al principio del temario. Haz alguno de los problemas planteados en los temas que estudies.

6.1. MAS y movimiento circular

La ecuación de un M.A.S. es

$$x=A\cdot\text{sen}(\omega t+\varphi)$$



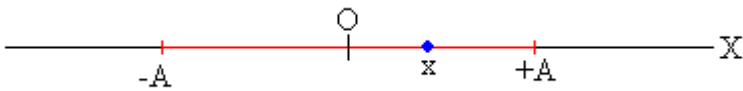
En la figura, se observa la interpretación de un M.A.S. como proyección sobre el eje X, del extremo de un vector rotatorio de longitud igual a la amplitud A , que gira con velocidad angular ω igual a la frecuencia angular del M.A.S, en el sentido contrario a las agujas del reloj.

El ángulo $\omega t + \varphi$ que forma el vector rotatorio con el eje de las X se denomina fase del movimiento. El ángulo φ que forma en el instante $t=0$, se denomina fase inicial.

6.2 . MAS

Una partícula describe un Movimiento Armónico Simple (M.A.S.) cuando se mueve a lo largo del eje X, estando su posición x dada en función del tiempo t por la ecuación

$$x=A\cdot\text{sen}(\omega t+\varphi)$$



donde

- A es la amplitud.
- ω la frecuencia angular.
- $\omega t + \varphi_0$ la fase.
- φ la fase inicial.

Las características de un M.A.S. son:

- Como los valores máximo y mínimo de la función seno son $+1$ y -1 , el movimiento se realiza en una región del eje X comprendida entre $-A$ y $+A$.
- La función seno es periódica y se repite cada 2π , por tanto, el movimiento se repite cuando el argumento de la función seno se incrementa en 2π .

6.3. Cinemática de un M.A.S.

En un movimiento rectilíneo, dada la posición de un móvil, obtenemos la velocidad derivando respecto del tiempo y luego, la aceleración derivando la expresión de la velocidad.

La **posición** del móvil que describe un M.A.S. en función del tiempo viene dada por la ecuación

$$x=A\cdot\text{sen}(\omega t+\varphi)$$

Derivando con respecto al tiempo, obtenemos la **velocidad** del móvil

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Derivando de nuevo respecto del tiempo, obtenemos la **aceleración** del móvil

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

Este resultado se suele expresar en forma de ecuación diferencial

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Esta es la ecuación diferencial de un MAS donde x puede ser cualquier magnitud: un desplazamiento lineal, un desplazamiento angular, la carga de un condensador, una temperatura, etc.

Puede comprobarse que la solución de esta ecuación diferencial es

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Condiciones iniciales

Conociendo la posición inicial x_0 y la velocidad inicial v_0 en el instante $t=0$.

$$x_0 = A \cdot \sin \varphi$$

$$v_0 = A \omega \cdot \cos \varphi$$

se determinan la amplitud A y la fase inicial φ

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad \tan \varphi = \frac{x_0 \omega}{v_0}$$

6.4. Dinámica de un M.A.S.

Aplicando la segunda ley de Newton obtenemos la expresión de la fuerza necesaria para que un móvil de masa m describa un M.A.S. Esta fuerza es proporcional al desplazamiento x y de sentido contrario a éste.

$$F = m a = -m \omega^2 x$$

Como la fuerza F es conservativa. El trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre el valor inicial y el final de la energía potencial E_p .

$$\int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx = E_{p1} - E_{p2}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} -kx \cdot dx = -\frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2} m \omega^2 x_1^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 x_2^2$$

La expresión de la energía potencial es

$$E_p(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 + c$$

Donde c es cualquier constante. Se toma como nivel cero de la energía potencial $E_p=0$ cuando el móvil está en el origen, $x=0$, por lo que $c=0$

La energía total E , es la suma de la energía cinética E_k y de la energía potencial E_p que es constante.

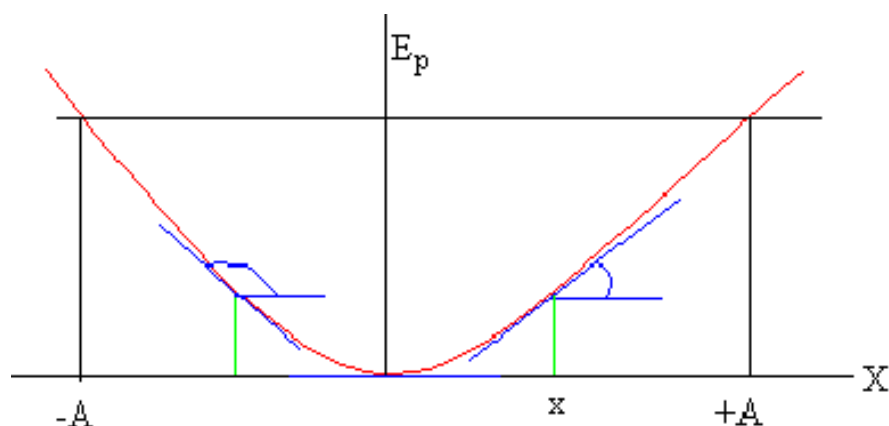
$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 =$$

$$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

6.5. ENERGÍA DEL MAS

La función $E_p = m\omega^2 x^2/2$ representa una parábola cuyo vértice está en el origen, que tiene un mínimo en $x=0$ cuyo valor es $E_p=0$.

Las región donde se puede mover la partícula está determinada por la condición de que la energía cinética ha de ser mayor o igual a cero $E_k \geq 0$. En otras palabras, que la energía total sea mayor o igual que la energía potencial $E \geq E_p$. Si la partícula tiene una energía total E , la partícula solamente se podrá mover en la región comprendida entre $-A$ y $+A$, siendo A la amplitud de su M.A.S.



El módulo y el sentido de la fuerza vienen dados por la pendiente de la recta tangente cambiada de signo. Por tanto, la fuerza que actúa sobre la partícula es negativa a la derecha del origen y positiva a la izquierda.

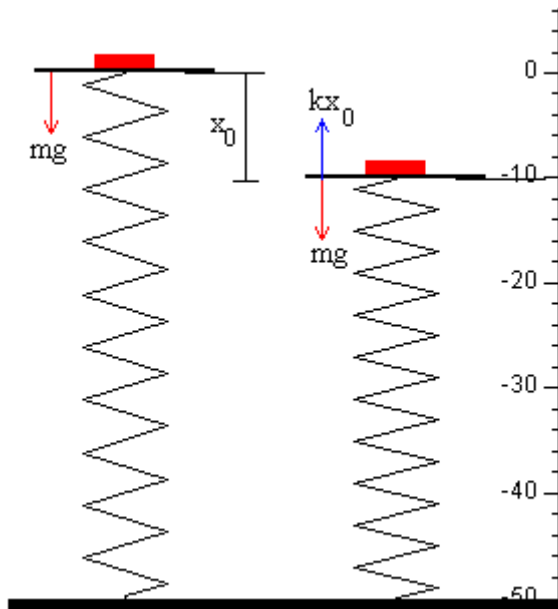
$$F = -\frac{dE_p}{dx} = -m\omega^2 x$$

En el origen la pendiente es nula, la fuerza es nula, una situación de equilibrio, que por coincidir con un mínimo de la energía potencial es de carácter estable.

6.6 .MUELLES

El bloque unido al muelle describirá un Movimiento Armónico Simple de frecuencia angular

$$\omega^2 = k/m$$



La posición de equilibrio se determina a partir de la condición de que la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo sea nula.

La posición x_0 será tal que $mg = kx_0$

La ecuación del movimiento del sistema oscilante es

$$x = -x_0 + A \cdot \sin(\omega t + j)$$

Derivando con respecto del tiempo, obtenemos la expresión de la velocidad v .

$$v = dx/dt = A\omega \cdot \cos(\omega t + j)$$

En el instante $t=0$, el móvil se encuentra en la posición $x=0$ con velocidad nula $v=0$

Con estos datos determinamos la amplitud A y la fase inicial j .

$$0 = -x_0 + A \cdot \sin j$$

$$0 = A\omega \cdot \cos j$$

la fase inicial es $j = \pi/2$ y la amplitud $A = x_0$

La ecuación del movimiento es

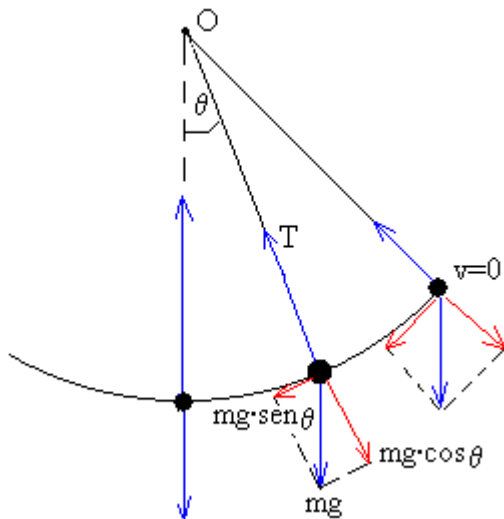
$$x = -x_0 + x_0 \cdot \sin(\omega t + \pi/2) \text{ o bien,}$$

$$x = x_0 \cdot (-1 + \cos(\omega t))$$

6.7 El péndulo simple

Un péndulo simple se define como una partícula de masa m suspendida del punto O por un hilo inextensible de longitud l y de masa despreciable.

Si la partícula se desplaza a una posición q_0 (ángulo que hace el hilo con la vertical) y luego se suelta, el péndulo comienza a oscilar.



El péndulo describe una trayectoria circular, un arco de una circunferencia de radio l . Estudiaremos su movimiento en la dirección tangencial y en la dirección normal.

Las fuerzas que actúan sobre la partícula de masa m son dos

- el peso mg
- La tensión T del hilo

Descomponemos el peso en la acción simultánea de dos componentes, $mg \cdot \sin q$ en la dirección tangencial y $mg \cdot \cos q$ en la dirección radial.

- Ecuación del movimiento en la dirección radial

La aceleración de la partícula es $a_n = v^2/l$ dirigida radialmente hacia el centro de su trayectoria circular.

La segunda ley de Newton se escribe

$$ma_n = T - mg \cdot \cos q$$

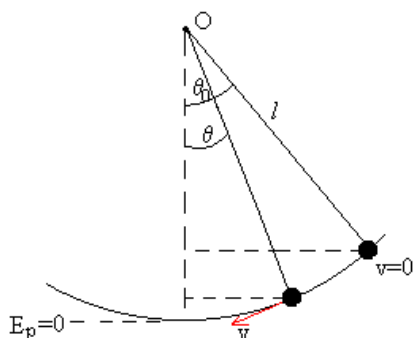
Conocido el valor de la velocidad v en la posición angular q podemos determinar la tensión T del hilo.

La tensión T del hilo es máxima, cuando el péndulo pasa por la posición de equilibrio, $T = mg + mv^2/l$

Es mínima, en los extremos de su trayectoria cuando la velocidad es cero, $T = mg \cos q_0$

- Principio de conservación de la energía

En la posición $\theta = \theta_0$ el péndulo solamente tiene energía potencial, que se transforma en energía cinética cuando el péndulo pasa por la posición de equilibrio.



Comparemos dos posiciones del péndulo:

En la posición extrema $\theta=\theta_0$, la energía es solamente potencial. $E=mg(l-l\cos\theta_0)$

En la posición θ , la energía del péndulo es parte cinética y la otra parte potencial $E = \frac{1}{2}mv^2 + mg(l-l\cos\theta)$

La energía se conserva

$$v^2=2gl(\cos\theta-\cos\theta_0)$$

La tensión de la cuerda es

$$T=mg(3\cos\theta-2\cos\theta_0)$$

La tensión de la cuerda no es constante, sino que varía con la posición angular θ . Su valor máximo se alcanza cuando $\theta=0$, el péndulo pasa por la posición de equilibrio (la velocidad es máxima). Su valor mínimo, cuando $\theta=\theta_0$ (la velocidad es nula).

- Ecuación del movimiento en la dirección tangencial

La aceleración de la partícula es $a_t=dv/dt$.

La segunda ley de Newton se escribe

$$ma_t=-mg\cdot\text{sen}\theta$$

La relación entre la aceleración tangencial a_t y la aceleración angular a es $a_t=a \cdot l$. La ecuación del movimiento se escribe en forma de ecuación diferencial

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\text{sen}\theta = 0 \quad (1)$$

Medida de la aceleración de la gravedad

Cuando el ángulo θ es pequeño entonces, $\text{sen}\theta \approx \theta$, el péndulo describe oscilaciones armónicas cuya ecuación es

$$\theta = \theta_0 \cdot \text{sen}(\omega t + j)$$

de frecuencia angular $\omega^2=g/l$, o de periodo

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

PROBLEMAS DE VIBRACIONES Y ONDAS

1º PROBLEMAS DE M.A.S.

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Una partícula que realiza un M.A.S. recorre una distancia total de 20 cm en cada vibración completa y su máxima aceleración es de 50 cm/s^2 .

- a) ¿Cuáles son los valores de su amplitud, período y velocidad máxima?
b) ¿En qué posiciones de la trayectoria se consiguen los valores máximos de la velocidad y de la aceleración?

a) $A = \frac{20}{4} = 5 \text{ cm}$ **A = 5 cm**

$a = -\omega^2 x$ La aceleración es máxima cuando $x = A$

$$a_{\max} = -\omega^2 A \Rightarrow -50 = -5\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 10 \Rightarrow \omega = \sqrt{10} \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{10}} = 1,98 \text{ s}$$

T = 1,98 s

$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ La velocidad es máxima cuando $x = 0$

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{10} \cdot 5 = 15,8 \text{ cm/s}$$

$v_{\max} = 15,8 \text{ cm/s}$

- b) **$v_{\max}$ para $x = 0$**
 $a_{\max}$ para $x = A = 5 \text{ cm}$

2º Una masa **m** oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se añade otra masa de 300 g, la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. Determine:

- a) El valor de la masa **m** y de la constante recuperadora del resorte.
b) El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.

a)

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_1^2 = \frac{k}{4\pi^2 m} \Rightarrow k = 4\pi^2 m f_1^2$$

$$f_2^2 = \frac{k}{4\pi^2 (m + 0,3)} \Rightarrow k = 4\pi^2 (m + 0,3) f_2^2$$

$$4\pi^2 m f_1^2 = 4\pi^2 (m + 0,3) f_2^2$$

$$m f_1^2 = (m + 0,3) f_2^2 \Rightarrow m = 0,25m + 0,075 \Rightarrow m - 0,25m = 0,075 \Rightarrow 0,75m = 0,075 \Rightarrow m = 0,1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

m = 100g

$$k = 4\pi^2 m f_1^2 = 4\pi^2 \cdot 0,1 \cdot 1^2 = 3,95 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$k = 3,95 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

b)

$$E_{m1} = \frac{1}{2} k A_1^2 \quad \text{Si } E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow A_1 = A_2 = 5 \text{ cm}$$

$$E_{m2} = \frac{1}{2} k A_2^2$$

$$A_1 = A_2 = 5 \text{ cm}$$

3° Una partícula realiza un M.A.S. con una amplitud de 8 cm y un período de 4 s. Sabiendo que en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición de elongación máxima

- Determine la posición de la partícula en función del tiempo
- ¿Cuáles son los valores de la velocidad y de la aceleración 5 s después de que la partícula pase por el extremo de la trayectoria ?.

a) En función del coseno $x = A \cos(\omega t + \varphi_0) = 8 \cdot \cos \frac{\pi}{2} t$

En función del seno $x = A \sin(\omega t + \varphi_0) = 8 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right)$

Escogemos en función del coseno $x = 8 \cos \frac{\pi}{2} t$ (en unidades c.g.s.)

b) Para $t = 5s$

$$x = 8 \cdot \cos \frac{\pi}{2} 5 = 0$$

$$v = \omega A = \frac{\pi}{2} 8 = 4\pi \text{ m/s}$$

$$v = -4\pi \text{ cm/s} \quad \text{En sentido hacia la posición de equilibrio}$$

$$a = -\omega^2 x = 0 \quad a = 0$$

4° Un oscilador armónico constituido por un muelle de masa despreciable, y una masa en el extremo de valor 40 g, tiene un período de oscilación de 2 s.

- ¿Cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle idéntico al primero, para que la frecuencia de oscilación se duplique ?.
- Si la amplitud de las oscilaciones en ambos osciladores es 10 cm, ¿cuánto vale, en cada caso, la máxima energía potencial del oscilador y la máxima velocidad alcanzada por su masa?

a)

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}} \rightarrow \omega_1 = \frac{k}{4\pi m_1}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_2}} \rightarrow \omega_2 = \frac{k}{4\pi m_2}$$

Si dividimos las dos ecuaciones

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 f_1^2}{f_2^2} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \cdot f_1^2}{4 f_1^2} = 10^{-2} \text{ Kg} = 10 \text{ g}$$

$$m_2 = 10 \text{ g}$$

b)

$$\text{Como } A_1 = A_2 = A \Rightarrow E_{P1\max} = E_{P2\max}$$

$$E_{P1\max} = E_{P2\max} = \frac{1}{2} K A^2$$

$$k = 4\pi m_1 f_1^2 = 4\pi \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5^2 = 0,39 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$E_{P\max} = \frac{1}{2} 0,39 \cdot 0,1^2 = 0,0195 \text{ J}$$

$$E_{P\max} = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

La velocidad es máxima para $x=0$

$$v_{1\max} = \omega_1 A = 3,14 \cdot 0,1 = 0,314 \text{ cm/s}$$

$$v_{1\max} = 0,314 \text{ cm/s}$$

$$v_{2\max} = \omega_2 A = 6,28 \cdot 0,1 = 0,628 \text{ cm/s}$$

$$v_{2\max} = 0,628 \text{ cm/s}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Un M. A.S. tiene una $A = 2 \text{ cm}$ y un $T = 1/3 \text{ s}$. Calcula al cabo de 8,25 s, su elongación, velocidad y aceleración.

$$\text{SOLUCIÓN } -2 \text{ cm} ; 0 ; 0,72\pi^2 \text{ cm/s}^2$$

2º Halla la ecuación de un M.A.S. obtenido al proyectar el M.C.U. de un punto que gira a 20 r.p.m. sobre una circunferencia cuyo diámetro es de 2 m. Halla también la elongación, velocidad y aceleración en 3 s.

$$\text{SOLUCIÓN } \sin 2\pi t/3 ; 0 ; 2,09 \text{ m/s} ; 0$$

3º Calcula la elongación de un M.A.S. de 3 cm, de amplitud y 0,8 s de período, en el instante 0,1 s.

$$\text{SOLUCIÓN } 2,12 \text{ cm}$$

4º Una cuerda de una guitarra vibra con una $A = 2 \text{ mm}$ y una frecuencia de 50 Hz. Calcula el valor de su velocidad máxima

$$\text{SOLUCIÓN } 0,63 \text{ m/s.}$$

5º Un M.A.S. tiene esta ecuación general $x = 7 \sin(3\pi t + \pi/2)$. ¿Cuáles son sus características? ¿Cuánto valdrá x , v y a para $t=0$ y para $t=0,5 \text{ s}$? ¿Y su velocidad y aceleración máximas?

$$\text{SOLUCIÓN : } A = 7 ; \omega = 3\pi ; \varphi_0 = \pi/2$$

$$\text{Para } t = 0 \text{ s} \rightarrow x = 7 ; v = 0 ; a = -63\pi^2$$

$$\text{Para } t = 0,5 \text{ s} \rightarrow x = 0 ; v = 21\pi ; a = 0$$

$$V_m = 21\pi ; a_m = -63\pi^2$$

6º ¿Cuál es la ecuación de un M.A.S. sabiendo que posee una amplitud de 15 cm, una frecuencia de 4 Hz y que para $t=0$ el móvil se encuentra en el punto medio de la amplitud.

$$\text{SOLUCIÓN } x = 0,15 \sin(8\pi t + \pi/6)$$

7º La aceleración del movimiento de una partícula viene expresada por la relación $a = -k y$, siendo “y” el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio y “k” una constante. ¿ De que movimiento se trata ? ¿ Qué representa k ? ¿Cuál es la ecuación del citado movimiento ?.

SOLUCIÓN :

- De un M.A.S. Porque la aceleración es proporcional al desplazamiento y de sentido hacia el centro de la trayectoria y por tanto la fuerza también.
- “ k ” representa la ω^2 (El cuadrado de la pulsación)
- La ecuación será $y = A \sin (\omega t + \varphi_0)$

8º A un resorte cuando se le cuelga un cuerpo de 10 Kg de masa alarga 2 cm . A continuación se le añade una masa de otros 10 Kg , y se le da al conjunto un tirón hacia abajo , de forma que el sistema se pone a oscilar con una amplitud de 3 cm. Determina :

- a) T y f del movimiento
- b) Posición, velocidad, aceleración y fuerza recuperadora a los 0,5 s de iniciado el mismo.
- c) La diferencia de fase entre ese instante y el inicial.

SOLUCIÓN : a) 0,4 s ; 2,5 Hz

b) $-8,7 \cdot 10^{-4}$ m ; 0,47 m / s ; 0,21 m/s²; 4,26 N

c) 7,825 rad . Están desfasados los dos instantes en 1,54 rad

9º Un cuerpo de 500 g de masa pende de un muelle . Cuando se tira de él 10 cm por debajo de su posición de equilibrio y se abandona a sí mismo oscila con un período de 2 s.

- a) ¿Cuál es su velocidad al pasar por la posición de equilibrio ?
- b) ¿Cuál es su aceleración cuando se encuentra a 10 cm por encima de su posición de equilibrio ?
- c) ¿Cuánto de acortará el muelle si se quita el cuerpo ?

SOLUCIÓN a) $0,1 \pi$ m/s

b) $-0,1 \pi^2$ m/s²

c) 1 m

10º Una masa oscila con una frecuencia de 8 Hz y una amplitud de 4 cm. Si $m = 2$ g , calcular la energía cinética y la energía potencial del oscilador cuando la elongación vale 1 cm

SOLUCIÓN $3,78 \cdot 10^{-3}$ J $0,25 \cdot 10^{-3}$ J

11º Explica como varía la energía mecánica de un oscilador lineal si :

- a) Se duplica la amplitud
- b) Se duplica la frecuencia.
- c) Se duplica la amplitud y se reduce la frecuencia a la mitad

SOLUCIÓN

a) Si se duplica la amplitud la energía mecánica se hace 4 veces mayor.

b) Si se duplica la frecuencia la energía mecánica se hace 4 veces mayor.

c) Si se duplica la amplitud y la frecuencia se reduce a la mitad la energía mecánica no varía

12º Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, explique que efecto tiene :

- a) En la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones.
- b) En la velocidad y el período de oscilación

SOLUCIÓN a) $A_2 = \sqrt{2} A_1$; la frecuencia no varía

b) $v_2 = \sqrt{2} v_1$; el período de oscilación no varía

13° ¿ En qué instantes y posiciones se igualan las energías cinética y potencial para un móvil que describe un M. A. S. ?.

SOLUCIÓN $\frac{A}{\sqrt{2}}$

14° a) ¿ En qué posición del movimiento armónico la velocidad es igual a la mitad de su valor máximo ?.

b) Si se duplica la masa que soporta un muelle ¿ como varía su frecuencia de oscilación?.

SOLUCIÓN a) para $x = \frac{\sqrt{3}}{2} A$

b) $f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$

15° Al caer una pelota de 30 g de masa en una red, ésta se pone a vibrar con una frecuencia de 0,5 Hz. Calcula la frecuencia de oscilación cuando caiga una pelota de 10 g.

SOLUCIÓN 0,75 Hz

16° Un punto material está animado de un M.A.S. a lo largo del eje X, alrededor de su posición de equilibrio en $x=0$. En el instante $t=0$, el punto material está situado en $x=0$ y se desplaza en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 40 cm.s^{-1} . La frecuencia del movimiento es de 5 Hz.

- a) Determine la posición en función del tiempo.
- b) Calcule la posición y la velocidad en el instante $t=5 \text{ s}$

SOLUCIÓN a) $x = \frac{4}{\pi} \cos(10\pi + \frac{\pi}{2}) (\text{c.g.s.})$

b) $x_{5s}=0 \quad v_{5s}=-40 \text{ cm/s}$

17° Una partícula de 6 g de masa se mueve a lo largo del eje X, atraída hacia el origen con una fuerza que es, en Newton, diez veces su distancia “x” respecto al origen. Si la partícula parte del reposo en la posición $x=5 \text{ cm}$. Se pide:

- a) Ecuación del movimiento de la partícula.
- b) Período, frecuencia y energía total del mismo.

SOLUCIÓN a) $x = 5 \cdot 10^{-2} \cos 40,8 t$

b) $T=0,15 \text{ s}$; $f=6,5 \text{ Hz}$; $E_T=0,0125 \text{ J}$

18° A un resorte, cuya longitud natural, cuando está colgado de un punto fijo es de 40 cm, se le pone una masa de 50 g, unida a su extremo libre. Cuando esta masa está en posición de equilibrio, la longitud del resorte es de 45 cm. La masa se impulsa 6 cm hacia abajo y se suelta. Calcula:

- a) La constante recuperadora del muelle.
- b) Las expresiones de la elongación, de la velocidad, de la aceleración y de la fuerza.
- c) Los valores máximos de las magnitudes anteriores.

SOLUCIÓN a) $K=9,8 \text{ N/m}$

b) $y = 6 \cdot 10^{-2} \sin (14 t + 3\pi/2)$; $y_{\max} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$v = 84 \cdot 10^{-2} \cos (14 t + 3\pi/2)$; $v_{\max} = 84 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

$a = -11,76 \cdot \sin (14 t + 3\pi/2)$; $a_{\max} = -11,76 \text{ m/s}^2$

$F = -0,588 \sin (14 t + 3\pi/2)$; $F_{\max} = 0,588 \text{ N}$

19° Un bloque de 1,2 kg de masa oscila libremente unido a un resorte de masa despreciable y constante recuperadora $k=300 \text{ N/m}$, en un plano horizontal sin rozamiento, con una velocidad máxima de 30 cm/s . Determine :

- a) El período del movimiento
- b) El desplazamiento máximo del bloque con respecto a la posición de equilibrio.

- c) Las energías cinética, potencial y total del bloque cuando se encuentra en la posición de desplazamiento máximo.

SOLUCIÓN a) $T = 0,397 \text{ s}$
 b) $A = 0,0189 \text{ m}$
 c) $E_c = 0$; $E_p = 0,053 \text{ J}$; $E_m = 0,053 \text{ J}$

20° Un cuerpo de 1,4 Kg de masa se une a un muelle de constante elástica 15 N/m . El sistema se pone a oscilar horizontalmente con una $A = 2 \text{ cm}$. Determinar:

- a) Energía total del sistema
 b) E_c y E_p cuando el desplazamiento es de 1,3 cm.
 c) Velocidad máxima

SOLUCIÓN a) $E_T = 3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$
 b) $E_c = 1,27 \cdot 10^{-3} \text{ J}$; $E_p = 1,73 \cdot 10^{-3} \text{ J}$
 c) $v_{\max} = 6,5 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$

21° Una partícula cuya masa es 50 g, se mueve con M. A. S. de período 0,3 s y amplitud 20 cm. Determinar:

- a) Los valores de la fuerza y de la energía cinética cuando la partícula está situada a 10 cm de la posición de equilibrio.
 b) La variación de la energía potencial cuando la partícula pasa de estar situada a 10 cm a estar situada a 20 cm de la posición de equilibrio.

SOLUCIÓN a) $F = -2,19 \text{ N}$; $E_c = 0,328 \text{ J}$
 b) $\Delta E_p = 0,328 \text{ J}$

22° Una pequeña esfera homogénea de masa 1,2 Kg que cuelga de un resorte vertical, de masa despreciable y constante recuperadora $k = 300 \text{ N/m}$, oscila libremente con una velocidad máxima de 30 cm/s . Determinar:

- a) El período del movimiento.
 b) El desplazamiento máximo de la esfera respecto de la posición de equilibrio.
 c) Las energías cinética, potencial y total de la esfera cuando se encuentra en la posición de desplazamiento máximo

SOLUCIÓN a) $T = 0,4 \text{ s}$
 b) $A = 0,0019 \text{ m}$
 c) $E_c = 0$; $E_p = E_T = 0,054 \text{ J}$

23° En un movimiento pendular, la longitud del hilo es de 1 m, la masa 2 Kg y la amplitud de las oscilaciones de 30° . Calcula la energía cinética del péndulo al pasar por la posición de equilibrio.

SOLUCIÓN 2,62 J

24° La masa de la Luna es aproximadamente $6,5 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$ y su radio $16 \cdot 10^5 \text{ m}$. ¿Cuál será el período de oscilación en la superficie lunar de un péndulo cuyo período en la Tierra es de un segundo?
 ($6,67 \cdot 10^{-11}$ en el S. I.)

SOLUCIÓN $T_L = 2,4 \text{ s}$

25° Sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre es aproximadamente 6 veces la aceleración de la gravedad en la superficie lunar. ¿Cuál será el período de oscilación en la superficie lunar de un péndulo cuyo período en la Tierra es de un segundo?

SOLUCIÓN $T_L = 2,45 \text{ s}$

26° Un péndulo simple oscila en la superficie de la Tierra con un período de 2 segundos. Sabiendo que la masa de la Luna es 0,012 veces la masa de la Tierra y que el radio lunar es 0,27 veces el radio terrestre, ¿cuál sería el período de oscilación del mismo péndulo en la superficie de la Luna? Razona la respuesta.

SOLUCIÓN $T_L = 2,46 \text{ s}$

TEMA 7.- MOVIMIENTO ONDULATORIO. PROPIEDADES DE LAS ONDAS.

- 7.1.- INTRODUCCIÓN.
 - 7.2.- CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS.
 - 7.3.- MAGNITUDES QUE CARACTERIZAN UNA ONDA.
 - 7.4.- LA ECUACIÓN DE ONDAS.
 - 7.5.- ENERGÍA ASOCIADA AL MOVIMIENTO ONDULATORIO.
 - 7.6.- INTENSIDAD DE UNA ONDA.
 - 7.7.- ABSORCIÓN DE ONDAS.
 - 7.8.- PRINCIPIO DE HUYGENS.
 - 7.9.- REFLEXIÓN.
 - 7.10.- REFRACCIÓN.
 - 7.11.- INTERFERENCIA.
 - 7.12.- ONDAS ESTACIONARIAS.
 - 7.13.- POLARIZACIÓN.
 - 7.14.- DIFRACCIÓN
 - 7.15.- EFECTO DOPPLER.
-

7.1.- INTRODUCCIÓN.

El Movimiento ondulatorio es un proceso por el que se propaga energía, mediante un movimiento vibratorio, de un lugar a otro sin transferencia de materia.

En cualquier punto de la trayectoria de propagación se produce un desplazamiento periódico, u oscilación (MAS), alrededor de una posición de equilibrio. Puede ser una oscilación de moléculas de aire, como en el caso del sonido que viaja por la atmósfera, de moléculas de agua (como en las olas que se forman en la superficie del mar) o de porciones de una cuerda o un resorte. En todos estos casos, las partículas oscilan en torno a su posición de equilibrio y sólo la energía avanza de forma continua. Estas ondas se denominan **mecánicas** porque la energía se transmite a través de un medio material, sin ningún movimiento global del propio medio. Las únicas ondas que no requieren un medio material para su propagación son las ondas **electromagnéticas**; en ese caso las oscilaciones corresponden a variaciones en la intensidad de campos magnéticos y eléctricos.

En este tema vamos a estudiar el movimiento ondulatorio en general, y las propiedades de las ondas.

7.2.- CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS.

Las ondas se pueden clasificar en función de los siguientes criterios:

Según el **medio** por el que se propagan:

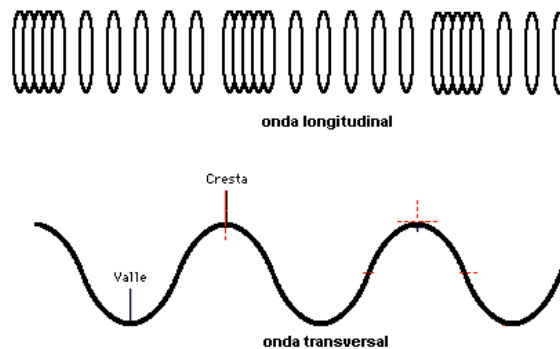
MECÁNICAS O MATERIALES: se propagan a través de un medio.

ELECTROMAGNÉTICAS: se propagan en el vacío.

Según las **direcciones de propagación y vibración**:

LONGITUDINALES: la dirección de propagación y vibración coinciden (muelle).

TRANSVERSALES: la dirección de propagación es perpendicular a la de vibración (cuerda).



Según el **modo de propagación de la energía**:

UNIDIMENSIONALES: se propagan en una sola dirección, como la cuerda.

BIDIMENSIONALES: se propagan en dos dimensiones, como las ondas generadas por una piedra al caer sobre una superficie de agua. Pueden ser circulares o planas.

TRIDIMENSIONALES: se propagan en tres dimensiones como la luz de una bombilla. Suelen ser ondas esféricas.

7.3.- MAGNITUDES QUE CARACTERIZAN UNA ONDA.

Vamos a definir una serie de magnitudes que nos ayudarán a describir las ondas, especialmente para poder describir el movimiento ondulatorio mediante expresiones matemáticas.

Por simplicidad vamos a utilizar una onda transversal unidimensional (una cuerda):



LONGITUD DE ONDA (λ): distancia entre dos puntos consecutivos que estén en el mismo estado de vibración. Su unidad es el metro.

AMPLITUD (A): Máxima elongación en el movimiento de vibración de la partícula. Tiene unidades de longitud.

FRECUENCIA (f o ν): número de vibraciones que realiza una partícula por unidad de tiempo. Se mide en s^{-1} o hercios (Hz).

PERIODO (T): tiempo que tarda un punto en recorrer una oscilación. Tiene unidades de tiempo. Se relaciona con la frecuencia: $T = 1/f$.

VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN (u): Rapidez con la que se desplaza la perturbación. Depende del medio pero no del foco emisor. $u = f \cdot \lambda$.

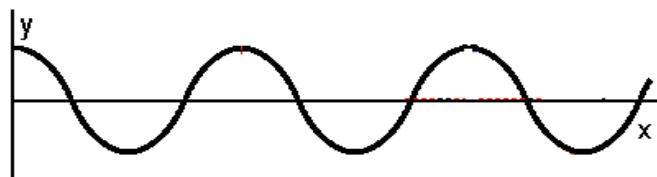
NÚMERO DE ONDAS (k): es el número de longitudes de onda que caben en 2π metros. $k=2\pi/\lambda$. Su unidad es rad/m.

VELOCIDAD DE VIBRACIÓN (v): velocidad a la que se mueve cada partícula. Se corresponde con la velocidad del MAS.

7.4.- LA ECUACIÓN DE ONDAS.

Si nos seguimos fijando en la onda transversal plana, nos damos cuenta de que coincide en su representación gráfica con las funciones sinusoidales (seno o coseno). Así pues la ecuación de ondas contendrá esta función.

Si recordamos la ecuación de posición con el tiempo del MAS ya vimos que también tenía la función seno o coseno.



La expresión matemática de las ondas viene dada por la **Ecuación de D'Alembert**:

$$Y(x, t) = A \operatorname{sen}(wt - kx + \varphi_0)$$

al término $\phi = wt - kx + \varphi_0$ se le llama **fase de la onda** y φ_0 es la fase inicial.

Se suele escribir también la ecuación de ondas en función del coseno, y solo se diferencia en la fase inicial.

Si el término con x lleva el signo $(-)$ la onda se propaga en sentido positivo y si lleva el signo $(+)$ se propaga en sentido negativo.

DOBLE PERIODICIDAD DE LA FUNCIÓN DE ONDAS.

El seno y el coseno son funciones periódicas por lo que la función de ondas también lo será. Como la fase de la onda depende de t y de x , la periodicidad se dará para estas dos variables. La periodicidad con el tiempo vendrá dada por el periodo y la periodicidad con el espacio vendrá dada con la longitud de onda.

Es como hacer una foto a una cuerda (periodicidad espacial), o grabar un vídeo fijándonos en un punto de la cuerda (periodicidad temporal).

7.5.- ENERGÍA ASOCIADA AL MOVIMIENTO ONDULATORIO.

La energía mecánica asociada a una partícula que se mueve con un MAS es la suma de su energía cinética y potencial:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2$$

Si operamos en esta expresión podemos llegar a que la energía de una onda viene dada por la expresión:

$$E = 2m\pi^2 f^2 A^2$$

Al avanzar la onda, esta energía se reparte entre más partículas, por lo que la amplitud disminuye; la onda sufre **atenuación**.

Si existen pérdidas de energía por rozamiento, la onda sufre **amortiguación** y acaba por desaparecer.

7.6.- INTENSIDAD DE UNA ONDA.

Llamamos intensidad de una onda en un punto a la energía que atraviesa una unidad de superficie perpendicular a la propagación por unidad de tiempo:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S} \quad \text{donde } P \text{ es la potencia (E/t)}$$

La unidad en el S.I. es el W/m^2

Vamos a ver como varía la intensidad en función de la distancia.

Para una onda plana, si no existe amortiguamiento, la amplitud no varía con la distancia (ya que siempre atraviesa las superficies paralelas la misma energía).

Para una onda esférica, toda la energía que atraviesa una superficie esférica de radio r_1 atravesará otra de radio r_2 , por lo que:

$$I_1 = \frac{E}{4\pi r_1^2 t} \quad \text{y} \quad I_2 = \frac{E}{4\pi r_2^2 t}$$

dividiendo ambas ecuaciones:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

La intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

La amplitud es inversamente proporcional a la distancia, efecto que hemos denominado anteriormente atenuación.

7.7.- ABSORCIÓN DE ONDAS.

Además del amortiguamiento y la atenuación, la absorción es un efecto que se produce en las ondas, con referencia a su energía e intensidad.

Este efecto se produce cuando una onda pasa a través de un medio material, transformándose parte de su energía en otro tipo de energía.

La disminución de energía de la onda es proporcional a la intensidad incidente y al espesor y tipo del material que atraviesa: $dl = -\beta \cdot I \cdot dx$

Con un sencillo cálculo, integrando esta expresión obtenemos:

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta x}$$

donde I_0 es la intensidad incidente.

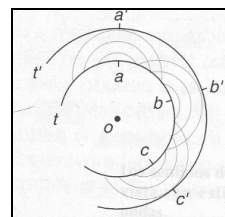
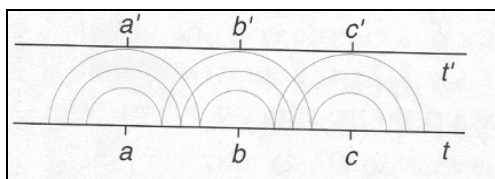
I es la intensidad a la salida.

X es el espesor de material que atraviesa la onda.

β es el coeficiente de absorción del material empleado.

7.8.- PRINCIPIO DE HUYGENS.

Cada punto de un frente de ondas puede considerarse como un foco secundario de nuevas ondas, cuya envolvente es el nuevo frente de ondas.



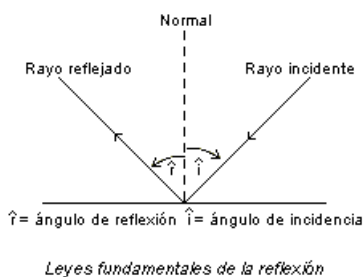
Fresnel completó este principio demostrando que las ondas secundarias que se propagan en dirección contraria a la de propagación de las ondas primarias, tienen energía cero, por lo tanto no existen.

7.9.- REFLEXIÓN.

La reflexión de una onda se produce cuando esta choca con un obstáculo que la hace retroceder hacia el mismo medio de que provenía. La velocidad de propagación por tanto no varía, ya que depende del medio, y las dos ondas tienen las mismas características.

Experimentalmente se comprueban las siguientes **leyes de la reflexión**:

- La dirección de propagación de la onda incidente, de la reflejada y de la recta normal a la superficie que separa los dos medios, están en el mismo plano.
- El ángulo que forma la dirección de propagación de la onda incidente con la normal a la superficie, ángulo de incidencia, es igual al ángulo que forma la dirección de propagación de la onda reflejada con la normal, ángulo de reflexión.



7.10.- REFRACCIÓN.

Se llama refracción al cambio de dirección de propagación que experimenta una onda al pasar de un medio a otro por el que puede propagarse.

El cambio de dirección experimentado por la onda se debe al cambio en la velocidad de propagación.

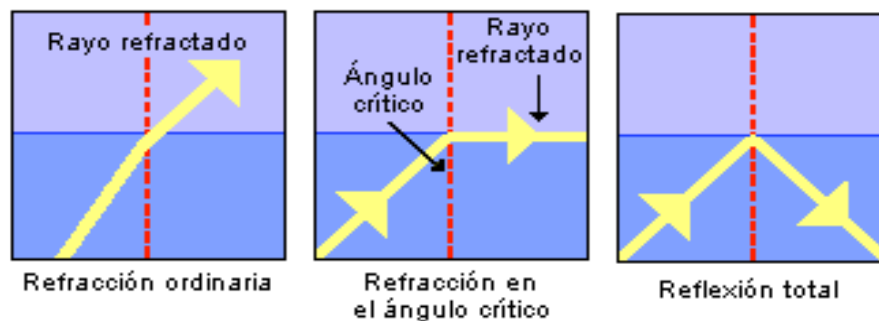
Experimentalmente se comprueban las siguientes **leyes de la refracción**:

- La dirección de propagación de la onda incidente, de la refractada y de la recta normal a la superficie que separa los dos medios están en el mismo plano.

- El ángulo que forma la dirección de propagación de la onda incidente con la normal a la superficie, ángulo de incidencia, y el ángulo que forma la dirección de propagación de la onda refractada con la normal, ángulo de refracción, cumplen la siguiente relación, llamada **ley de Snell**:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$

Se llama ángulo límite (en la figura crítico) al ángulo de incidencia al que corresponde un ángulo de refracción de 90°, y si el ángulo de incidencia es mayor que este ángulo límite la onda se refleja completamente y no se produce refracción, solo reflexión. Este fenómeno está condicionado por la ley de Snell al caso en que $v_2 > v_1$.

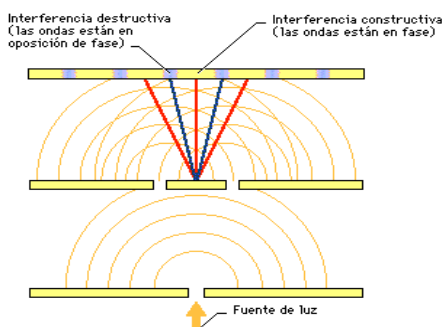


En la unidad correspondiente a la óptica estudiaremos este fenómeno referido a las ondas luminosas.

7.11.- INTERFERENCIA.

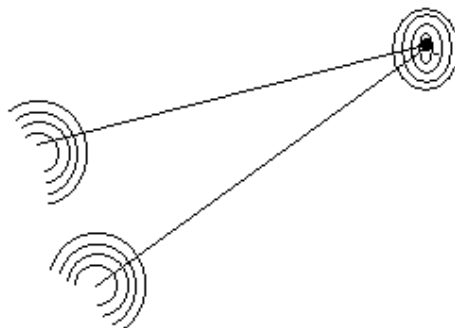
Bernoulli propuso el **principio de superposición de ondas**, para el caso en que dos o más movimientos ondulatorios procedentes de distintos focos y propagándose en el mismo medio se encontrasen.

“La elongación a la que está sometido un punto es igual a la suma vectorial de las elongaciones producidas por cada movimiento por separado”.



Si el resultado de la suma es un refuerzo a la onda inicial la interferencia es constructiva y si el resultado es menor, es una interferencia destructiva.

Vamos a estudiar matemáticamente, partiendo de la ecuación de ondas, las interferencias de dos ondas coherentes, que son aquellas que mantienen constante su diferencia de fase a lo largo del tiempo. Supondremos además que tienen la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud.



Así pues, tenemos dos ondas dadas por:

$$Y_1(x, t) = A \sin(\omega t - kx_1 + \varphi_0)$$

$$Y_2(x, t) = A \sin(\omega t - kx_2 + \varphi_0)$$

Si sumamos ambas ecuaciones, cuando cada una de ellas ha recorrido una distancia x_i desde su foco y ha transcurrido un tiempo t :

$$Y = y_1 + y_2 = \dots = 2A \cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right) \cdot \sin\left(\omega t - k \cdot \frac{x_1 + x_2}{2} + \varphi_0\right)$$

Vemos que corresponde a una nueva ecuación de ondas, cuya amplitud sería:

$$A_T = 2A \cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right)$$

Y donde $\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right)$ es la diferencia de fase entre las dos ondas que interfieren.

Completa los pasos que faltan en la demostración.

INTERFERENCIA CONSTRUCTIVA.

Si $k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} = n\pi$, entonces $\cos k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} = \pm 1$ y por lo tanto la amplitud resultante es máxima y vale $2 \cdot A$. Las ondas llegan al punto de interferencia en fase.

Como $K = 2\pi/\lambda$, despejando de la fase: $x_1 - x_2 = n\lambda$ con $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

INTERFERENCIA DESTRUCTIVA

Si $k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} = (2n + 1)\pi$, entonces $\cos k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} = 0$ y por lo tanto la amplitud resultante vale 0. Las ondas llegan al punto de interferencia en oposición de fase.

Como $K = 2\pi/\lambda$, despejando de la fase: $x_1 - x_2 = (2n + 1) \lambda/2$ con $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

INTERFERENCIA DE ONDAS CON DISTINTA AMPLITUD.

En la demostración anterior hemos utilizado ondas con la misma amplitud para mayor sencillez, pero podemos calcular la interferencia de dos ondas con la misma frecuencia y longitud de onda pero con amplitudes A_1 y A_2 respectivamente.

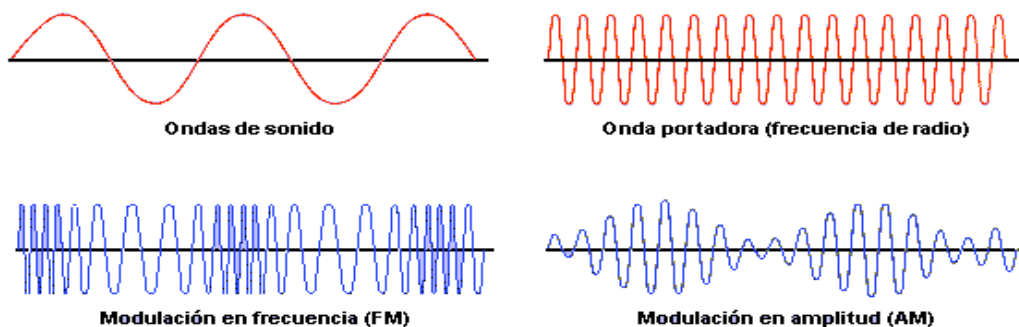
El resultado de sumar las dos ondas es una onda cuya amplitud viene dada por:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cos \delta \quad \text{donde } \delta = 2\pi \cdot (x_1 - x_2)/\lambda$$

El razonamiento para calcular si son interferencias constructivas o destructivas es igual que en el caso anterior.

PULSACIONES.

Se producen cuando a un punto del espacio llegan ondas con frecuencias distintas. La superposición de esas ondas produce las pulsaciones. Estas pulsaciones vienen dadas por la envolvente de la suma de las dos ondas, llamada **onda modulada**, y la frecuencia de dicha pulsación es igual a la diferencia entre las frecuencias de las ondas iniciales.



7.12.- ONDAS ESTACIONARIAS.

Las ondas estacionarias se producen por la interferencia de dos ondas iguales que se propagan en la misma dirección pero en sentidos contrarios. Por ejemplo una cuerda atada de un extremo y en la que provocamos una onda, o un haz de luz reflejado en un espejo.

El resultado de esta interferencia es que existen puntos que siempre quedan en reposo (nodos) y puntos que siempre están en movimiento (vientres).

Si sumamos las dos ondas:

$$Y_+(x, t) = A \operatorname{sen}(wt - kx + 0) \quad y \quad Y_-(x, t) = A \operatorname{sen}(wt + kx + \pi)$$

donde la onda reflejada sufre un cambio de fase inicial π .

Obtenemos:

$$Y = 2 \cdot A \cdot \cos wt \cdot \operatorname{sen} Kx$$

Donde la amplitud resultante sería $2 \cdot A \cdot \operatorname{sen} kx$ que no depende del tiempo, y la onda tiene la misma frecuencia y longitud de onda que la original.

La **amplitud máxima** (vientre) se produce para $\operatorname{sen} kx = \pm 1$, es decir, $kx = (2n + 1)\pi/2$ que en función de la longitud de onda : $x = (2n + 1) \cdot \lambda/4$ con $n = 0, 1, 2, \dots$

La **amplitud mínima** (nodo) se produce para $\operatorname{sen} kx = 0$, es decir, $kx = n\pi$ que en función de la longitud de onda : $x = 2n \cdot \lambda/4$ con $n = 0, 1, 2, \dots$

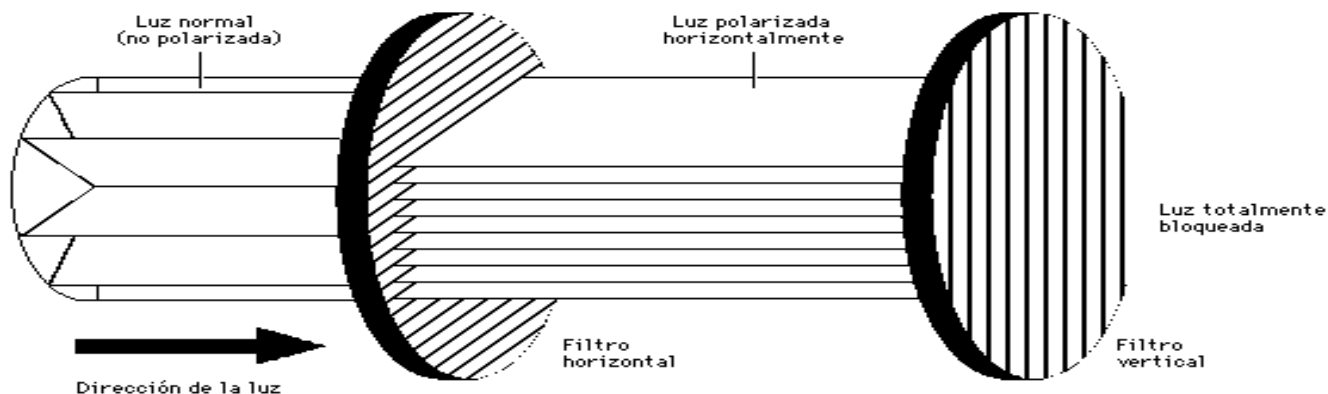
En las ondas estacionarias la energía no se propaga.

7.13.- POLARIZACIÓN.

Es un fenómeno asociado a las ondas transversales. Se produce tanto en ondas materiales como electromagnéticas, aunque debido a diferentes causas.

Por ser mas sencillo el razonamiento, supongamos una onda que se propaga en una cuerda. Cada punto de esa cuerda podrá moverse con un MAS en cualquier dirección, perpendicularmente a la posición de equilibrio. Si se coloca un rendija (un agujero en forma de rendija recta), solo conseguirá moverse la cuerda en la dirección de la rendija, es la dirección en la que hemos polarizado la onda.

Combinando varias rendijas a lo largo de la cuerda en diferentes direcciones podríamos llegar a bloquear completamente la onda.



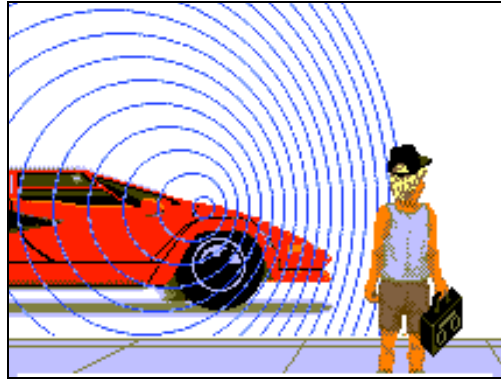
7.14.- DIFRACCIÓN

Cuando en el camino de propagación de una onda se interpone un obstáculo, la onda es capaz de sortearlo y propagarse detrás de él. Las ondas “giran las esquinas”, podemos oír una onda sonora, provocada por el tráfico, antes de llegar a una esquina. Si en una habitación cerrada y a oscuras penetra un poco de luz por un resquicio de la puerta, podemos entrever los muebles.

Todos estos fenómenos son debidos al fenómeno de la difracción, que se da siempre en los fenómenos ondulatorios. (ver figura de difracción e interferencia).

7.15.- EFECTO DOPPLER.

El efecto Doppler consiste en la variación aparente de la frecuencia de cualquier onda emitida, por ejemplo luz o sonido, cuando la fuente de la onda se acerca o se aleja del observador. El efecto toma su nombre del físico austriaco Christian Doppler, que formuló por primera vez este principio físico en 1842. El principio explica por qué, cuando una fuente de sonido de frecuencia constante avanza hacia el observador, el sonido parece más agudo (de mayor frecuencia), mientras que si la fuente se aleja parece más grave. Este cambio en la frecuencia puede ser percibido por un observador que escuche el silbato de un tren rápido desde el andén o desde otro tren. Las líneas del espectro de un cuerpo luminoso como una estrella también se desplazan hacia el rojo si la estrella se aleja del observador. Midiendo este desplazamiento puede calcularse el movimiento relativo de la Tierra y la estrella.



Para calcular la frecuencia a la que nos llegan las ondas, podemos suponer varios casos:

- que el observador esté en reposo y el foco se acerque o se aleje.
- que el foco esté en reposo y sea el observador el que se mueva acercándose o alejándose.
- que tanto el observador como el foco estén en movimiento.

El último caso es el más general y engloba los anteriores. La frecuencia percibida viene dada por la ecuación:

$$f' = f \cdot \frac{v + v_o}{v - v_f}$$

donde v es la velocidad de propagación de la onda
 v_o es la velocidad a la que se mueve el observador
 v_f es la velocidad a la que se mueve el foco
 f es la frecuencia de la onda
 f' es la frecuencia que percibe el observador.

Para utilizar esta expresión hay que tener en cuenta el movimiento relativo del foco y del observador, así pues tomaremos con signo positivo las velocidades de acercamiento y con signo negativo las de alejamiento.

Escribe la expresión matemática de los cuatro casos posibles a partir del caso general de efecto Doppler.

2º PROBLEMAS DE MOVIMIENTO ONDULATORIO

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Uno de los extremos de una cuerda tensa, de 6 m de longitud, oscila transversalmente con un movimiento armónico simple de frecuencia 60 Hz. Las ondas generadas alcanzan el otro extremo de la cuerda en 0,5 s.

Determine:

- a) La longitud de onda y el número de onda de las ondas de la cuerda.
- b) La diferencia de fase de oscilación existente entre dos puntos de la cuerda separados 10 cm.

a)

$$v = \frac{\lambda}{t} = \frac{6}{0,5} = 12 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12}{60} = 0,2 \text{ m}$$

$$\lambda = 0,2 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \text{ rad/m}$$

$$k = 10\pi \text{ rad/m}$$

b)

La diferencia de fase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_1 - x_2) = 10\pi (x_1 - x_2) = 10\pi (0,1) = \pi \text{ rad}$$

$$\Delta\phi = \pi \text{ rad}$$

2º La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa coincidente con el eje X, es: $y = 0,2 \sin(100\pi t - 200\pi x)$, en unidades S.I. Determine:

- a) Los valores del período, la amplitud, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
- b) La expresión matemática de la onda en términos de la función coseno.

a) Por comparación con la expresión matemática de la ecuación de una onda

$$y = A \sin(\omega t - kx)$$

$$A = 0,2 \text{ m}$$

$$\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = 0,02 \text{ s}$$

$$T = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$k = 200\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{200\pi} = 0,01 \text{ m}$$

$$\lambda = 10^{-2} \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = 0,5 \text{ m s}^{-1}$$

b)

$$y = 0,2 \cos (100\pi t - 200\pi x + \frac{\pi}{2})$$

3º Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s.

a) ¿Qué distancia mínima hay en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60°?

b) ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10⁻³ s?

La expresión matemática de la función de una onda es :

$$y = A \cos (\omega t - kx) \quad \text{Donde } \phi = (\omega t - kx) \text{ es la fase de la onda}$$

a)

El desfase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_1 - x_2) \quad \text{En este caso } \Delta\phi = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) \Rightarrow (x_1 - x_2) = \frac{\pi \lambda}{3 \cdot 2\pi} = \frac{0,7}{6} = 0,117 \text{ m}$$

$$x_1 - x_2 = 0,117 \text{ m}$$

b)

El desfase temporal en un mismo punto vendrá dado por la expresión :

$$\Delta\phi = (\omega t_2 - kx) - (\omega t_1 - kx) = \omega(t_2 - t_1) \quad \text{En este caso } t_2 - t_1 = 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Delta\phi = 2\pi f(t_2 - t_1) = 2\pi \cdot 500 \cdot 10^{-3} = \pi \text{ rad}$$

$$\Delta\phi = \pi \text{ rad}$$

3º Un tren de ondas armónicas se propaga en un medio unidimensional de forma que las partículas del mismo están animadas de un movimiento vibratorio armónico simple representado por :

$$y = 4 \sin \left(\frac{\pi}{3} t + \phi \right) \quad (y \text{ en cm, } t \text{ en s}).$$

Determine :

- La velocidad de propagación de las ondas, sabiendo que su longitud de onda es de 240 cm.
- La diferencia de fase en un instante dado correspondiente a dos partículas separadas una distancia de 210 cm.

a)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2,4}{6} = 0,4 \text{ m.s}^{-1} = 40 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$v = 40 \text{ cm.s}^{-1}$$

b)

La diferencia de fase entre dos puntos en un mismo instante vendrá dado por la expresión.

$$\Delta\phi = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{240} 210 = 1,75\pi \text{ rad}$$

$$\Delta\phi = 1,75\pi \text{ rad}$$

4º Una onda transversal que se propaga en una cuerda, coincidente con el eje X, tiene por expresión matemática: $y(x, t) = 2 \sin(7t - 4x)$, en unidades SI.

Determine:

- La velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.
- El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda.

$$y(x, t) = 2 \sin(7t - 4x) \Rightarrow \omega = 7 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7} \text{ s}$$

$$\Rightarrow k = 4 \text{ rad/m} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ m}$$

a)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{7}} = \frac{7}{4} = 1,75 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = 1,75 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = 14 \cos(7t - 4x) \Rightarrow v_{\max} = 14 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_{\max} = 14 \text{ m.s}^{-1}$$

b)

El tiempo que tarda la onda en recorrer una longitud de onda es un período

$$T = \frac{2\pi}{7} = 0,895 \text{ s}$$

$$T = 0,897 \text{ s}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Una cuerda situada según la dirección del eje OX es recorrida por una onda transversal del tipo:

$$y = 0,02 \sin (150 t + 120 x)$$

Calcula:

- a) T, f y λ del movimiento resultante.
- b) Dirección, sentido y velocidad con que se propaga la onda.

SOLUCIÓN 0,042 s ; 23,8 Hz ; 0,052 m ; 1,23 m/s

2º Supuesta la onda definida como:

$$y = 0,5 \sin (4 \pi t - 2 x)$$

Calcula:

- a) Diferencia de fase entre dos puntos tomados en la dirección t sentido de la propagación y que distan entre sí 20 m en un instante determinado.
- b) Diferencia de fase entre dos estados de vibración de un mismo punto correspondiente a dos instantes separados por un intervalo de tiempo de 2 s.

SOLUCIÓN: 40 rad ; 8π rad

3º Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación :

$$y = 0,4 \cos (100t - 0,5 x) \text{ en unidades del S.I.}$$

Calcula:

- a) La longitud de onda y la velocidad de propagación
- b) El tiempo que transcurre desde que se inicia la perturbación en el foco hasta que la onda llegue a la posición $x = 20$ cm
- c) La velocidad de oscilación de la partícula situada en la posición $x = 20$ cm en el instante $t = 0,5$ s.

SOLUCIÓN: a) 12,57 m ; 200 m.s^{-1}
b) 10^{-3} s ; c) $14,29 \text{ m.s}^{-1}$

4º La ecuación de una onda transversal en el S.I. es :

$$y = 0,001 \sin (314 t - 62,8 x).$$

Se pide :

- a) La longitud de onda y la frecuencia.
- b) El tiempo que tarda en llegar desde el foco ($x = 0$) a la posición $x = 10$ m.
- c) La elongación de la partícula situada en la posición $x = 10$ m, 4s después de que la onda llega a dicha posición.

SOLUCIÓN: a) 0,1 m ; 50 Hz
b) 2 s ; 0

5º Una onda transversal queda definida por la ecuación :

$$y = 3 \cos \pi (t \sqrt{2} + x \sqrt{80}).$$

Con x e y en cm y t en s. Determina:

- a) La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es 8 s y 9 s
- b) La diferencia de fase, en un instante dado, de dos partículas separadas 400 cm y 440 cm.

SOLUCIÓN: a) 4π rad ; $\frac{9}{2}\pi$ rad b) 5π rad ; $\frac{11}{2}\pi$ rad

6° La ecuación de propagación de una onda es:

$$y(x,t) = 2 \cos 2\pi (t \setminus 0,01 - x \setminus 30)$$

Calcular:

- Amplitud, frecuencia, período y longitud de onda.
- Escribir la ecuación de onda de las mismas características, pero que se propague en sentido contrario y con doble velocidad.
- ¿ En qué instante y por primera vez, un punto a una distancia $x = 30$ m se encuentra en las mismas condiciones que en el instante $t = 0$?.

SOLUCIÓN: a) 2 m ; 100 Hz ; 0,01 s ; 30 m ;
 b) $2 \cos 2\pi (t \setminus 0,01 + x \setminus 60)$
 c) al cabo de un T

7° La ecuación de una onda transversal es : $y = 25 \sin (0,4 t - 3,14 x)$. En el S.I. ¿ Qué puntos se encuentran en fase y en oposición de fase ?.

SOLUCIÓN: En fase cuando $x_1 - x_2 = n^\circ$ par
 En oposición de fase cuando $x_1 - x_2 = n^\circ$ impar

8° La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es :

$$Y = 0,2 \cos (200 t - 0,5 x), \text{ donde las unidades son cgs.}$$

Calcule :

- La velocidad transversal de la cuerda en $x = 40$ cm y $t = 0,15$ s.
- La ecuación de la onda estacionaria que se generaría por interferencia de la anterior onda con otra que se propagara en sentido opuesto.

SOLUCIÓN: a) 21,76 cm/s
 b) $0,4 \cos 200t \cos 0,5x$

9° Una onda sinusoidal se propaga en el sentido positivo del eje OX con una frecuencia de 100 Hz, con una velocidad de 500 m/s y tiene una amplitud de 15 cm. Calcula :

- La ecuación de la onda más general.
- La separación entre dos puntos cuya diferencia de fase, en un cierto instante, es de $\pi / 5$ radianes.
- La diferencia de fase entre dos vibraciones de un mismo punto del espacio separadas por un intervalo de tiempo de $2,5 \cdot 10^{-3}$ s.

SOLUCIÓN: a) $y = 0,15 \sin (200\pi t - 0,4 \pi x)$
 b) 0,5 m ; c) $0,5\pi$ rad

10° Un oscilador vibra con una frecuencia de 500 Hz y genera ondas con una velocidad de 350 m/s. Determina:

- La separación de dos puntos consecutivos que vibren con una diferencia de fase de 60°
- El intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados de vibración consecutivos de un punto con una diferencia de fase de 180° .
- Diferencia de fase en un instante entre dos puntos separados por una distancia de 3,15 m.

SOLUCIÓN: a) 0,117 m ; b) 10^{-3} s ; c) 9π rad

11° Una onda de frecuencia 1000 Hz se propaga con una velocidad de 300 m/s. Calcula:

- Diferencia de fase entre dos puntos distantes entre sí 45 cm en la dirección de propagación.
- Mínima distancia, medida en la dirección de propagación entre dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase es de $3\pi \setminus 2$ rad.

SOLUCIÓN: a) 3π rad ; b) 22,5 cm

12° Calcula la longitud de la onda de una nota musical en el aire y en el agua, sabiendo que tiene una frecuencia de 870 vibraciones/s y que las velocidades del sonido en estos medios son de 340 m/s y 1435 m/s.

SOLUCIÓN: 0,39 m ; 1,65 m

13° En un punto X de la superficie de un estanque tranquilo se dejan caer gotas de agua con una cadencia de 80 por minuto, lo que da lugar a una onda que se propaga con una velocidad de 0,7 m/s⁻¹ y una amplitud de 0,5 cm. Calcular:

- La distancia entre dos crestas sucesivas de las ondas.
- Deducir la expresión de la elongación en función del tiempo de un trozo de corcho situado a una distancia de 20 cm del punto X.

SOLUCIÓN: a) 0,525 m b) $y = 0,5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{3}t - \frac{2\pi}{3}\right)$

14° Un movimiento ondulatorio se propaga en un medio con una velocidad de 300 m/s, una frecuencia 100 Hz y una amplitud de 2 m. Un punto P que dista 3 m del origen, tiene la máxima elongación positiva en el instante inicial. Escribir la ecuación de propagación del movimiento ondulatorio y calcular el tiempo que transcurre desde el instante inicial, para que el punto P alcance la velocidad de oscilación máxima.

SOLUCIÓN: $y = 2 \cos 2\pi \left(100t - \frac{x}{3} \right)$
 $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

15° Un foco genera ondas de 2 mm de amplitud con una frecuencia de 250 Hz que se propagan por un medio a una velocidad de 250 m/s.

- Determina el período y la longitud de onda.
- Si en el instante inicial la elongación de un punto situado a 3 m del foco es $y = -2 \text{ mm}$, determina la elongación de un punto situado a 2,75 m del foco en el mismo instante.

SOLUCIÓN: a) $4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$; 1 m b) 0

16° Una onda sinusoidal transversal, que se propaga de derecha a izquierda, tiene una longitud de onda de 20 m, una amplitud de 4 m y una velocidad de propagación de 200 m/s. Halla:

- La ecuación de la onda.
- Velocidad transversal máxima de un punto alcanzado por la vibración.
- Aceleración máxima de un punto del medio.

SOLUCIÓN: a) $y = 4 \cos (20\pi t + 0,1\pi x)$
b) $v = \pm 30\pi \text{ m/s}$ c) $\pm 1600\pi \text{ m/s}^2$

17° La ecuación de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda es:

$$y = 0,5 \sin \pi (x - 0,1t - 1/3).$$

Determina:

- La amplitud, el período y la longitud de onda.
- La frecuencia natural y la frecuencia angular (o pulsación).
- La velocidad de propagación.
- La velocidad máxima de un punto de la cuerda.

SOLUCIÓN: a) 0,5 m ; 20 s ; 2 m ; b) 0,05 Hz ; $0,1\pi \text{ rad/s}$
c) 0,1 m/s ; d) $\pm 0,05\pi \text{ m/s}$

18° Determina la diferencia de fase que habrá entre las vibraciones de dos puntos que se encuentran respectivamente, a las distancias de 10 y 16 m del centro de vibración, sabiendo que la velocidad de propagación es $v = 300 \text{ m/s}$ y el periodo $T = 0,04 \text{ s}$.

SOLUCIÓN: $\pi \text{ rad}$

19° En una cuerda colocada a lo largo del eje X se propaga una onda determinada por la función:

$$y(x,t) = A \sin 2\pi (4x - 8t).$$

Donde y, x se expresan en m y t en segundos. ¿ Cuánto tiempo tarda la perturbación en recorrer una distancia de 8 m ?.

SOLUCIÓN: 4 s.

20° Dada la siguiente función de onda:

$$y = 0,02 \sin (4x - 3t)$$

donde y, x están expresadas en metros y t en segundos. ¿ Cuales son las elongaciones correspondientes a los puntos $x = 0$ m y $x = 0,3$ m en el instante $t = 0$? . ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda ? . Justifica las respuestas.

SOLUCIÓN: $y = 0$; $y = 0,019$ m ; $0,75$ m/s

21° Si alguien se pusiera a agitar periódicamente el extremo de una cuerda tensa tres veces por segundo.

¿Cuál sería el período de las ondas armónicas transversales generadas en la cuerda ? . Razona las respuestas.

SOLUCIÓN: $1/3$ s

22° ¿ Qué es una onda polarizada ? . ¿ Se puede polarizar cualquier onda ? . ¿ se puede polarizar la luz ? .

¿ Y los sonidos ? . Razona la respuesta.

SOLUCIÓN: Una onda está polarizada cuando forzamos a que las vibraciones de sus partículas se produzcan en un único plano , así tendremos una onda polarizada plana. No , sólo se pueden polarizar las ondas transversales.

Las ondas luminosas son producidas por las vibraciones de los electrones del átomo sin que exista entre ellas ninguna relación de fase, por tanto , no están polarizadas.

Las ondas sonoras son longitudinales y en ellas sus partículas vibran en la dirección de propagación no tiene sentido por tanto hablar de polarización

23° Una onda armónica transversal que se propaga a lo largo de la dirección positiva del eje de las X, tiene las siguientes características: amplitud $A = 5$ cm, longitud de onda $\lambda = 8\pi$ cm, velocidad de propagación $v = 40$ cm/s. Sabiendo que la elongación de la partícula de abscisa $x = 0$, en el instante $t = 0$, es de 5 cm. Determinar.:

- El número de onda y la frecuencia angular de la onda.
- La ecuación que representa el movimiento vibratorio armónico simple de la partícula de abscisa $x = 0$.
- La ecuación que representa la onda armónica transversal indicada.

SOLUCIÓN: a) $0,25$ rad/m ; 10 rad/s

b) $y = 5 \cos 10t$ c) $y = 5 \cos (10t - 0,25x)$

24° Una onda armónica cuya frecuencia es de 50 Hz, se propaga en la dirección positiva del eje X. Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 20 cm es de $\pi/2$ radianes, determinar :

- El período, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
- En un punto dado ¿ qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de $0,01$ s ?.

SOLUCIÓN: a) $0,02$ s ; $0,8$ m ; 40 m/s ; b) π rad

25° La intensidad de una onda armónica esférica es $6,0 \cdot 10^{-8}$ W / cm² a 20 m de un foco emisor. Si no hay absorción . Calcule :

- La energía emitida por el foco emisor en un minuto.
- La amplitud de la onda a los 40 m, si a los 20 m es de 4,0 mm.

SOLUCIÓN: a) $1,81 \cdot 10^{-2}$ J ; b) 2,0 mm

26° Un láser tiene una potencia de 10 mW y un diámetro de haz de 1 mm. Calcule la intensidad del haz

SOLUCIÓN: $12732,4 \text{ W m}^{-2}$

27° Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia uniformemente distribuida en todas las direcciones.

- Si nos vamos alejando de la fuente, la intensidad sonora que percibimos disminuye. Explica éste fenómeno. ¿Cómo depende de la distancia a la fuente la amplitud de la onda? ¿Y la intensidad?
- Si la fuente sonora emite con 10 W de potencia ¿A qué distancia tendrá la onda una intensidad de $0,1 \text{ W m}^{-2}$.

SOLUCIÓN: La intensidad de un movimiento ondulatorio es la energía que pasa durante un segundo por la unidad de superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación. Cuanto mayor

es la distancia al foco emisor menor es la intensidad y menor es la amplitud. $\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

28° En una cuerda de 2,5 m de longitud, sujeta por sus dos extremos, se genera una onda estacionaria. La cuerda posee seis nodos contando los dos extremos. En los vientres la amplitud es de 10 cm. Si la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda es de 10 m/s . Determinar la amplitud, la longitud de la onda y el periodo de las ondas que al superponerse originan la onda estacionaria.

SOLUCIÓN: 0,05 m ; 1 m ; 0,1 s

29° Cierta tipo de ondas viene descrito por la ecuación:

$$y = 2 A \cos Kx \cos \omega t$$

- Explica el significado de A, K y ω .
- Escribir las ecuaciones de ondas que al interferir dan la representada por la ecuación anterior.
- Determinar los nodos y los vientres del movimiento.

SOLUCIÓN: a) A = Amplitud de las ondas que interfieren ; k = n° de onda ; ω = frecuencia angular

b) $y_1 = A \cos (\omega t - kx)$; $y_2 = A \cos (\omega t + kx)$

c) Nodos : Para $x = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$; Vientres: para $x = n \frac{\lambda}{2}$

30° Dos ondas vienen representadas por las ecuaciones:

$$y_1 = 8 \cos (150 t - 25 x)$$

$$y_2 = 8 \cos (150 t + 25 x)$$

Al interferir producen una onda estacionaria. Calcula:

- Ecuación de la onda resultante.
- Distancia que hay entre dos vientres consecutivos.

SOLUCIÓN: a) $y = 16 \cos 150 t \cos 25x$; b) $\pi/25 \text{ m}$.

31° Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación, expresada en el S.I

$$y = 0,5 \cos (200t + 0,1x)$$

Determina la onda estacionaria resultante de la interferencia de la anterior con otra igual que se propaga en sentido contrario. Encuentra las posiciones de los vientres y de ahí deduce la distancia entre dos vientres consecutivos.

SOLUCIÓN: $y_R = \cos 200t \cos 0,1 x$

Vientres para $x = \frac{n\pi}{0,1}$; 1° vientre para $x = 0$; 2° vientre para $x = \frac{\pi}{0,1}$; $d_{v-v} = \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{0,1}$

TEMA 8.- EL SONIDO.

- 8.1.- INTRODUCCIÓN.
 - 8.2.- EL OIDO.
 - 8.3.- NIVEL DE INTENSIDAD SONORA.
 - 8.4.- CONTAMINACIÓN SONORA.
 - 8.5.- CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS SONORAS.
 - 8.6.- EL ECO.
 - 8.7.- ONDAS SONORAS ESTACIONARIAS.
 - 8.8.- ONDAS DE CHOQUE.
-

8.1.- INTRODUCCIÓN.

El **sonido** es una oscilación de moléculas de aire, que viaja por la atmósfera. Esta oscilación no puede propagarse en el vacío, por lo que es una onda de las que hemos clasificado como mecánica.

Cualquier sonido sencillo, como una nota musical, puede describirse en su totalidad especificando tres características de su percepción: el **tono** (agudo o grave), la **intensidad** y el **timbre** (cualidad del sonido por la que distinguimos el foco emisor). Estas características corresponden exactamente a tres características físicas: la frecuencia, la amplitud y la composición armónica o forma de onda. El ruido es un sonido complejo, una mezcla de diferentes frecuencias o notas sin relación armónica.

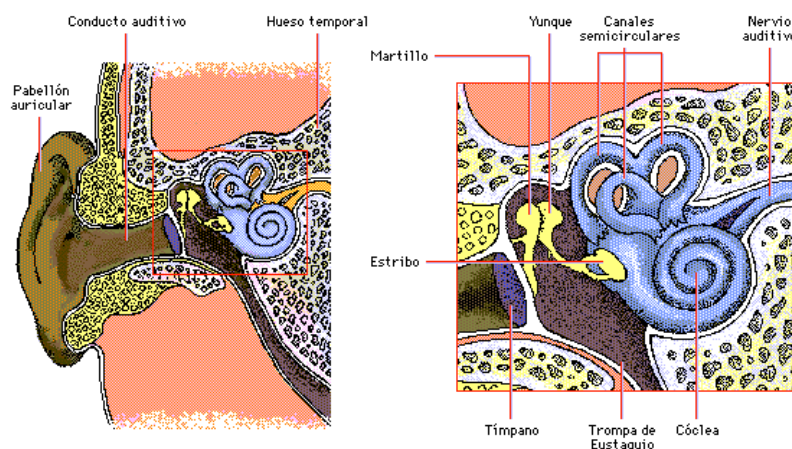
La velocidad de propagación del sonido en aire seco a una temperatura de 0 °C es de 331,6 m/s. Al aumentar la temperatura aumenta la velocidad del sonido; por ejemplo, a 20 °C, la velocidad es de 344 m/s. Los cambios de presión a densidad constante no tienen prácticamente ningún efecto sobre la velocidad del sonido. En muchos otros gases, la velocidad sólo depende de su densidad. Si las moléculas son pesadas, se mueven con más dificultad, y el sonido avanza más despacio por el medio. Por ejemplo, el sonido avanza ligeramente más deprisa en aire húmedo que en aire seco, porque el primero contiene un número mayor de moléculas más ligeras.

Generalmente, el sonido se mueve a mayor velocidad en líquidos y sólidos que en gases. Tanto en los líquidos como en los sólidos, la densidad tiene el mismo efecto que en los gases; la velocidad del sonido varía de forma inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la densidad.

Busca información adicional sobre el sonido y una introducción histórica al tema. La información proporcionada está basada en la Enciclopedia Encarta de Microsoft.
Para completar la introducción busca información sobre **ACÚSTICA** y estudios aplicados de las ondas sonoras.

8.2.- EL OIDO.

El Oído es el órgano responsable de la audición y el equilibrio.



Busca información sobre la anatomía del oído humano y el mecanismo de audición.

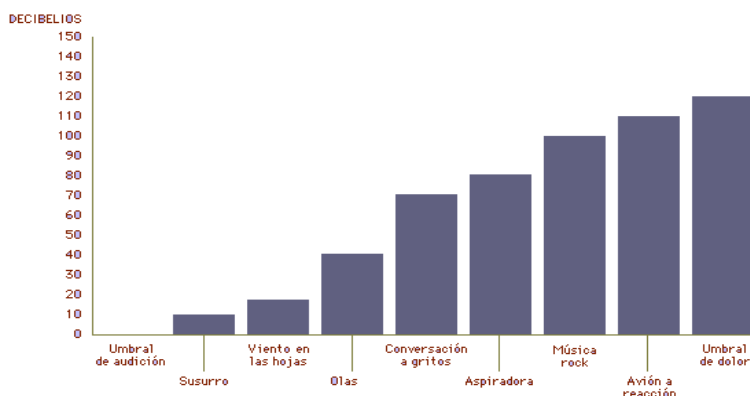
8.3.- NIVEL DE INTENSIDAD SONORA.

Ya hemos dicho que el sonido se caracteriza por tres cualidades: tono, timbre e intensidad. La **intensidad** está relacionada con la energía que transporta la onda.

Para ondas sonoras se suele utilizar el **nivel de intensidad sonora** para medir la intensidad de la onda. Este nivel está relacionado con la capacidad auditiva del oído humano, ya que solo percibimos sonidos a partir de cierta intensidad, límite llamado **umbral de audición** que además, depende de la frecuencia del sonido.

Se define pues el nivel de intensidad como $B = 10 \log (I / I_0)$ donde I_0 es un valor arbitrario de referencia, que para el aire vale: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

La unidad del nivel de audición es el **decibelio** en honor a Alexander Graham Bell que fue quien lo definió.



8.4.- CONTAMINACIÓN SONORA.

Contaminación acústica, término que hace referencia al ruido cuando éste se considera como un contaminante, es decir, un sonido molesto que puede producir efectos fisiológicos y psicológicos nocivos para una persona o grupo de personas. La causa principal de la contaminación acústica es la actividad humana: el transporte, la construcción de edificios y obras públicas, la industria, entre otras. Los efectos producidos por el ruido pueden ser fisiológicos, como la pérdida de audición, y psicológicos, como la irritabilidad exagerada. El ruido se mide en decibelios (dB); los equipos de medida más utilizados son los sonómetros. Un informe publicado en 1995 por la Universidad de Estocolmo para la Organización Mundial de la Salud (OMS), considera los 50 dB como el límite superior deseable. Además, cada país ha desarrollado la legislación específica correspondiente para regular el ruido y los problemas que conlleva.

8.5.- CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS SONORAS.

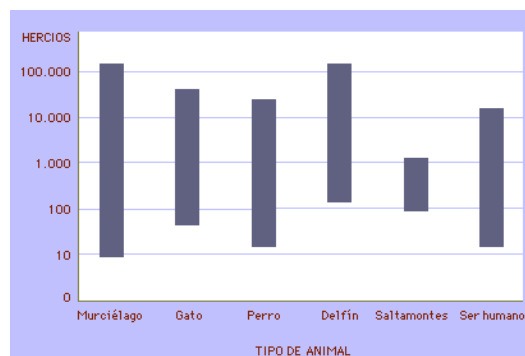
La frecuencia de una onda sonora nos da el **tono** del sonido producido, nos distingue entre sonidos graves y agudos.

Podemos clasificar sin embargo los sonidos, según su frecuencia y en relación a la capacidad auditiva en los humanos como:

INFRASONIDOS: ondas sonoras con frecuencias menores de 20 Hz.

SONIDOS: ondas sonoras que los humanos son capaces de oír.

ULTRASONIDOS: ondas sonoras con frecuencias superiores a 20.000Hz.



8.6.- EL ECO.

El sonido también se ve afectado por la **reflexión**, y cumple la ley fundamental de que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. Un eco es el resultado de la reflexión del sonido. El sonar se basa en la reflexión de los sonidos propagados en agua.

Busca más aplicaciones a este fenómeno sonoro.

8.7.- ONDAS SONORAS ESTACIONARIAS.

Cuando dos ondas de igual amplitud, longitud de onda y velocidad avanzan en sentido opuesto a través de un medio se forman **ondas estacionarias**. Por ejemplo, si se ata a una pared el extremo de una cuerda y se agita el otro extremo hacia arriba y hacia abajo, las ondas se reflejan en la pared y vuelven en sentido inverso. Si suponemos que la reflexión es perfectamente eficiente, la onda reflejada estará media longitud de onda retrasada con respecto a la onda inicial. Se producirá interferencia entre ambas ondas y el desplazamiento resultante en cualquier punto y momento será la suma de los desplazamientos correspondientes a la onda incidente y la onda reflejada. En los puntos en los que una cresta de la onda incidente coincide con un valle de la reflejada, no existe movimiento; estos puntos se denominan nodos. A mitad de camino entre dos nodos, las dos ondas están en fase, es decir, las crestas coinciden con crestas y los valles con valles; en esos puntos, la amplitud de la onda resultante es dos veces mayor que la de la onda incidente; por tanto, la cuerda queda dividida por los nodos en secciones de una longitud de onda. Entre los nodos (que no avanzan a través de la cuerda), la cuerda vibra transversalmente.

Las ondas estacionarias aparecen también en las cuerdas de los instrumentos musicales. Por ejemplo, una cuerda de violín vibra como un todo (con nodos en los extremos), por mitades (con un nodo adicional en el centro), por tercios... Todas estas vibraciones se producen de forma simultánea; la vibración de la cuerda como un todo produce el tono fundamental y las restantes vibraciones generan los diferentes armónicos. La suma de todas estas ondas está relacionada con el **timbre** del sonido producido, lo que nos permite distinguir que tipo de instrumento ha emitido dicho sonido.

Vamos a estudiar las ondas estacionarias en diferentes soportes.

Recuerda del tema anterior las ecuaciones de nodos y vientres.

ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA FIJA POR UN EXTREMO.

Si la cuerda está sujeta por un extremo la onda debe formar allí un nodo, y en el extremo libre deberá formar un vientre. Aplicando la ecuación de vientres:

$$x = (2n + 1) \lambda/4 = l \quad \text{donde } l \text{ es la longitud de la cuerda.}$$

Esta ecuación nos da los armónicos posibles en la cuerda:

$n = 0$ (modo fundamental),

$n = 1$ (tercer armónico),

$n = 2$ (quinto armónico), ..., de los cuales podemos calcular la longitud de onda.

ONDAS ESTACIONARIAS EN UNA CUERDA FIJA POR SUS DOS EXTREMOS.

En una cuerda fija por sus dos extremos, se formarán nodos en estos dos puntos. Aplicando la ecuación de los nodos:

$$x = 2n \cdot \lambda/4 = l$$

donde l es la longitud de la cuerda.

Esta ecuación nos da los armónicos posibles en la cuerda:

$n=1$ (modo fundamental),

$n=2$ (segundo armónico),

$n=3$ (tercer armónico), ..., de los cuales podemos calcular la longitud de onda.

TUBOS SONOROS.

Pueden ser tubos abiertos o cerrados en sus extremos comportándose igual que las cuerdas y por tanto produciendo los mismos armónicos.

8.8.- ONDAS DE CHOQUE.

Fenómeno más conocido como **Barrera del sonido**, término que se refiere a los efectos de compresibilidad experimentados por los aviones supersónicos cuando su velocidad con respecto al aire se aproxima a la velocidad local del sonido (1.223 km/h a nivel del mar en condiciones normales).

Estos efectos de compresibilidad se producen cuando un cuerpo —por ejemplo, una aeronave— alcanza una velocidad suficiente para romper el flujo normal de las moléculas de aire que se apartan para dejar paso al objeto que se aproxima. A esas velocidades, las moléculas de aire situadas en la trayectoria del objeto y en las inmediaciones no reciben la ‘advertencia’ de la llegada del objeto con suficiente antelación para poder apartarse de forma ordenada, y son sometidas a un desplazamiento violento. Esta ruptura en la fluidez del flujo de aire se produce porque el medio normal de ‘advertencia’ son las **ondas de presión**, que viajan a la velocidad local del sonido, y en este caso son adelantadas por el objeto en movimiento. Este efecto, conocido como **choque de compresibilidad**, provoca cambios importantes en la distribución de presiones, densidades y temperaturas del aire alrededor del cuerpo en movimiento. La velocidad local del sonido varía significativamente, y disminuye —aunque de forma errática— al aumentar la altitud sobre la superficie terrestre.

El llamado ‘**número de Mach**’ es la velocidad de un proyectil o avión con respecto al medio que lo rodea, dividida entre la velocidad del sonido en ese mismo medio y bajo las mismas condiciones. Por tanto, a nivel del mar y en condiciones normales de humedad y temperatura, una velocidad de 1.223 km/h representa un número de Mach de 1, y se designaría por ‘Mach 1’. Esta misma velocidad en la estratosfera correspondería a Mach 1,16, debido a las diferencias de densidad, presión y temperatura a mayores altitudes. Al indicar las velocidades por su número de Mach en lugar de hacerlo en kilómetros por hora, puede obtenerse una representación más adecuada de las condiciones reales del vuelo.

3º PROBLEMAS DE SONIDO

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Un altavoz que se puede asimilar a un foco sonoro puntual genera ondas esféricas con una potencia de 100 w:

- a) ¿Cuáles son los valores de la intensidad de la onda sonora en dos puntos A y B que disten del altavoz 4m y 8 m respectivamente ?.
- b) ¿Cuál es la razón entre las amplitudes de las ondas sonoras en dichos puntos ?.

a)

$$I_1 = \frac{P}{s_1} = \frac{P}{4\pi r_1^2} = \frac{100\text{w}}{4\pi \cdot 2^2 \text{m}^2} = 0,497 \frac{\text{w}}{\text{m}^2}$$

$$I_2 = \frac{P}{s_2} = \frac{P}{4\pi r_2^2} = \frac{100\text{w}}{4\pi \cdot 4^2 \text{m}^2} = 0,124 \frac{\text{w}}{\text{m}^2}$$

b)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = \sqrt{\frac{0,497}{0,124}} = 2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = 4$$

2º Dos sonidos tienen niveles de intensidad sonora de 50 dB y 70 dB, respectivamente. Calcule cuál será la relación entre sus intensidades.

$$\beta_1 = 50 \text{ dB}$$

$$\beta_2 = 70 \text{ dB} \rightarrow \beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow 70 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

Restando

$$\Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow 2 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 100$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 100$$

3º El sonido emitido por un altavoz tiene un nivel de intensidad de 60 dB a una distancia de 2 m de él. Si el altavoz se considera como una fuente puntual, determine:

- a) La potencia del sonido emitido por el altavoz.
- b) A qué distancia el nivel de intensidad sonora es de 30 dB y a qué distancia es imperceptible el sonido.

$$\text{El umbral de audición es } I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$$

a)

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow P = IS$$

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow 60 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I_1}{10^{-12}} = 10^6 \Rightarrow I_1 = 10^{-12} 10^6 = 10^{-6} \text{ Wm}^{-2}$$

$$S_1 = 4\pi r_1^2 = 4\pi 2^2 = 50,26 \text{ m}^2$$

$$P = 10^{-6} 50,26 = 50,26 \cdot 10^{-6} \text{ W}$$

$$P = 50,26 \cdot 10^{-6} \text{ W}$$

b)

$$\beta_2 = 30 \text{ dB} \quad r_2 ?$$

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow 30 = 10 \log \frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I_2}{10^{-12}} = 10^3 \Rightarrow I_2 = 10^{-12} 10^3 = 10^{-9} \text{ Wm}^{-2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow r_2^2 = r_1^2 \cdot \frac{I_1}{I_2} = 2^2 \frac{10^{-6}}{10^{-9}} = 4000 \Rightarrow r_2 = \sqrt{4000} = 63,24 \text{ m}$$

$$r_2 = 63,24 \text{ m}$$

El sonido es imperceptible cuando $\beta_3 = 0$ y esto ocurre cuando $I_3 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

Calcularemos r_3

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{r_3^2}{r_1^2} \Rightarrow r_3^2 = r_1^2 \cdot \frac{I_1}{I_3} = 2^2 \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 4 \cdot 10^6 \Rightarrow r_3 = \sqrt{4 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$r_3 = 2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1° Un sonido de 2 m de longitud de onda en el aire penetra en el agua en donde se mueve con una velocidad de 1500 ms^{-1} . ¿Cuál es la longitud de onda en el agua ?

SOLUCIÓN : 8,8 m

2° ¿Qué clase de ondas son las ondas sonoras ? Exprese la ecuación que describe su propagación,

SOLUCIÓN : Ondas longitudinales de presión
Su ecuación : $y = A \cos (\omega t - kx)$

3° ¿Qué cualidades distinguen entre sí los diferentes sonidos ? ¿Cómo dependen dichas cualidades de las magnitudes que caracterizan la onda sonora ? Razona tu respuesta.

SOLUCIÓN : Sonoridad → Intensidad de la onda
 Tono → Frecuencia de la onda
 Timbre → Forma de la onda

4º

- a) ¿ Qué son la intensidad y el tono de un sonido ?
- b) ¿ De qué parámetros de la onda dependen ?

SOLUCIÓN : Intensidad de una onda sonora es la energía que atraviesa perpendicularmente la unidad de superficie colocada en dicho punto en la unidad de tiempo. Es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor.
 El tono es una cualidad del sonido que permite decir si éste es más grave o más agudo. Es algo subjetivo y está relacionado con la frecuencia de la onda sonora

5º Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia uniformemente distribuida en todas las direcciones.

- c) Si nos vamos alejando de la fuente, la intensidad sonora que percibimos disminuye. Explica éste fenómeno. ¿Cómo depende de la distancia a la fuente la amplitud de la onda? ¿Y la intensidad?
- d) Si la fuente sonora emite con 10 W de potencia ¿A qué distancia tendrá la onda una intensidad de $0,1 \text{ W/m}^2$. (Las ondas sonoras son esféricas)

SOLUCIÓN : a) $\frac{I_2}{I_1} = \frac{A_2^2}{A_1^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$
 b) 2,82 m

6º

- a) Si el oído humano puede percibir sonidos de frecuencias comprendidas en el intervalo de 20 Hz a 20.000 Hz aproximadamente. ¿ Cuáles son las longitudes de onda en el aire que responde a estas frecuencias ?.
 - b) Si el oído humano es capaz de distinguir aproximadamente dos sonidos que se emiten con un intervalo de 0,1 s. ¿Cuál es la distancia mínima a la que debe estar de una pared una persona , para que perciba el eco ?.
- Datos : Velocidad del sonido en el aire $v = 340 \text{ m/s}$

SOLUCIÓN : a) 17 m ; $17 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$
 b) 17 m

7º Si al gritar frente a una roca, oyes el eco al cabo de 4 s., ¿a qué distancia de tí está la roca?.

SOLUCIÓN : 680 m

8º Un sonido tiene una intensidad de 10^{-8} W/m^2 . ¿Cuál es su nivel de intensidad en dB?.

SOLUCIÓN : 40 dB

9º Un barco emite simultáneamente un sonido dentro del agua y otro en el aire. Si otro barco detecta los dos sonidos con una diferencia de 2 segundos ¿a qué distancia están los dos barcos?.

SOLUCIÓN : 886,24 m

10º Una ventana cuya superficie es de $1,5 \text{ m}^2$ está abierta a una calle cuyo ruido produce un nivel de intensidad de 65 dB. ¿Qué potencia acústica penetra por la ventana?.

SOLUCIÓN : $4,74 \cdot 10^{-6} \text{ W}$

11° Si te acercas tres veces más a un foco sonoro, ¿cómo variaría la intensidad del sonido?

SOLUCIÓN : $I_2 = 9 I_1$

12° Demuestra que un sonido con un nivel de intensidad de 70 dB, tiene una intensidad 1.000 veces mayor que la de un sonido con un nivel de intensidad de 40 dB.

SOLUCIÓN : $I_1 = 10^3 I_2$

13° Un marca de aspirador establece en su propaganda que trabaja con un nivel de intensidad de sonido máximo de 70 dB. ¿Cuál es la máxima intensidad de sonido del aspirador?

SOLUCIÓN : 10^{-5} W.m^{-2}

14° Una onda sonora plana, de ecuación :

$y_{x,t} = 6 \cdot 10^{-6} \cos(1.800 t + 5,3 x)$ en el S.I.

se refleja sin atenuación en una pared, con inversión de fase. Determina la frecuencia de la onda. Calcula la velocidad de propagación y di si se está propagando en el aire. Dibuja la onda incidente y la onda reflejada, y di en qué puntos se oirá el silencio.

SOLUCIÓN : 286,48 Hz ; 339,62 m.s⁻¹ ; Si
Para $x = n\lambda/2$

15° Despreciando la absorción, calcula la distancia a la que no se percibe el sonido que emite un altavoz de 40 W de potencia.

SOLUCIÓN : $1,78 \cdot 10^6 \text{ m}$

16° Se desea construir una flauta de forma que cuando están tapados todos los agujeros emita una nota de 264 Hz. Si la flauta se comporta como un tubo de extremos abiertos, determina la longitud de la misma.

SOLUCIÓN : 0,644 m

17° ¿ Cuántos niños deben gritar a razón de 50 dB cada uno para producir en total una sensación sonora de 70 dB ?.

SOLUCIÓN : 100 niños

18° Una madre llama a su hijo desde una distancia de 100 m, y éste oye la llamada con una sonoridad de 10 dB. Calcula .

- a) La sonoridad con que el hijo percibe el mismo sonido si se acerca hasta 10 m de su madre.
- b) La distancia a la que debería alejarse el hijo para no percibir la llamada.

SOLUCIÓN : a) 30 dB
b) 316,22 m

19° Un sonido de 30 dB llega al oído de una niña . Si el tímpano se considera como un círculo de 2,2 mm de radio, calcula la energía que le llega al oído en dos minutos.

SOLUCIÓN : $1,8 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

20° En un parque una mujer recibe dos sonidos producidos simultáneamente, cuyos niveles de intensidad sonora son 80,0 dB y 90,0 dB. Calcula:

- a) La intensidad del sonido resultante.
- b) El nivel de intensidad sonora del mismo.

SOLUCIÓN : a) $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Wm}^{-2}$
b) 90,4 dB

21° Calcula la frecuencia fundamental de un tubo sonoro de 9,60 m que está abierto por sus dos extremos.

SOLUCIÓN : 17,7 Hz

22° Una persona que está frente a una pared, da una palmada y oye el eco al cabo de 2,10 s. Después se acerca hacia la pared, en dirección perpendicular a ella, y, cuando ha recorrido 50,0 m, se detiene y da otra palmada. Si el eco de esta segunda palmada tarda 1,80 s en ser percibido por la persona. Calcula:

- a) La velocidad del sonido en el aire.
- b) La distancia inicial de la persona a la pared.

SOLUCIÓN : a) 333 m s^{-1}
b) 350 m

Óptica

TEMA 9.- LA LUZ.

- 9.1.- INTRODUCCIÓN.
- 9.2.- LA LUZ COMO ONDA ELECTROMAGNÉTICA.
- 9.3.- INTERFERENCIA LUMINOSA.
- 9.4.- DIFRACCIÓN DE LA LUZ.
- 9.5.- POLARIZACIÓN DE LA LUZ.
- 9.6.- DISPERSIÓN.
- 9.7.- MEDIDA DE LA ENERGÍA LUMINOSA.
- 9.8.- EL COLOR.
- 9.9.- ESPECTRO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.
- 9.10.- APLICACIONES DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.

9.1.- INTRODUCCIÓN.

Este tema está enmarcado dentro de la ÓPTICA FÍSICA que es la parte de la óptica que estudia los fenómenos físicos producidos por la luz como onda electromagnética. Es un tema que une la unidad correspondiente a movimiento ondulatorio con la correspondiente a la óptica.

Hasta el siglo xx y desde muy antiguo siempre ha habido una gran controversia sobre la naturaleza de la luz: ¿la luz son partículas o son ondas?.

Ya vimos en el tema de electromagnetismo que Maxwell dejó entrever que la luz eran ondas electromagnéticas, y a partir de ese momento se descubrieron muchos fenómenos puramente ondulatorios (difracción, interferencia, polarización,...) en la luz.

Podemos suponer por tanto, y hasta conocer nuevas teorías, que la luz es una ONDA ELECTROMAGNÉTICA, que puede propagarse en el vacío a la velocidad de $2,9979 \cdot 10^8$ m/s.

Busca una introducción histórica para este tema que recoja tanto el modelo corpuscular como el modelo ondulatorio de la luz. Busca Información sobre la velocidad de la luz y las medidas realizadas a lo largo de la historia para determinarla.

9.2.- LA LUZ COMO ONDA ELECTROMAGNÉTICA.

El físico británico James Clerk Maxwell estableció la teoría de las ondas electromagnéticas en una serie de artículos publicados en la década de 1860. Maxwell analizó matemáticamente la teoría de los campos electromagnéticos y afirmó que la luz visible era una onda electromagnética.

Los físicos sabían desde principios del siglo XIX que la luz se propaga como una onda transversal (una onda en la que las vibraciones son perpendiculares a la dirección de avance del frente de ondas). Sin embargo, suponían que las ondas de luz requerían algún medio material para transmitirse, por lo que postulaban la existencia de una sustancia difusa, llamada éter, que constituía el medio no observable. La teoría de Maxwell hacía innecesaria esa suposición, pero el concepto de éter no se abandonó inmediatamente, porque encajaba con el concepto newtoniano de un marco absoluto de referencia espaciotemporal. Un famoso experimento realizado por el físico estadounidense Albert Abraham Michelson y el químico de la misma nacionalidad Edward Williams Morley a finales del siglo XIX socavó el concepto del éter, y fue muy importante en el desarrollo de la teoría de la relatividad. De este trabajo concluyó que la velocidad de la radiación electromagnética en el vacío es una cantidad invariante, que no depende de la velocidad de la fuente de radiación o del observador.

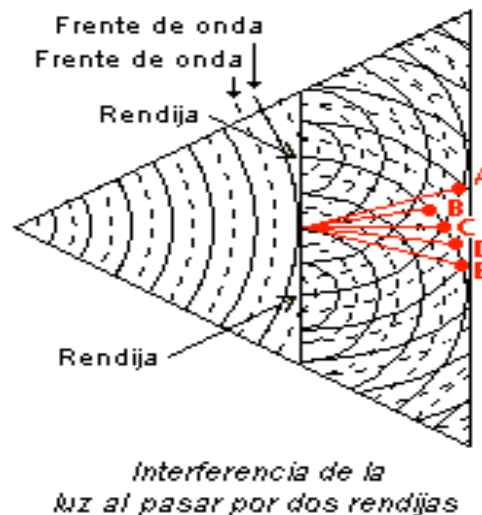
9.3.- INTERFERENCIA LUMINOSA.

Recuerda la interferencia estudiada en el tema de ondas.

Cuando dos haces de luz se cruzan pueden interferir, lo que afecta a la distribución de intensidades resultante. La coherencia de dos haces expresa hasta qué punto están en fase sus ondas. Si la relación de fase cambia de forma rápida y aleatoria, los haces son incoherentes. Si dos trenes de ondas son coherentes y el máximo de una onda coincide con el máximo de otra, ambas ondas se combinan produciendo en ese punto una intensidad mayor que si los dos haces no fueran coherentes. Si son coherentes y el máximo de una onda coincide con el mínimo de la otra, ambas ondas se anularán entre sí parcial o totalmente, con lo que la intensidad disminuirá. Cuando las ondas son coherentes, puede formarse un diagrama de interferencia formado por franjas oscuras y claras. Para producir un diagrama de interferencia constante, ambos trenes de ondas deben estar polarizados en el mismo plano.

Los átomos de una fuente de luz ordinaria irradian luz de forma independiente, por lo que una fuente extensa de luz suele emitir radiación incoherente. Para obtener luz coherente de una fuente así, se selecciona una parte reducida de la luz mediante un pequeño orificio o rendija. Si esta parte vuelve a separarse mediante una doble rendija, un doble espejo o un doble prisma y se hace que ambas partes recorran trayectorias de longitud ligeramente diferente antes de combinarlas de nuevo, se produce un diagrama de interferencias. Los dispositivos empleados para ello se denominan interferómetros; se utilizan para medir ángulos pequeños, como los diámetros aparentes de las estrellas, o distancias pequeñas, como las desviaciones de una superficie óptica respecto a la forma deseada. Las distancias se miden en relación a la longitud de onda de la luz empleada.

El primero en mostrar un diagrama de interferencias fue el físico británico Thomas Young, en el experimento ilustrado en la figura. Un haz de luz que había pasado previamente por un orificio, iluminaba una superficie opaca con dos orificios o rendijas. La luz que pasaba por ambas rendijas formaba un diagrama de franjas circulares sucesivamente claras y oscuras en una pantalla. En la ilustración están dibujadas las ondulaciones para mostrar que en puntos como *A*, *C* o *E* (intersección de dos líneas continuas), las ondas de ambas rendijas llegan en fase y se combinan aumentando la intensidad. En otros puntos, como *B* o *D* (intersección de una línea continua con una línea de puntos), las ondas están desfasadas 180° y se anulan mutuamente.



La interferencia de ondas de luz causa, por ejemplo, las irisaciones que se ven a veces en las burbujas de jabón. La luz blanca está compuesta por ondas de luz de distintas longitudes de onda. Las ondas de luz reflejadas en la superficie interior de la burbuja interfieren con las ondas de esa misma longitud reflejadas en la superficie exterior. En algunas de las longitudes de onda, la interferencia es constructiva, y en otras destructiva. Como las distintas longitudes de onda de la luz corresponden a diferentes colores, la luz reflejada por la burbuja de jabón aparece coloreada. El fenómeno de la interferencia entre ondas de luz visible se utiliza en holografía e interferometría.

La interferencia puede producirse con toda clase de ondas, no sólo ondas de luz. Las ondas de radio interfieren entre sí cuando rebotan en los edificios de las ciudades, con lo que la señal se distorsiona.

9.4.- DIFRACCIÓN DE LA LUZ.

Recuerda la difracción estudiada en el tema de ondas.

La luz que incide sobre el borde de un obstáculo es desviada, o difractada, y el obstáculo no genera una sombra geométrica nítida. Los puntos situados en el borde del obstáculo actúan como fuente de ondas coherentes, y se forma un diagrama de interferencias denominado

diagrama de difracción. La forma del borde del obstáculo no se reproduce con exactitud, porque parte del frente de onda queda cortado.

Como la luz pasa por una abertura finita al atravesar una lente, siempre se forma un diagrama de difracción alrededor de la imagen de un objeto. Si el objeto es extremadamente pequeño, el diagrama de difracción aparece como una serie de círculos concéntricos claros y oscuros alrededor de un disco central, llamado disco de Airy en honor al astrónomo británico del siglo XIX George Biddell Airy. Esto ocurre incluso con una lente libre de aberraciones.

Si dos partículas están tan próximas que los dos diagramas se solapan y los anillos brillantes de una de ellas coinciden con los anillos oscuros de la segunda, no es posible resolver (distinguir) ambas partículas. El físico alemán del siglo XIX Ernst Karl Abbe fue el primero en explicar la formación de imágenes en un microscopio con una teoría basada en la interferencia de los diagramas de difracción de los distintos puntos del objeto.

La expansión de la luz por la difracción produce efectos como por ejemplo una borrosidad que limita la capacidad de aumento útil de un microscopio o telescopio; por ejemplo, los detalles menores de media milésima de milímetro no pueden verse en la mayoría de los microscopios ópticos. Sólo un microscopio óptico de barrido de campo cercano puede superar el límite de la difracción y visualizar detalles ligeramente menores que la longitud de onda de la luz.

9.5.- POLARIZACIÓN DE LA LUZ.

Cualquier onda electromagnética puede considerarse como la suma de dos conjuntos de ondas: uno en el que el vector eléctrico vibra formando ángulo recto con el plano de incidencia y otro en el que vibra de forma paralela a dicho plano. Entre las vibraciones de ambas componentes puede existir una diferencia de fase, que puede permanecer constante o variar de forma constante. Cuando la luz está linealmente polarizada, por ejemplo, esta diferencia de fase se hace 0 o 180° . Si la relación de fase es aleatoria, pero una de las componentes es más intensa que la otra, la luz está en parte polarizada. Cuando la luz es dispersada por partículas de polvo, por ejemplo, la luz que se dispersa en un ángulo de 90° . Con la trayectoria original del haz está polarizada en un plano, lo que explica por qué la luz procedente del cenit está marcadamente polarizada.

Un polarizador sólo transmite una componente de la vibración. El fenómeno por el que un material absorbe preferentemente una componente de la vibración se denomina dicroísmo. El material conocido como Polaroid presenta dicroísmo; está formado por numerosos cristales dicroicos de pequeño tamaño incrustados en plástico, con todos sus ejes orientados de forma paralela. Si la luz incidente es no polarizada, el Polaroid absorbe aproximadamente la mitad de la luz.

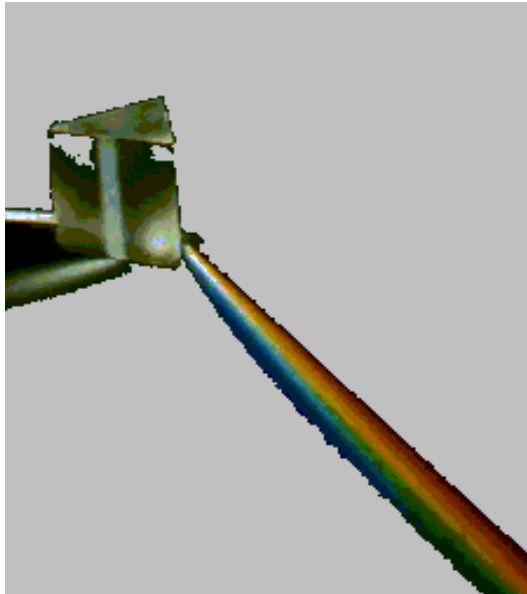
Los reflejos de grandes superficies planas, como un lago o una carretera mojada, están compuestos por luz parcialmente polarizada, y un Polaroid con la orientación adecuada puede absorberlos en más de la mitad. Este es el principio de las gafas o anteojos de sol Polaroid.

9.6.- DISPERSIÓN.

Debido a que las ondas se transmiten a diferentes velocidades en distintos medios se produce el fenómeno llamado dispersión.

La dispersión consiste en la separación de la luz incidente en un medio, en las distintas luces elementales caracterizadas por sus longitudes de ondas.

Este fenómeno fue descubierto por Newton y es la causa de la formación del arco iris.



9.7.- MEDIDA DE LA ENERGÍA LUMINOSA.

La **Radiometría** se encarga de la medida de la energía de cualquier onda electromagnética.

La **Fotometría** se encarga de la medida de la energía radiante para la luz.

Las magnitudes fotométricas más utilizadas son:

FLUJO RADIANTE: Mide la energía por unidad de tiempo, que es la potencia. Su unidad en el S.I. es el vatio.

FLUJO LUMINOSO: Cantidad de flujo radiante que puede ser detectado por el ojo humano. La unidad en el S.I. es el lumen (lm). Se relaciona con la magnitud anterior $1W(\lambda=555nm) = 680lm$.

INTENSIDAD LUMINOSA: Corresponde al flujo luminoso por unidad de ángulo sólido. Su unidad en el S.I. es la candela (cd). $1cd = 1lm / 1 \text{ estereorradián}$.

ILUMINANCIA: Es el flujo luminoso por unidad de área. Su unidad es el lux. $1lux = 1lumen/1m^2$.

9.8.- EL COLOR.

El Color es un fenómeno físico de la luz o de la visión, asociado con las diferentes longitudes de onda en la zona visible del espectro electromagnético.

Como sensación experimentada por los seres humanos y determinados animales, la percepción del color es un proceso neurofisiológico muy complejo. Los métodos utilizados actualmente para la especificación del color se encuadran en la especialidad llamada colorimetría, y consisten en medidas científicas precisas basadas en las longitudes de onda de tres colores primarios.

La luz visible está formada por vibraciones electromagnéticas cuyas longitudes de onda van de unos 350 a unos 750 nanómetros (milmillonésimas de metro). La luz blanca es la suma de todas estas vibraciones cuando sus intensidades son aproximadamente iguales. En toda radiación luminosa se pueden distinguir dos aspectos: uno cuantitativo, su intensidad, y otro cualitativo, su cromaticidad. Esta última viene determinada por dos sensaciones que aprecia el ojo: la tonalidad y la saturación. Una luz compuesta por vibraciones de una única longitud de onda del espectro visible es cualitativamente distinta de una luz de otra longitud de onda. Esta diferencia cualitativa se percibe subjetivamente como tonalidad. La luz con longitud de onda de 750 nanómetros se percibe como roja, y la luz con longitud de onda de 350 nanómetros se percibe como violeta. Las luces de longitudes de onda intermedias se perciben como azul, verde, amarilla o anaranjada, desplazándonos desde la longitud de onda del violeta a la del rojo.

Busca más información acerca del color.

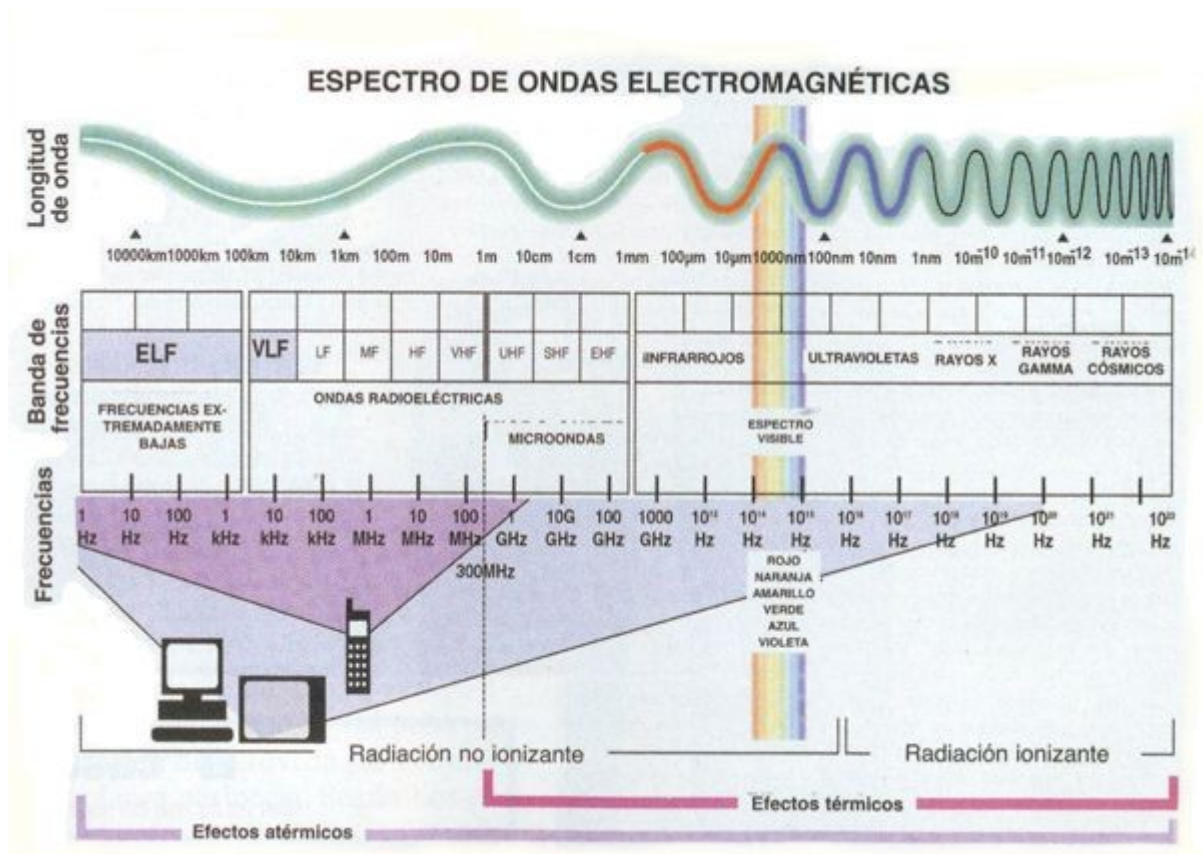
9.9.- ESPECTRO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.

La radiación electromagnética se puede ordenar en un espectro que se extiende desde ondas de frecuencias muy elevadas (longitudes de onda pequeñas) hasta frecuencias muy bajas (longitudes de onda altas).

La luz visible es sólo una pequeña parte del espectro electromagnético.

Por orden decreciente de frecuencias (o creciente de longitudes de onda), el espectro electromagnético está compuesto por rayos gamma, rayos X duros y blandos, radiación ultravioleta, luz visible, rayos infrarrojos, microondas y ondas de radio.

Los rayos gamma y los rayos X duros tienen una longitud de onda de entre 0,005 y 0,5 nanómetros (un nanómetro, o nm, es una millonésima de milímetro). Los rayos X blandos se solapan con la radiación ultravioleta en longitudes de onda próximas a los 50 nm. La región ultravioleta, a su vez, da paso a la luz visible, que va aproximadamente desde 400 hasta 800 nm. Los rayos infrarrojos o 'radiación de calor' se solapan con las frecuencias de radio de microondas, entre los 100.000 y 400.000 nm. Desde esta longitud de onda hasta unos 15.000 m, el espectro está ocupado por las diferentes ondas de radio; más allá de la zona de radio, el espectro entra en las bajas frecuencias, cuyas longitudes de onda llegan a medirse en decenas de miles de kilómetros.



9.10.- APLICACIONES DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Busca información sobre las aplicaciones de las ondas electromagnéticas, tales como el radar, la radio, la televisión, los teléfonos móviles,... y en general las comunicaciones por satélite.)

TEMA 10.- ÓPTICA.

- 10.1.- INTRODUCCIÓN
 - 10.2.- ÍNDICE DE REFRACCIÓN.
 - 10.3.- PRINCIPIO DE FERMAT.
 - 10.4.- REFLEXIÓN DE LA LUZ.
 - 10.5.- REFRACCIÓN DE LA LUZ.
 - 10.6.- SISTEMAS ÓPTICOS.
 - 10.7.- NOMENCLATURA EN LOS SISTEMAS ÓPTICOS.
 - 10.8.- LA ESFERA EN ZONA PARAXIAL.
 - 10.9.- ESPEJOS.
 - 10.10.- LENTES.
 - 10.11.- INSTRUMENTOS ÓPTICOS. EL OJO.
-

10.1.- INTRODUCCIÓN.

La Óptica es la rama de la física que se ocupa de la propagación y el comportamiento de la luz. En un sentido amplio, la luz es la zona del espectro de radiación electromagnética que se extiende desde los rayos X hasta las microondas, e incluye la energía radiante que produce la sensación de visión. El estudio de la óptica se divide en dos ramas, la óptica geométrica, que vamos a tratar en este tema, y la óptica física, materia del tema anterior.

10.2.- ÍNDICE DE REFRACCIÓN.

El **Índice de refracción** de una sustancia o un medio transparente, es la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en la sustancia o el medio transparente.

$$n = c / v \qquad \text{por tanto: } n_{\text{aire}} = 1$$

Este número, mayor que la unidad y sin unidades, es una constante característica de cada medio y representa el número de veces que es mayor la velocidad de la luz en el vacío que en ese medio.

El índice de refracción se mide con un aparato llamado refractómetro en el que se compara el ángulo de incidencia con el ángulo de refracción de la luz de una longitud de onda específica.

Como el índice de refracción es sensible a los cambios de temperatura y varía con la longitud de onda de la luz, deben especificarse ambas variables al expresar el índice de refracción de una sustancia.

Si el índice de refracción es igual en todos los puntos de un medio, se dice que este es homogéneo e isótropo. Si varía con la dirección se llama anisótropo y si varía de unos puntos a otros independientemente de la dirección, se dice que es heterogéneo. Existen materiales birrefringentes, es decir, tienen índices de refracción constantes pero diferentes en dos direcciones .

10.3.- PRINCIPIO DE FERMAT.

El trayecto que recorre la luz al moverse de un punto a otro es tal que, el tiempo empleado en dicho recorrido es mínimo cuando se compara con otros trayectos próximos.

10.4.- REFLEXIÓN DE LA LUZ.

Repasa los conceptos estudiados en el tema de ondas.

10.5.- REFRACCIÓN DE LA LUZ.

Repasa los conceptos estudiados en el tema de ondas. Repasa especialmente el concepto de ángulo límite.

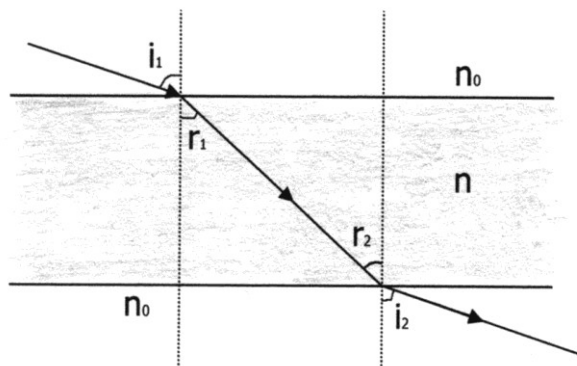
Podemos calcular la expresión de la ley de Snell en función del índice de refracción de los dos medios:

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2} = \dots = \frac{n_2}{n_1}$$

Completa los puntos suspensivos que faltan en la demostración.

LÁMINAS.

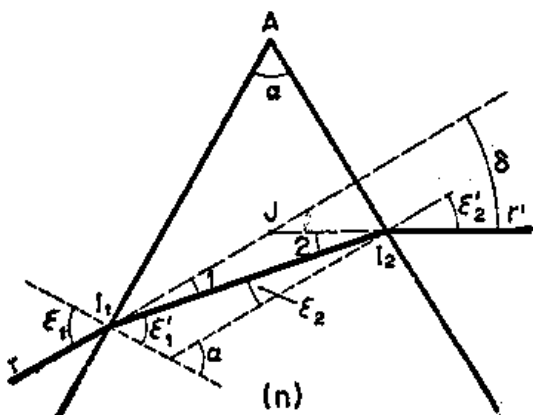
Una lámina es un conjunto de dos caras planas y paralelas que delimitan un medio óptico inmerso en otro medio. Un rayo de luz que penetra en la lámina, sufre refracción, pasa a su través y vuelve a refractarse a la salida.



Demuestra que el ángulo que forma el rayo incidente con la normal y el ángulo que forma el rayo refractado a la salida de la lámina son iguales. Calcula la desviación (d) que sufre el rayo en la lámina.

PRISMAS.

Un prisma es un medio de índice de refracción, n , delimitado por dos caras planas que forman un ángulo α entre ellas.



De la figura se deduce que la Desviación que sufre el rayo a la salida con respecto al incidente viene dado por:

$$\delta = (\varepsilon_1 - \varepsilon_1') + (\varepsilon_2 - \varepsilon_2') = \varepsilon_1 + \varepsilon_2' - \alpha$$

La desviación mínima que produce un prisma ocurre cuando $\varepsilon_1' = \alpha/2$, por tanto $\varepsilon_1 = \varepsilon_2'$ y vale $\delta_m = 2\varepsilon_1 - \alpha$

Se puede calcular el índice de refracción del prisma a partir de la desviación mínima, aplicando la ley de Snell a ambas caras y se obtiene:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_m + \alpha}{2}\right)}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

y depende de la longitud de onda del rayo.

Busca información sobre el funcionamiento óptico de los prismáticos.

10.6.- SISTEMAS ÓPTICOS.

Llamamos **sistema óptico** a un conjunto de superficies que separa medios de diferentes índices de refracción. Todas estas superficies las colocaremos centradas en un eje, que será el eje del sistema.

Se llama **dióptrico** al sistema solo formado por superficies refractantes.

Se llama **catóptrico** al sistema formado por superficies reflectantes (espejos).

Se llama **catadióptrico** al sistema formado por ambos tipos de superficies.

10.7.- NOMENCLATURA EN LOS SISTEMAS ÓPTICOS.

En un sistema óptico los rayos procedentes de un **objeto (P)** sufren refracciones y/o reflexiones y concurren a la salida formando una **imagen (P')**.

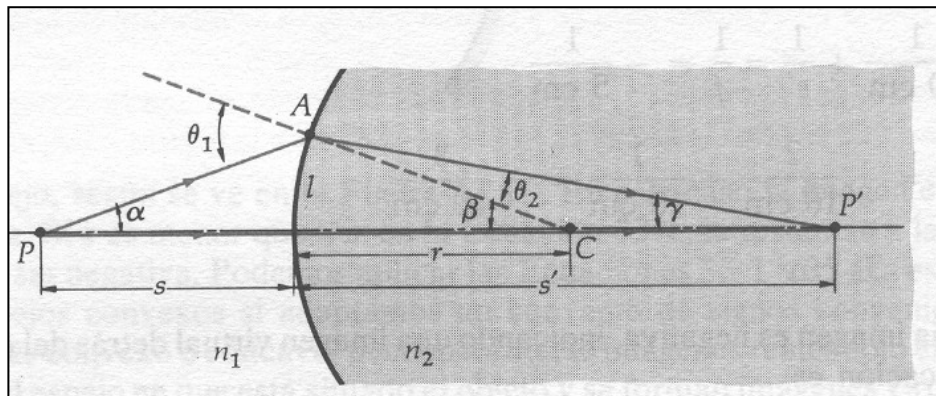
Si los rayos concurren realmente en O y en O' se dice que son objeto e imagen reales. Si no es así se dice que son virtuales.

Si la imagen se forma en el mismo sentido, o en el mismo lado del eje del sistema se dice que es directa, si se forma en el otro lado, o en sentido contrario, se dice que es invertida.

Vamos a estudiar los **sistemas ópticos perfectos** que son aquellos que cumplen las siguientes condiciones:

- A un plano objeto normal al eje le corresponde un plano imagen también normal a dicho eje.
- Todos los rayos que entran concurrentes en un punto del plano objeto, son concurrentes en un punto del plano imagen.
- Cualquier figura contenida en el plano objeto se representa en una figura semejante en el plano imagen y la razón de semejanza es constante.

La figura representa una superficie esférica que separa dos medios de diferentes índices de refracción:



s es la distancia objeto

s' es la distancia imagen.

r es el radio de la superficie óptica.

C es el centro de curvatura

Vamos a establecer los convenios de nomenclatura en óptica:

- ♦ En un sistema óptico los rayos siempre irán de izquierda a derecha.
- ♦ Las distancias se representan con letras latinas.
- ♦ Los ángulos se representan con letras del alfabeto griego.
- ♦ Las letras correspondientes a los elementos de la imagen serán las mismas que las correspondientes al objeto, pero señaladas con primas (')

♦ Se toma la intersección del eje óptico con la superficie como origen de distancias y ángulos por los que:

- Las distancias hacia la derecha de la superficie óptica serán positivas.
- Las distancias hacia la izquierda de la superficie óptica serán negativas.
- Los segmentos perpendiculares al eje hacia arriba de éste serán positivas; hacia abajo serán negativas.
- Los ángulos de incidencia y refracción (sobre la superficie), serán positivos si al llevar el rayo, por giro, a coincidir con la normal por el camino más corto, se va en sentido de las agujas del reloj.
- Los ángulos con el eje son positivos si al llevar la recta que los forma a coincidir con el eje se va en sentido contrario a las agujas del reloj.

10.8.- LA ESFERA EN ZONA PARAXIAL.

Se dice que un sistema se comporta stigmáticamente cuando todos los rayos que salen de un punto objeto (P) pasan realmente por un punto imagen (P').

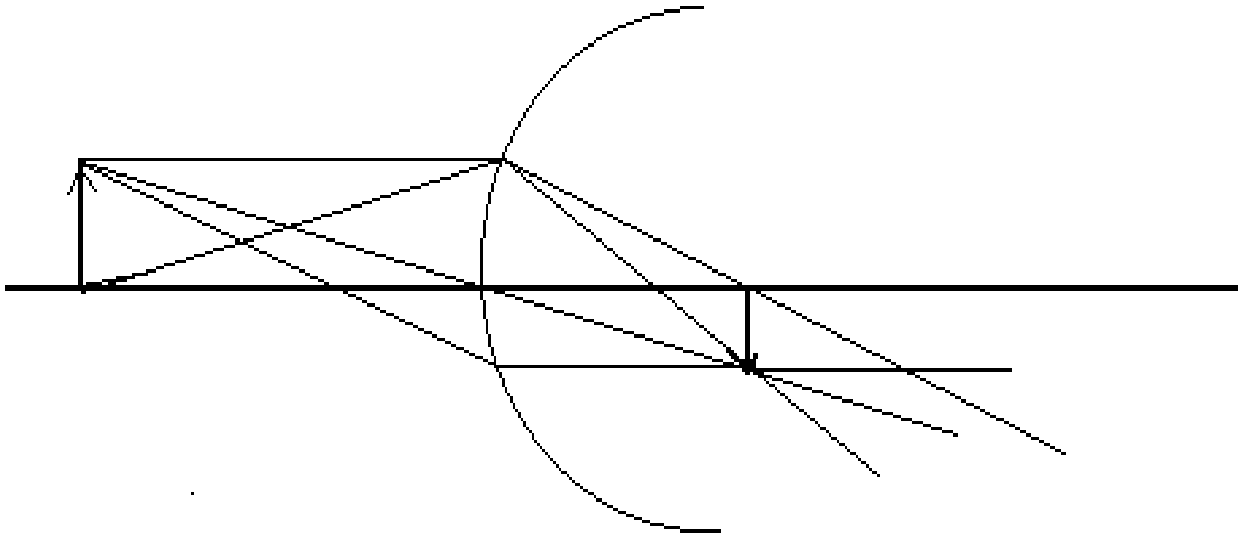
Cualquier sistema óptico puede cumplir esta condición para puntos en que los rayos estén muy cerca del eje, los ángulos sean pequeños y las distancias relativamente grandes. Todas estas condiciones se cumplen en lo que llamamos **zona paraxial** del sistema óptico.

Si nos salimos de esta zona, comienzan a producirse “defectos” en la formación de imágenes, a los que llamamos **aberraciones**.

TRAZADO DE RAYOS. ELEMENTOS DEL SISTEMA ÓPTICO.

El trazado de rayos va a consistir en elegir puntos del objeto y pasarlos a través del sistema óptico hasta formar la imagen. Para ello, vamos a elegir unos rayos característicos:

- Todo rayo que entre paralelo al eje del sistema, saldrá por un punto llamado **foco imagen (f')**, situado sobre el eje óptico. Calculamos f' como: $f' = - \frac{n'}{n' - n}$. A la inversa de f' se le llama potencia: $p = 1/f'$ y su unidad son las dioptrías (si f' se mide en metros).
- Todo rayo que penetre cortando al eje óptico en un punto, **foco objeto (f)**, saldrá paralelo a dicho eje. Podemos calcular la distancia focal objeto como: $f = - \frac{n}{n' - n}$.
- Todo rayo que entre en el sistema óptico dirigiéndose al centro de curvatura de la superficie óptica, no sufrirá desviación, ya que coincide con la normal.



Identifica en el dibujo cada uno de los parámetros que vayas estudiando en las ecuaciones que se explican a continuación.

EL INVARIANTE DE ABBE

El invariante de Abbe y las demás ecuaciones que vamos a ver se deducen de la geometría del trazado de rayos (figura del apartado anterior).

$$n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right)$$

Esta ecuación podremos particularizarla a cada uno de los sistemas que estudiemos.

ECUACIÓN DE LAGRANGE-HELMHOLTZ

Relaciona el tamaño del objeto y el ángulo que forma el rayo que parte de su base con el eje, con el tamaño y el ángulo correspondiente de la imagen. Viene dada por:

$$ny\sigma = n'y'\sigma'$$

AUMENTOS

Llamamos aumento lateral a la relación de tamaño entre el objeto y la imagen. Vendrá dado por:

$$\beta = y' / y = (n \cdot s') / (n' \cdot s)$$

Observamos que si el aumento es positivo, la imagen es directa y si es negativo la imagen está invertida.

10.9.- SUPERFICIES PLANAS.

Repasa los conceptos de refracción y deduce las propiedades de las superficies planas.

10.10.- ESPEJOS.

Los espejos son superficies muy pulimentadas, con una capacidad reflectora del 95% o superior de la intensidad de la luz incidente.

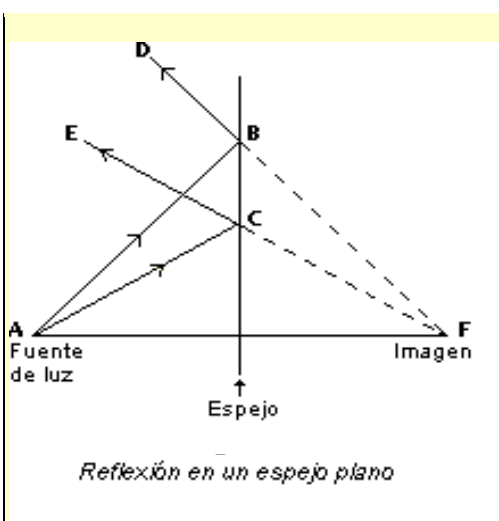
ESPEJOS PLANOS.

Consideremos un rayo de luz que se refracta desde un medio de índice n a otro hipotético de índice de refracción $-n$. Aplicando la ley de Snell:

$$n \sin \alpha_i = -n \sin \alpha_r$$

De donde se deduce que: $\alpha_i = -\alpha_r$

Un ángulo de refracción negativo equivale a una inversión en el sentido del rayo.



En un espejo plano las posiciones x y x' de un objeto y su imagen están relacionadas: $x = x'$

La imagen es virtual, pues se forma con las prolongaciones de los rayos.

Aplicando el invariante de Abbe: $s' = s$ con $r = \infty$

ESPEJOS ESFÉRICOS.

Un espejo esférico está caracterizado por su radio de curvatura R .

En el caso de los espejos esféricos solo existe un punto focal $f=f'=r/2$ cuya posición coincide con el punto medio entre el centro del espejo y el vértice del mismo.

Se encontrará a la izquierda del vértice para los espejos cóncavos y a la derecha para los espejos convexos.

Aplicando la ecuación del invariante de Abbe, se cumplirá :

$$1/s + 1/s' = 2/R.$$

Las distancias focales cumplirán:

$$f = f' = R/2.$$

El aumento del espejo será:

$$\beta = y'/y = -s'/s$$

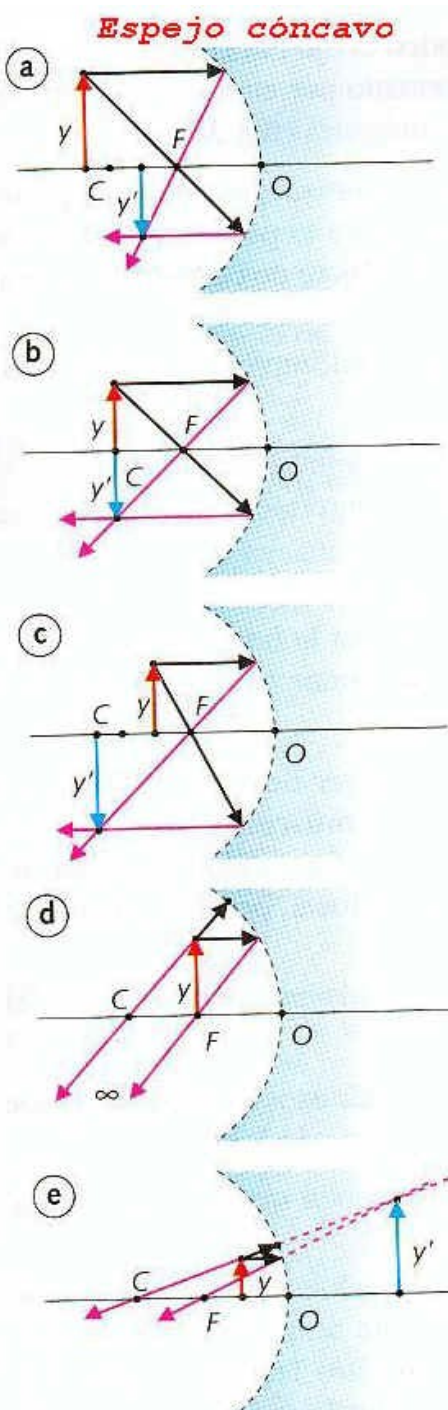
y dependerá de la curvatura del espejo y de la posición del objeto.

La construcción de imágenes es muy sencilla si se utilizan los rayos principales:

- **Rayo paralelo:** Rayo paralelo al eje óptico que parte de la parte superior del objeto. Después de refractarse pasa por el foco imagen.
- **Rayo focal:** Rayo que parte de la parte superior del objeto y pasa por el foco objeto, con lo cual se refracta de manera que sale paralelo . Después de refractarse pasa por el foco imagen.
- **Rayo radial:** Rayo que parte de la parte superior del objeto y está dirigido hacia el centro de curvatura del dioptrio. Este rayo no se refracta y continúa en la mismas dirección ya que el ángulo de incidencia es igual a cero.

Hay que distinguir entre los espejos cóncavos y los convexos:

ESPEJOS CÓNCAVOS



a) Objeto situado a la izquierda del centro de curvatura. La imagen es real, invertida y situada entre el centro y el foco. Su tamaño es menor que el objeto.

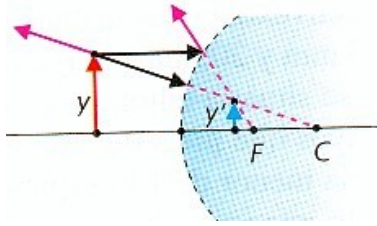
b) Objeto situado en el centro de curvatura. La imagen es real, invertida y situada en el mismo punto. Su tamaño igual que el objeto.

c) Objeto situado entre el centro de curvatura y el foco. La imagen es real, invertida y situada a la izquierda del centro de curvatura. Su tamaño es mayor que el objeto.

d) Objeto situado en el foco del espejo. Los rayos reflejados son paralelos y la imagen se forma en el infinito.

e) Objeto situado a la derecha del foco. La imagen es virtual, y conserva su orientación. Su tamaño es mayor que el objeto.

ESPEJOS CONVEXOS



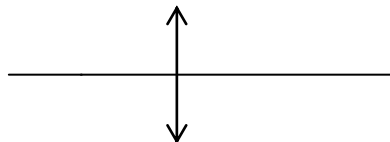
Se produce una situación en la que la imagen es virtual, derecha y más pequeña que el objeto.

10.11.- LENTES.

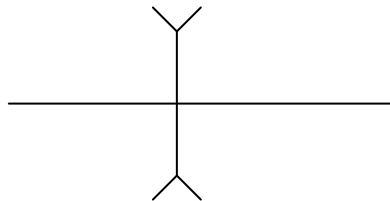
Una lente es un medio transparente limitado por dos superficies curvas de radios r_1 y r_2 . Una onda incidente sufre dos refracciones al pasar a través de la lente.

Hay dos tipos de lentes: **convergentes** y **divergentes**.

En las lentes convergentes el foco imagen está a la derecha de la lente, $f' > 0$. Se representan como indica la figura:



En las lentes divergentes el foco imagen está a la izquierda de la lente, $f' < 0$.



Las lentes convergentes son más gruesas por el centro que por los extremos, mientras que las divergentes son más gruesas por los extremos que por el centro.

Se define además, la **potencia de una lente** como la inversa de su distancia focal imagen $p=1/f'$ y mide la mayor o menor convergencia de los rayos emergentes, a mayor potencia mayor convergencia de los rayos. La unidad de potencia de una lente es la dioptría, que se define como la potencia de una lente cuya distancia focal es de un metro.

La formación de imágenes en las lentes dependerá de donde esté situado el objeto, antes o después del foco.

Aplicando el invariante de Abbe y considerando lentes delgadas, las ecuaciones que describen las lentes son:

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{y} \quad -\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$$

y el aumento viene dado por: $\beta = y'/y = -s'/s$

Dibuja el trazado de rayos para todos los casos posibles de lentes y objetos.

Lente convergente, objeto delante del foco.

Lente convergente, objeto sobre el foco.

Lente convergente, objeto entre el foco y la lente.

Lente divergente, objeto delante del foco imagen.

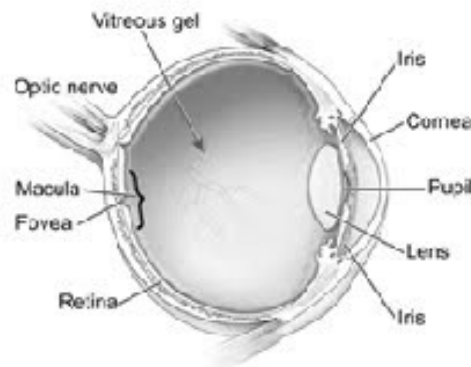
Lente divergente objeto entre el foco imagen y la lente.

10.12 .- INSTRUMENTOS ÓPTICOS. EL OJO.

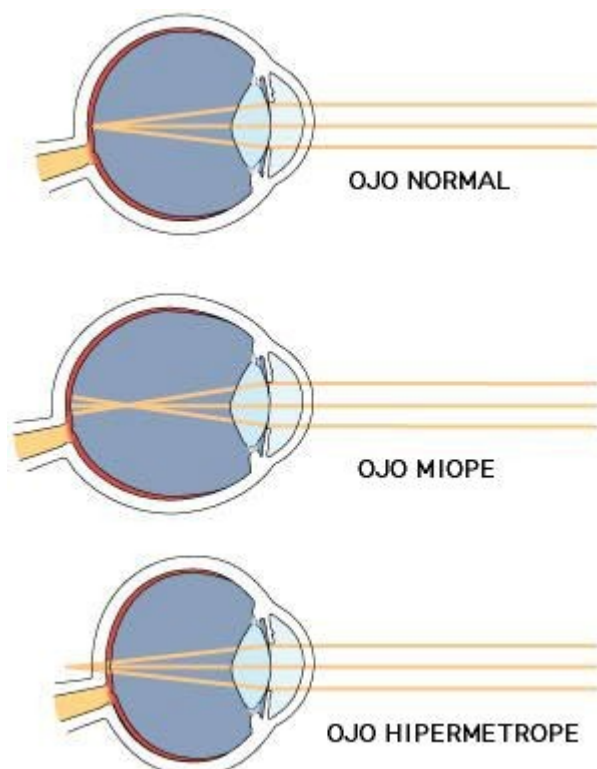
El trazado de rayos en sistemas de lentes y espejos es particularmente importante para el diseño de los siguientes instrumentos ópticos:

EL OJO

El ojo humano es una esfera constituida por las siguientes partes:

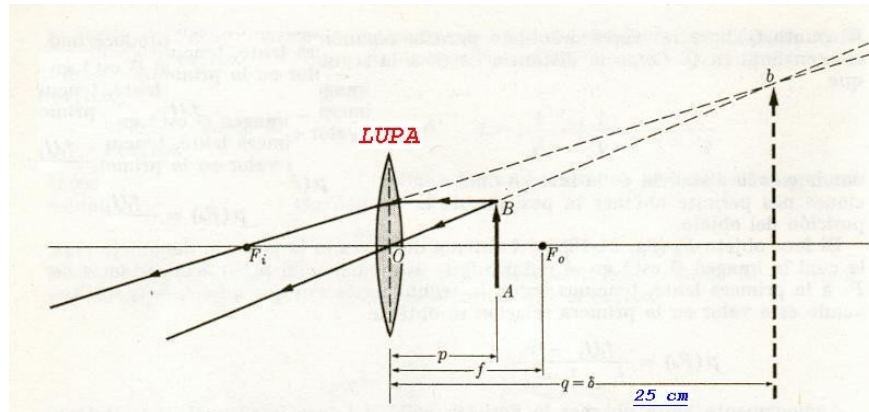


Sin embargo, la forma esférica puede deformarse debido a muy diversas causas y afectar a la formación de imágenes en la retina, dando lugar a defectos de visión como la miopía, la hipermetropía o el astigmatismo.

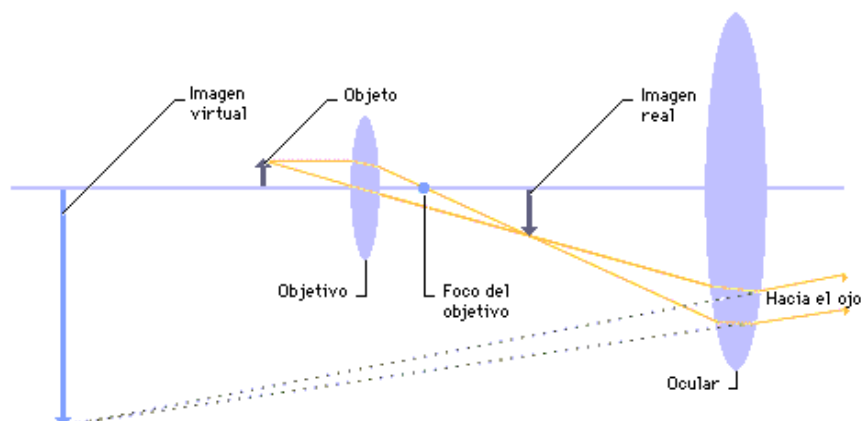


EL MICROSCOPIO.

Un microscopio es un sistema de lentes que produce una imagen virtual aumentada de un pequeño objeto. El microscopio más simple es una lente convergente, **LA LUPA**. El objeto se coloca entre la lente y el foco, de modo que la imagen es virtual y está a una distancia que es la distancia mínima de visión nítida, alrededor de 25 cm.



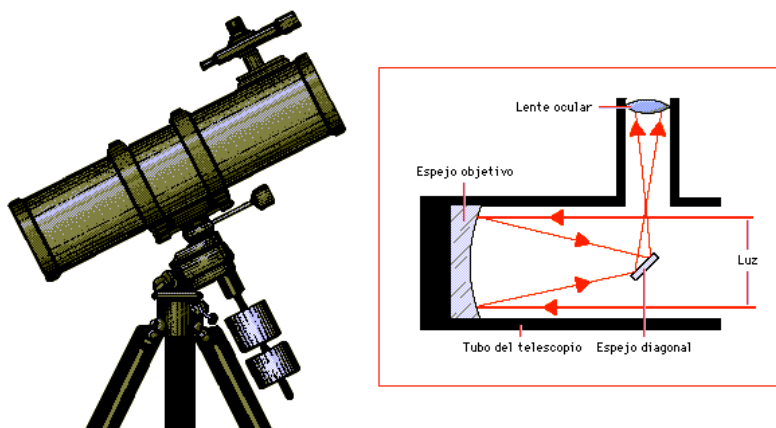
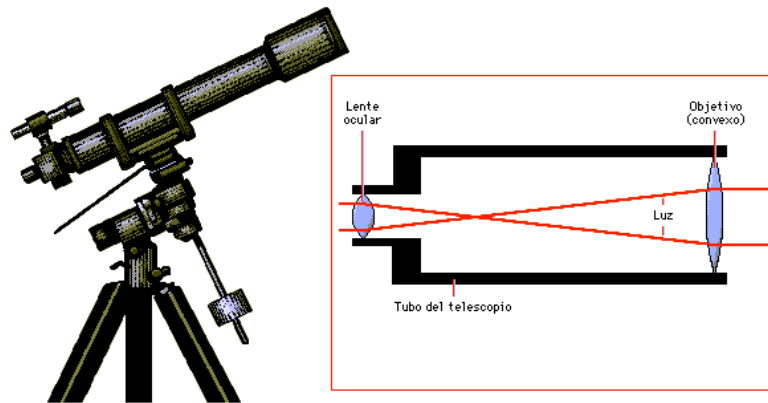
El microscopio compuesto consiste en dos lentes convergentes de pequeña distancia focal, llamadas **objetivo y ocular**. La distancia focal del objetivo f , es mucho menos que la distancia focal f' del ocular. El objeto AB se coloca a una distancia del objetivo ligeramente mayor que f . El objetivo forma una primera imagen $a'b'$ que hace de objeto para el ocular. La imagen $a'b'$ debe estar a una distancia del ocular ligeramente menor que f' . La imagen final ab es virtual, invertida y mucho mayor que el objeto. El objeto AB se coloca de tal manera que ab está a una distancia del ocular igual a la distancia mínima de visión nítida, alrededor de 25 cm. Esta condición se realiza mediante el enfoque que consiste en mover todo el microscopio respecto al objeto. (Se puede observar la imagen a través de una lente convexa).



EL TELESCOPIO

En el telescopio el objetivo es una lente convergente de distancia focal f muy grande, a veces de varios metros. Como el objeto AB es muy distante, su imagen $a'b'$ producida por el objetivo, está en su foco F_0 . Sólo se necesitan los rayos centrales para conocer la posición de la imagen.

El ocular es una lente convergente de distancia focal f' mucho menor. De coloca de tal que la imagen intermedia $a'b'$ esté entre el ocular y su foco. y la imagen final ab esté a la la distancia mínima de visión nítida, alrededor de 25 cm. El enfoque se hace moviendo el ocular ya que nada se gana moviendo el objetivo. (Se puede observar la imagen a través de una lente concava).



Busca más información sobre estos aparatos ópticos así como más aparatos fabricados con lentes, como la cámara de fotos, los anteojos,....Busca información sobre la anatomía y funcionamiento óptico del ojo humano.

Resumen de las relaciones más importantes de dioptrios, espejos y lentes.

	Fórmula Fundamental	Foco objeto	Foco imagen	Fórmula General	Aumento Lateral
Dioptrios esféricos	$\frac{n_1}{s} - \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$				
Dioptrios planos					
Espejos esféricos					
Espejos planos					
Lentes					

PROBLEMAS DE ÓPTICA

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Un rayo de luz blanca incide desde el aire sobre una lámina de vidrio con un ángulo de incidencia de 30° .

- a) ¿Qué ángulo formarán entre sí en el interior del vidrio los rayos rojo y azul componentes de la luz blanca, si los valores de los índices de refracción del vidrio para estos colores son, respectivamente, $n_{\text{rojo}} = 1,612$ y $n_{\text{azul}} = 1,671$.
- b) ¿Cuáles serán los valores de la frecuencia y de la longitud de onda correspondientes a cada una de estas radiaciones en el vidrio, si las longitudes de onda en el vacío son, respectivamente, $\lambda_{\text{rojo}} = 656,3 \text{ nm}$ y $\lambda_{\text{azul}} = 486,1 \text{ nm}$?

Datos: velocidad de la luz en el vacío : $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

a) Aplicando la ley de Snell:

$$1 \sin \theta_i = n_{\text{vidrio rojo}} \sin \theta_r \Rightarrow n_{\text{rojo}} \sin \theta_r = \frac{\sin 30^\circ}{1,612} = \frac{0,5}{1,612} = 0,31 \Rightarrow \theta_r = \text{rcsen } 0,31 = 18,07^\circ$$

$$1 \sin \theta_i = n_{\text{vidrio azul}} \sin \theta_r \Rightarrow n_{\text{azul}} \sin \theta_r = \frac{\sin 30^\circ}{1,671} = \frac{0,5}{1,671} = 0,299 \Rightarrow \theta_r = \text{rcsen } 0,299 = 17,41^\circ$$

$$\Delta\theta = 18,07^\circ - 17,41^\circ = 0,66^\circ \quad \Delta\theta = 0,66^\circ$$

b)

$f_{\text{rojo}} (\text{vacío}) = f_{\text{rojo}} (\text{vidrio})$. La frecuencia es la misma en el aire que en el vidrio

$$c = \lambda_{\text{rojo}} f_{\text{rojo}} \Rightarrow f_{\text{rojo}} = \frac{c}{\lambda_{\text{rojo}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{656,3 \cdot 10^{-9}} = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{rojo}} = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$c = \lambda_{\text{azul}} f_{\text{azul}} \Rightarrow f_{\text{azul}} = \frac{c}{\lambda_{\text{azul}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{486,1 \cdot 10^{-9}} = 6,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{azul}} = 6,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$c = \lambda_{\text{rojo}} \cdot f_{\text{rojo}}$$

$$v_{\text{vidrio rojo}} = \lambda_{\text{vidrio rojo}} \cdot f_{\text{rojo}}$$

$$\text{Dividiendo.} \rightarrow n = \frac{c}{v}$$

$$n_{\text{vidrio rojo}} = \frac{c}{v_{\text{vidrio rojo}}} = \frac{\lambda_{\text{rojo}} \cdot f_{\text{rojo}}}{\lambda_{\text{vidrio rojo}} \cdot f_{\text{rojo}}} = \frac{\lambda_{\text{rojo}}}{\lambda_{\text{vidrio rojo}}} \Rightarrow \lambda_{\text{vidrio rojo}} = \frac{\lambda_{\text{rojo}}}{n_{\text{vidrio rojo}}} = \frac{656,3 \cdot 10^{-9}}{1,612} = 4,07 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{vidrio rojo}} = 4,07 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$c = \lambda_{\text{azul}} \cdot f_{\text{azul}}$$

$$v_{\text{vidrio azul}} = \lambda_{\text{vidrio azul}} \cdot f_{\text{azul}}$$

$$\text{Dividiendo.} \rightarrow n = \frac{c}{v}$$

$$n_{\text{vidrio azul}} = \frac{c}{v_{\text{vidrio azul}}} = \frac{\lambda_{\text{azul}} \cdot f_{\text{azul}}}{\lambda_{\text{vidrio azul}} \cdot f_{\text{azul}}} = \frac{\lambda_{\text{azul}}}{\lambda_{\text{vidrio azul}}} \Rightarrow \lambda_{\text{vidrio azul}} = \frac{\lambda_{\text{azul}}}{n_{\text{vidrio azul}}} = \frac{486,1 \cdot 10^{-9}}{1,671} = 2,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

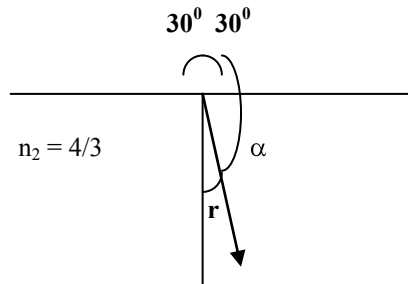
$$\lambda_{\text{vidrio azul}} = 2,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

2°

- a) Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque con un ángulo de 30° . ¿Qué ángulo forman entre sí los rayos reflejado y refractado?.
- b) Si el rayo luminoso se propagase desde el agua hacia el aire ¿a partir de qué valor del ángulo de incidencia se presentará el fenómeno de reflexión total?.

Dato: índice de refracción del agua = $4/3$.

a) $n_1 = 1$



Por la Ley de Snell

$$1 \cdot \sin 30^\circ = \frac{4}{3} \sin \hat{r}$$

$$\sin \hat{r} = \frac{\sin 30^\circ}{4/3} = \frac{0,5 \cdot 3}{4} = 0,375 \Rightarrow \hat{r} = \arcsen 0,375 = 22,02^\circ$$

El ángulo que incidente es igual que el reflejado (30°) por tanto los rayos reflejado y refractado formarán un ángulo $\alpha = 180^\circ - 30^\circ - 22,02^\circ = 127,98^\circ$

$$\alpha = 127,98^\circ$$

b)

La reflexión total se presenta a partir de un ángulo de incidencia llamado límite (1) para el cual el ángulo refractado tiene un valor de 90° . Esto sólo puede suceder cuando el rayo pasa de un medio más refringente a otro menos, en éste caso el rayo pasa del agua al aire, el primer medio es el agua y el segundo el aire. Aplicando la ley de Snell.

$$\frac{4}{3} \sin \hat{1} = 1 \sin 90^\circ$$

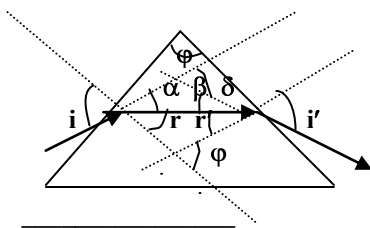
$$\sin \hat{1} = \frac{\sin 90^\circ}{4/3} = \frac{3}{4} = 0,75 \Rightarrow \hat{1} = \arcsen 0,75 = 48,59^\circ$$

$$\hat{1} = 48,59^\circ$$

3° Sobre la cara lateral de un prisma de vidrio de índice de refracción 1,4 y ángulo en el vértice 50° , incide un rayo de luz con un ángulo de 20° . Determine:

- a) El ángulo de desviación sufrido por el rayo.
- b) El ángulo de desviación mínima que corresponde a este prisma.

El prisma se encuentra situado en el aire.



a) Aplicando la ley de Snell del aire al prisma

$$1 \sin 20^\circ = 1,4 \sin \hat{r}$$

$$\sin \hat{r} = \frac{\sin 20^\circ}{1,4} = \frac{0,342}{1,4} = 0,244 \Rightarrow \hat{r} = \arcsin 0,244 = 14,1^\circ$$

$$\text{Como } \varphi = \hat{r} + \hat{r}' \Rightarrow \hat{r}' = 20^\circ - 14,1^\circ = 5,9^\circ$$

Aplicando la ley de Snell del prisma al aire

$$1,4 \sin \hat{r}' = \sin \hat{i}'$$

$$\sin \hat{i}' = 1,4 \sin 5,9^\circ = 0,142 \Rightarrow \hat{i}' = 8,1^\circ$$

$$\text{Como } \delta = \alpha + \beta \left\{ \begin{array}{l} i = \alpha + r \Rightarrow \alpha = i - r \\ i' = \beta + r' \Rightarrow \beta = i' - r' \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \delta = i - r + i' - r' \\ \delta = i + i' - (r + r') \end{array} \right.$$

$$\delta = 20^\circ + 8,1^\circ - 50^\circ = -21,9^\circ$$

$$\delta = 21,9^\circ$$

b) La desviación mínima ocurre cuando $\hat{i} = \hat{i}'$. Es decir dentro del prisma la trayectoria del rayo luminoso es paralela a la base del prisma.

$$\text{Se cumple: } i = i' ; r = r' ; \varphi = r + r' = 2r \Rightarrow r = 25^\circ$$

Aplicando la ley de Snell del aire al prisma

$$1 \sin \hat{i} = 1,4 \sin 25^\circ \Rightarrow \hat{i} = \arcsin 0,592 = 36,27^\circ$$

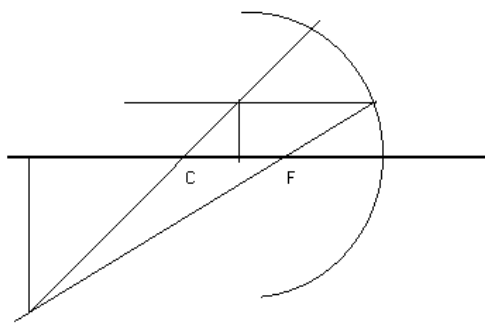
$$\text{Por tanto: } \delta_m = i + i' - \varphi = 2i - \varphi = 2 \cdot 36,27^\circ - 50^\circ = 22,54^\circ$$

$$\delta_m = 22,54^\circ$$

4º Un espejo esférico, cóncavo, ha de formar una imagen invertida de un objeto en forma de flecha, sobre una pantalla situada a una distancia de 420 cm delante del espejo. El objeto mide 5 mm y la imagen ha de tener una altura de 30 cm. Determinar:

- A qué distancia del espejo debe colocarse el objeto.
- El radio de curvatura del espejo.

Efectuar la construcción geométrica de la citada imagen.



a)

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{30}{0,5} = -\frac{420}{s} \Rightarrow s = -\frac{420 \cdot 0,5}{30} = -7 \text{ cm}$$

$$s = -7 \text{ cm}$$

b)

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-7} + \frac{1}{-420} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{-61}{420} = \frac{1}{f}$$

$$f = -6,88\text{cm} \Rightarrow r = 2f = 2 \cdot -6,88\text{cm} = -13,76\text{cm}$$

$$\mathbf{r = -13,76cm}$$

5º Una lente convergente con radios de curvatura de sus caras iguales, y que suponemos delgada, tiene una distancia focal de 50 cm. Proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de tamaño 5 cm.

- Calcule la distancia de la pantalla a la lente para que la imagen sea de tamaño 40 cm
- Si el índice de refracción de la lente es igual a 1,5. ¿Qué valor tienen los radios de la lente y cuál es la potencia de la misma ?

- Al proyectarse en una pantalla la imagen es real y por tanto invertida

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s = \frac{s \cdot y'}{y} = \frac{-40 \cdot s}{5} = -8 \cdot s$$

$$s' = -8 \cdot s$$

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{-8 \cdot s} = \frac{1}{50} \Rightarrow \frac{9}{8 \cdot s} = \frac{1}{50} \Leftrightarrow s = -\frac{450}{8} = -56,25\text{cm}$$

$$s' = -8 \cdot s = -8(-56,25) = 450\text{cm}$$

$$\mathbf{s' = 450cm}$$

b)

$$P = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = (1,5-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{-r}\right) = 0,5\left(\frac{2}{r}\right)$$

$$\frac{1}{50} = \frac{0,5 \cdot 2}{r} \Rightarrow r_1 = 50\text{cm}$$

$$\mathbf{r_1 = 50cm}$$

$$\mathbf{r_2 = -50cm}$$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ Dioptrías}$$

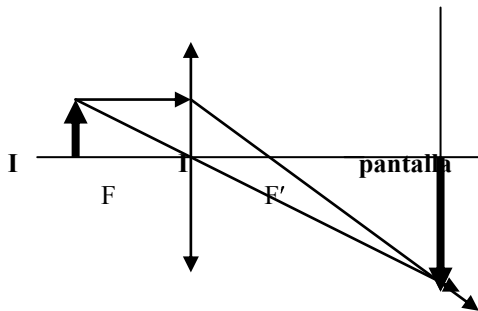
$$P = 2 \text{ Dioptrías}$$

6º Un objeto luminoso está situado a 6 m de una pantalla. Una lente, cuya distancia focal es desconocida, forma sobre la pantalla una imagen real, invertida y cuatro veces mayor que el objeto.

- ¿Cuál es la naturaleza y la posición de la lente? ¿Cuál es el valor de la distancia focal de la lente?
- Se desplaza la lente de manera que se obtenga sobre la misma pantalla una imagen nítida, pero de tamaño diferente al obtenido anteriormente. ¿Cuál es la nueva posición de la lente y el nuevo valor del aumento?

a)

Para que la imagen de un objeto sea **real e invertida** la lente tiene que ser **CONVERGENTE**



$$(1) -s + s' = 6$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{4 \cdot y}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s = -4 \cdot s$$

Sustituyendo en (1)

$$-s + (-4 \cdot s) = 6 \Rightarrow -5 \cdot s = 6 \Rightarrow s = -\frac{6}{5} = -1,2 \text{ m}$$

$$s = -1,2 \text{ m}$$

La distancia del objeto a la lente es de $-1,2 \text{ m}$

$$s' = -4s = -4(-1,2) = 4,8 \text{ m}$$

$$s' = 4,8 \text{ m (Imagen real, detrás de la lente)}$$

La distancia de la imagen a la lente es $4,8 \text{ m}$

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{1}{-1,2} + \frac{1}{4,8} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{5}{4,8} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{4,8}{5} = 0,96 \text{ m}$$

$$f' = 0,96 \text{ m}$$

b)

La pantalla está en la misma posición, lo que cambia es la posición de la lente.

Por tanto se cumple:

$$-s + s' = 6 \Rightarrow s' = 6 + s$$

Como es la misma lente la distancia focal no cambia

$$f' = 0,96 \text{ m}$$

Aplicando:

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{1}{s} + \frac{1}{6+s} = \frac{1}{0,96} \Rightarrow \frac{- +}{(6+s)s} = \frac{1}{0,96}$$

$$\Rightarrow s + 2 = 0,96(-) \Rightarrow + s + ,76 = 0$$

$$s = \frac{- \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0,76}}{2} = \frac{- \pm 5,6}{2}$$

$$\rightarrow s = -4,8 \text{ m}$$

$$\rightarrow s = 0,2 \text{ m}$$

La solución $s = -1,2 \text{ m}$ coincide con la del apartado a). Por tanto la solución a éste nuevo apartado es $s = -4,8 \text{ m}$

$s = -4,8 \text{ m} \Rightarrow s' = 6 + s = 6 - 4,8 = 1,2 \text{ m}$ (Objeto 4,8 m delante de la lente)

$s' = 1,2 \text{ m}$ (Imagen 1,2 m detrás de la lente)

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{1,2}{-4,8} = -0,25$$

$$\mathbf{M_L = 0,25 \text{ m}}$$

Esto quiere decir que la imagen es más pequeña que el objeto (La cuarta parte)

PROBLEMAS PROPUESTOS

1° Un faro sumergido en un lago dirige un haz de luz hacia la superficie del lago con $\hat{i} = 40^\circ$. Encontrar el ángulo refractado. ($n_{\text{agua}} = 1,33$)

SOLUCIÓN $58,7^\circ$

2° Encontrar el ángulo límite para la reflexión total interna de la luz que pasa del hielo ($n = 1,31$) al aire. Haz un dibujo.

SOLUCIÓN $49,7^\circ$

3° Una capa de aceite ($n = 1,45$) flota sobre agua ($n = 1,33$). Un rayo de luz brilla dentro del aceite con un $\hat{i} = 40^\circ$. Encontrar el ángulo que forma el rayo con el agua.

SOLUCIÓN $28,7^\circ$

4° ¿Cuál es la frecuencia de la luz que tiene una longitud de onda en el aire de 546 nm.? ¿Cuál es su frecuencia en el agua?. ¿Y su velocidad en el agua.? ¿Y su longitud de onda en el agua.? $n_{\text{agua}} = 1,33$

SOLUCIÓN $f_{\text{aire}} = f_{\text{agua}} = 5,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; $2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; 400 nm

5° Un haz de rayos de luz llega a la superficie plana de medio cilindro de un material transparente cuyo $n = \sqrt{2}$ formando un ángulo de 45° . Determinar con qué ángulo abandonará la superficie cilíndrica.

SOLUCIÓN 30°

6° Un rayo luminoso incide en una cara lateral de un cubo de vidrio de $n = 1,5$, que está sumergido en agua, de $n = 1,33$. ¿Con qué ángulo debe incidir el rayo para que al salir la luz haya reflexión total en la cara superior horizontal del cubo?.

SOLUCIÓN $31,43^\circ$

7° Si un rayo de luz monocromática se propaga del agua al aire ¿a partir de qué valor del ángulo de incidencia en la superficie de discontinuidad entre ambos medios se presentará el fenómeno de reflexión total? ¿Qué nombre recibe ese ángulo? El valor del índice de refracción absoluto del agua es $n_a = 4/3$. Razone la respuesta.

SOLUCIÓN $48,6^\circ$. Se llama

ángulo límite

8° Explica en que condiciones un rayo de luz monocromática :

- a) Se refracta con un ángulo de refracción menor que el ángulo de incidencia
- b) Experimenta el fenómeno de reflexión total.

SOLUCIÓN

- a) Cuando pasa de un medio menos refringente (menor índice de refracción) a otro más (mayor índice de refracción) ($n_2 > n_1$).
- b) Para ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite ($n_1 > n_2$)

9° Una fuente luminosa emite luz monocromática de longitud de onda en el vacío $\lambda_0 = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ (luz roja) que se propaga en el agua de índice de refracción $n = 1,34$ Determine:

- a) La velocidad de propagación de la luz en el agua.
- b) La frecuencia y la longitud de onda de la luz en el agua.

Datos : velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

SOLUCIÓN: a) $2,24 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
b) $2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$; $4,478 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

10° Un rayo de luz monocromática que se propaga en el aire incide sobre una sustancia transparente con un ángulo de 58° respecto a la normal. Se observa que los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares:

- a) ¿Cuál es el índice de refracción de la sustancia transparente para esta luz?.

- b) ¿Cuál es el ángulo límite para la reflexión total interna en esta sustancia, si la luz se propagase desde ésta hacia el aire ?.

SOLUCIÓN : a) 1,6 b) $38,67^\circ$

11° Un rayo de luz amarilla, emitido por una lámpara de sodio, tiene una longitud de onda en el vacío de $589 \cdot 10^{-9}$ m. Determinar :

- Su frecuencia
- Su velocidad de propagación y su longitud de onda en el interior de una fibra de cuarzo, cuyo índice de refracción es $n = 1,458$.
- El ángulo de incidencia mínimo para el rayo de luz que, propagándose por el interior de la fibra de cuarzo, encuentra la superficie de discontinuidad entre el cuarzo y el aire y experimenta reflexión total.

Datos : Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

SOLUCIÓN: a) $1,96 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$
b) $2,06 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$; $4,04 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
c) $43,30^\circ$

12° Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de espesor 2 cm y de índice de refracción $n = 3/2$, situada en el aire, incide un rayo de luz monocromática con un ángulo $\theta_i = 30^\circ$.

- Compruebe que el ángulo de emergencia es el mismo que el ángulo de incidencia.
- Determine la distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina y el desplazamiento lateral del rayo emergente.

SOLUCIÓN: a) $1 \text{ sen } 30^\circ = 3/2 \text{ sen } r$ $3/2 \text{ sen } r = 1 \text{ sen } i' \Rightarrow i' = 30^\circ$
b) 2,12 cm ; 0,388 cm

13° Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, situada en el aire, tiene un espesor de 8 cm y un índice de refracción $n = 1,6$. Calcular para un rayo de luz monocromática que incide en la cara superior de la lámina con un ángulo de 45° :

- Los valores del ángulo de refracción en el interior de la lámina y del ángulo de emergencia correspondientes.
- El desplazamiento experimentado por el citado rayo al atravesar la lámina.
- Dibujar la marcha geométrica del rayo.

SOLUCIÓN: a) $26,23^\circ$; 45° b) 2,87 cm

14° A un prisma óptico de ángulo de refringencia $A = 50^\circ$ llega un rayo de luz monocromático bajo un ángulo de incidencia de 40° . Sabiendo que el ángulo de desviación producido por el prisma es de 30° y que el medio que rodea al prisma es aire:

- Calcular el valor del ángulo de emergencia del citado prisma.
- Calcular el valor del índice de refracción del prisma.
- Dibujar la marcha del rayo a través del prisma.

SOLUCIÓN : a) 40° b) 1,52

15° El ángulo de desviación mínima en un prisma óptico es de 30° , Si el ángulo del prisma es de 50° y éste está situado en el aire, determine :

- El ángulo de incidencia par que se produzca la desviación mínima del rayo.
- El índice de refracción del prisma.

SOLUCIÓN : a) 40° b) 1,52

16° Un prisma óptico de ángulo de refringencia 60° y cuyo índice de refracción es 1,5, recibe un rayo de luz perpendicularmente a una de sus caras. Determinar el ángulo de desviación.

SOLUCIÓN: 60°

17° ¿Cuál es el ángulo de desviación mínima de un prisma equilátero cuyo índice de refracción es 2 ? . Representa la trayectoria de un rayo que atraviesa dicho prisma en las condiciones de desviación mínima

SOLUCIÓN: 120° . El rayo va paralelo a la base del prisma.

18° Determinar el índice de refracción de un prisma cuyo ángulo de refringencia es de 30^0 , sabiendo que el ángulo de desviación mínima es 16^0 .

SOLUCIÓN: 1,5

19° Tenemos un prisma de vidrio (índice de refracción $n = \sqrt{2}$) cuyo ángulo es de 60^0 . En una de sus caras incide un rayo formando un ángulo de 45^0 , siendo la dirección del mismo hacia el vértice. Determinar:

- a) Ángulo de refracción (en el interior del prisma)
- b) Valor del ángulo de emergencia.
- c) Ángulo de mínima desviación
- d) Dibujar la marcha de la luz, en el caso de que el rayo incida normalmente a la cara, teniendo en cuenta que el ángulo límite del vidrio al aire es de 42^0 .

SOLUCIÓN: a) 30^0 b) 45^0 c) 30^0 d) Como $i = 45^0$.La luz se refleja totalmente

20° Una persona de 1,80 m. de altura y que tiene los ojos a 1,70 m., del suelo quiere verse de pies a cabeza en un espejo plano vertical. Halla las dimensiones que debe tener el espejo y cómo debe estar colocado para conseguirlo.

SOLUCIÓN: 0,85 m ; 0,9 m

21° Una piscina tiene una profundidad aparente de 1,8 m. ¿Cuál será su profundidad real?. Haz un esquema con la marcha de los rayos luminosos.

Datos. Índice de refracción absoluto del agua $4/3$

SOLUCIÓN: 2,4 m

22° Un objeto de 10 cm., de altura está situado a 75 cm., de un espejo cóncavo de 50 cm., de Radio. Halla la posición, naturaleza y tamaño de la imagen.

SOLUCIÓN: Real e invertida, -37,5 cm

23° Un objeto de 3 cm., de alto está situado a 12 cm., de un espejo convexo, de $r = 12$ cm. Determinar : posición y altura de la imagen.

SOLUCIÓN: Virtual, derecha, más pequeña ,4 cm

24° Con un espejo cóncavo se obtiene una imagen invertida tres veces mayor que el objeto. La distancia objeto imagen es igual a 28 cm. ¿ A qué distancia se halla el objeto y cuánto vale la focal del espejo?.

SOLUCIÓN: -14 cm ; -10,5 cm

25° ¿A qué distancia de un espejo cóncavo de 20 cm., de distancia focal, debe situarse un objeto para que se forme una imagen real de doble tamaño?.

SOLUCIÓN: - 30 cm

26° Un lápiz de 12 cm., se coloca en el centro de curvatura de un espejo cóncavo de 40 cm., de distancia focal. Halla : posición, tamaño y naturaleza de la imagen.

SOLUCIÓN: Invertida, de igual tamaño y - 80cm

27° ¿Dónde debes colocar un objeto para que un espejo cóncavo forme imágenes virtuales?. ¿Qué tamaño tienen estas imágenes?. Ayúdate de las construcciones geométricas necesarias para su explicación

SOLUCIÓN: Un espejo cóncavo sólo forma imágenes virtuales cuando el objeto se coloca entre el foco y el espejo. Son derechas y de mayor tamaño que el objeto.

28° Un cigarro de 12 cm., se coloca a 60 cm., de un espejo cóncavo de 24 cm., de distancia focal. Halla : posición , tamaño y naturaleza de la imagen.

SOLUCIÓN: Más pequeña (8 cm), real e invertida a -40 cm

29° Un insecto de 5 cm., de longitud está a 25 cm., de un espejo convexo de 80 cm., de radio. Halla : posición, tamaño y naturaleza de la imagen.

SOLUCIÓN: Más pequeña (3,08) derecha y virtual a 15,38 cm

30° Un espejo cóncavo tiene un radio de 120 cm. ¿A qué distancia del espejo debe colocarse un rostro para que la imagen aparezca derecha y su tamaño sea el doble del natural?. La imagen es real o virtual?

SOLUCIÓN: - 30 cm ; Virtual

31° A qué distancia de un espejo cóncavo de 40 cm., de distancia focal, debe colocarse un objeto de 30 mm., de longitud para que su imagen tenga 8 mm., de longitud?

SOLUCIÓN: -190 cm

32° Calcule a que distancia debe colocarse un objeto a la izquierda del vértice de un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura es de 12 cm para que su imagen sea tres veces mayor que el objeto. Interprete los posibles resultados y efectúe las construcciones geométricas correspondientes

SOLUCIÓN: -8 cm . Para que la imagen sea mayor que el objeto en un espejo cóncavo ,éste tiene que estar entre el centro de curvatura (-12 cm) y el foco (-6 cm) la imagen será entonces real , invertida y de mayor tamaño

33°Un espejo esférico cóncavo tiene una distancia focal de 0,8 m. Determinar las posiciones del objeto y de la imagen en los siguientes casos:

- a) La imagen es real, invertida y tres veces mayor que el objeto.
- b) La imagen es virtual, derecha y tres veces mayor que el objeto.

Efectuar la construcción geométrica en ambos casos.

SOLUCIÓN: a) -1,07 m ; -3,2 m
b) -0,53 m ; 1,6 m

34°Se utiliza un espejo esférico para formar una imagen invertida, cinco veces mayor que el objeto sobre una pantalla situada a 5 m del objeto:

- a) Determinar la posición del objeto anterior respecto al espejo al espejo y el valor del radio de curvatura de dicho espejo. ¿ Qué tipo de espejo es ?.
- b) Utilizando el mismo espejo ¿ a qué distancia tendría que colocarse el objeto para que la imagen formada fuese virtual y de tamaño cinco veces mayor?.

Efectuar la construcción geométrica en ambos casos.

SOLUCIÓN: a) -1,25 m; -2,08 m ,cóncavo b) -0.83 m

35°Un espejo esférico, que actúa de retrovisor de un coche parado, proporciona una imagen virtual de un vehículo que se aproxima con velocidad constante. El tamaño de dicha imagen es $\frac{1}{10}$ del tamaño real del vehículo cuando éste se encuentra a 8 m del espejo.

- a) ¿Cuál es el radio de curvatura del espejo?
- b) ¿A qué distancia del espejo se forma la correspondiente imagen virtual?
- c) Un segundo después la imagen observada en el espejo se ha duplicado. ¿A qué distancia del espejo se encuentra ahora el vehículo?.
- d) ¿Cuál era su velocidad?.

SOLUCIÓN: a) 1,78 m b) 0,8 m c) -3,5 m d) 4,4 m/s

36° Un objeto de 2 cm de altura está situado a 25 cm de una lente convergente de 20 cm de distancia focal. Calcula la posición de la imagen y su tamaño. ¿Qué características tiene la imagen?

SOLUCIÓN: 100 cm ; -8 cm. Imagen invertida y de mayor tamaño que el objeto

37° Un objeto de 4 cm., de alto está a 20 cm., frente a una lente convexa delgada con una $f' = + 12$ cm. Determinar la posición y la altura de la imagen.

SOLUCIÓN: 30 cm ; invertida ; 1,5 más grande

38° Un objeto está a 5 cm., de una lente convexa de $f = 7,5$ cm. Determinar la posición y tamaño de la imagen.

SOLUCIÓN: - 15 cm ; 3 veces más grande, derecha

39° Un objeto de 9 cm., de altura está a 27 cm., frente a una lente cóncava de $f' = - 18$ cm. Determinar la posición y altura de su imagen.

SOLUCIÓN: - 10,8 cm ; 2,5 veces más pequeña y derecha

40° Calcular la posición y focal de una lente convergente que proyectará la imagen de una lámpara, amplificándola 4 diámetros, sobre una pantalla localizada a 10 m., de la lámpara.

SOLUCIÓN: 8 cm ; 1,6 cm

41° Una pantalla está situada a 40 cm de un objeto que se quiere proyectar en la misma. ¿En qué puntos entre el objeto y la pantalla se puede colocar una lente convergente de 7,5 cm de distancia focal para que la imagen se forme sobre la pantalla?. ¿Cuál es el aumento lateral?.

SOLUCIÓN: a 10 y 30 cm del objeto ; -3 y $-1/3$ respectivamente

42° ¿A qué distancia de una lente convergente debe situarse un objeto para que su imagen sea de igual tamaño?.

SOLUCIÓN: $2f$

43° Un menisco convergente de vidrio ($n = 1,5$) tiene unos valores de r_1 y r_2 de 50 cm y 100 cm., respectivamente. Si un objeto se sitúa a 25 cm., de la lente. ¿Cuál es la posición y naturaleza de la imagen?.

SOLUCIÓN: - 28,57 cm ; derecha ; más grande

44° Si la imagen real de una objeto es doble e invertida y se forma a 20 cm., de la lente, determinar la Potencia de la lente.

SOLUCIÓN: 15 dioptrías

45° Un objeto se sitúa a 50 cm del centro óptico de una lente convergente de 25 cm de distancia focal. Se coloca, a un metro de la lente, un espejo esférico convexo de 50 cm de radio formando un sistema centrado. Determinar :

- a) Posición y naturaleza de la imagen final.
- b) Aumento del sistema.

SOLUCIÓN: Virtual a 1,67 m del objeto ; -0,33

46° Un objeto de 10 mm de altura , colocado perpendicularmente al eje óptico de una lente esférica delgada, está situado a una distancia de 30 cm delante de la misma. Si el valor absoluto de la distancia focal de la lente es 10 cm , calcular la posición , el tamaño y la naturaleza de la imagen formada en los siguientes casos:

- a) La lente es convergente.
- b) La lente es divergente.

Efectuar las construcciones geométricas en los dos casos

SOLUCIÓN: a) 15 cm ; -5 cm; real invertida y menor
b) -7,5 cm ; 2,5 cm ; virtual, derecha y menor

47° Una lente convergente tiene una distancia focal de 10 cm. Determinar para dos objetos situados delante de la lente , a las distancias de 30 cm y de 5 cm respectivamente:

- a) La posición de la imagen,
- b) El aumento lateral.
- c) Si la imagen es real o virtual.
- d) Si la imagen es derecha o invertida.

Efectuar la construcción geométrica en ambos casos.

SOLUCIÓN: Para $s = -30 \text{ cm} \rightarrow$ a) 15 cm ; b) $-0,5$; c) Real ; d) Invertida
 Para $s = -5 \text{ cm} \rightarrow$ a) -10 cm ; b) 2 ; c) Virtual ; d) Derecha

48° Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada L , de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto.

- a) Determine la naturaleza de la lente L , así como su posición respecto del objeto y de la pantalla.
- b) Calcule la distancia focal, la potencia de la lente al y efectúe la construcción geométrica de la imagen.

SOLUCIÓN:

- a) Convergente ; El objeto está a -1 m y la pantalla (imagen) a 3 m de la lente.
- b) $0,75$; $1,33$ dioptrías.

49° El objetivo de una cámara fotográfica es una lente biconvexa de radios de curvatura iguales a 20 cm y de índice de refracción igual a $1,5$. Se pretende realizar una fotografía de un objeto que pasa perpendicularmente al eje óptico de la lente a una velocidad de 90 Km/h y 200 m de distancia. Determinar :

- a) La potencia del objetivo.
- b) El tiempo máximo de exposición para obtener una fotografía nítida, si para ello el desplazamiento de la imagen debe ser inferior a $0,1 \text{ mm}$.
- c) La mínima distancia de un objeto a la que poder realizar una foto correcta si la distancia máxima entre el objetivo y la película es de 22 cm .

SOLUCIÓN: a) 5 dioptrías ; b) $4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$; c) $-2,20 \text{ m}$

50° Una lente plano-convexa de 15 cm de radio e índice de refracción $1,5$ se pega con otra plano-cóncava de índice de refracción $1,7$ dando en conjunto un sistema cuya potencia es de $1,25$ dioptrías. Calcular el radio de curvatura de la lente plano-cóncava.

SOLUCIÓN: $0,34 \text{ cm}$

51° Un microscopio está formado por dos lentes convergentes , el objetivo y el ocular cuyos centros ópticos distan 18 cm . El objetivo y el ocular tienen una distancia focal de 1 y 2 cm respectivamente. Calcula el aumento del microscopio.

SOLUCIÓN: $-187,5$

52° Tenemos un sistema óptico formado por dos lentes convergentes de 20 dioptrías cada una, separadas entre sí 20 cm . Un objeto vertical de 5 cm , está 10 cm a la izquierda de la primera lente sobre el eje óptico.

- a) Representar gráficamente la marcha geométrica de los rayos a través de todo el sistema hasta formar la imagen definitiva de dicho objeto.
- b) Determinar la naturaleza, el tamaño y la posición de la imagen definitiva, así como las características de la imagen formada por la primera lente.
- c) Calcular el aumento de todo el sistema óptico.

SOLUCIÓN: b) $s' = 10 \text{ cm}$; $s'' = 10 \text{ cm}$ $y' = y'' = 5 \text{ cm}$; real invertida y de igual tamaño que el objeto.
 c) 1

53° Explica el funcionamiento de una lente biconvexa como lupa.. ¿Qué aumento se consigue con una lupa de distancia focal igual a 10 cm ?.

SOLUCIÓN: Usamos la lupa para ver con nuestros ojos un objeto aumentado . En una lente convergente se consigue colocando el objeto entre el foco objeto y la lente (aproximadamente en dicho foco) , así la imagen será virtual y aumentada. Para verlo con nitidez debemos situarlo a unos 25 cm del ojo (punto próximo). $s' = -25 \text{ cm}$ y en éste caso $s = -f = -10 \text{ cm}$. Por tanto el aumento conseguido es: $M_L = 2,5$

Física moderna

TEMA 11. LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD

- 11.1.- SITUACIÓN DE LA FÍSICA CLÁSICA A FINAL DEL SIGLO XIX.
- 11.2.- EL PRINCIPIO DE RELATIVIDAD.
- 11.3.- POSTULADOS DE LA TEORÍA DE RELATIVIDAD ESPECIAL.
- 11.4.- CONSECUENCIAS DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD.
- 11.5.- TRANSFORMACIONES DE LORENTZ.
- 11.6.- INVARIANTES EN RELATIVIDAD Y EN MECANICA NEWTONIANA.
- 11.7.- MOMENTO LINEAL, ENERGÍA Y MASA EN RELATIVIDAD.
- 11.8.- DIFERENCIA ENTRE RELATIVIDAD GENERAL Y RELATIVIDAD ESPECIAL.

11.1.- SITUACIÓN DE LA FÍSICA CLÁSICA A FINAL DEL SIGLO XIX.

En el siglo XIX la ciencia está dominada por una teoría física tan generalizada que se había convertido en una concepción global del mundo y de su modo de funcionamiento: La Mecánica Clásica. Dicha teoría estaba basada en los postulados de la teoría de Isaac Newton. Estos principios unifican problemas que hasta entonces se habían considerado diferentes, como son el movimiento de los cuerpos celestes o la caída de los graves.

Cualquier objeto en movimiento es definido como un punto material situado en un ESPACIO ABSOLUTO (espacio que conserva sus propiedades en ausencia de materia) y en un TIEMPO ABSOLUTO (tiempo que fluye indefinidamente y a la misma velocidad a pesar de que desaparezcan los objetos que contiene).

Según las ideas de la época se sabe que la materia está compuesta por moléculas, pero esta composición no es tenida en cuenta en el estudio del movimiento de los cuerpos, ya que estos son representados por puntos geométricos dotados de masa.

El universo está regido por otra ley debida a Newton la Ley de Gravitación Universal. Y todo cuerpo está dotado de una propiedad llamada INERCIA que determina la resistencia de todo cuerpo a cambiar su estado de movimiento.

Esquemáticamente acabamos de exponer un sistema de interpretación del mundo que podemos llamar MECANICISTA. Llegado el caso, el resto de las ciencias debían de ser reducidas a dicho paradigma que conoció un éxito creciente hasta final del siglo XIX. Era tal su poder de convicción que sus adversarios -numerosos y notables especialmente Leibniz (1646-1716)- fueron rápidamente oscurecidos.

El optimismo de esta concepción del mundo fue apenas alterado por dos nuevas ciencias que se desarrollaron a lo largo del siglo XIX y hasta entonces irreducibles a los principios de la Mecánica Clásica:

*La Termodinámica, ciencia que estudia las relaciones entre calor y movimiento, que describe fenómenos irreversibles.

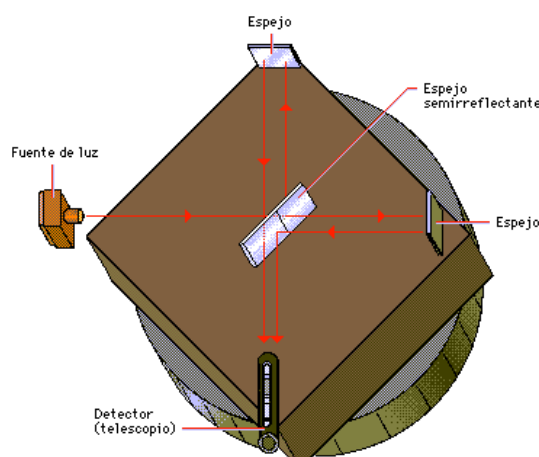
*El Electromagnetismo, ciencia de los fenómenos eléctricos, magnéticos y luminosos, cuyos movimientos ondulatorios, apenas parecen susceptibles de ser reducidos a la descripción de fuerzas tal como aparece en la mecánica newtoniana.

La mayoría de los científicos estaba convencida de que a más o menos corto plazo, los fenómenos de que trataban estas dos ciencias podrían ser explicados gracias a los movimientos de partículas subyacentes y por lo tanto reducidas a los postulados de la Mecánica Clásica.

Numerosos físicos declararon entonces que la física estaba realmente acabada. Por otra parte en este siglo, y dentro del debate sobre la naturaleza ondulatoria o corpuscular de la luz toma ventaja el modelo ondulatorio apoyado por Young y Fresnel. En este contexto hace falta explicar cual es el "soporte" a través del cual se propaga la luz y es aquí donde aparece el misterioso "éter" que todo lo impregna y que es el medio de soporte de las ondas electromagnéticas.

Pero si el éter existía, tarde o temprano debía de ser detectado. En 1881 Albert Michelson y Edward W. Morley intentan medir un "viento de éter" producido por la Tierra en su movimiento. La hipótesis de partida era muy sencilla, al desplazarse la Tierra en un espacio lleno de éter, debía experimentar a causa de su movimiento un "viento de éter" que soplaría en sentido opuesto al del propio movimiento. Un rayo de luz paralelo al movimiento de la tierra y con su mismo sentido debería experimentar una resistencia por parte del viento de éter y aminorar su velocidad. Un segundo rayo perpendicular al movimiento de la tierra no se vería afectado por tal viento de éter.

La observación de las interferencias producidas por ambos rayos daría un método para calcular el efecto del éter sobre la velocidad de la luz.



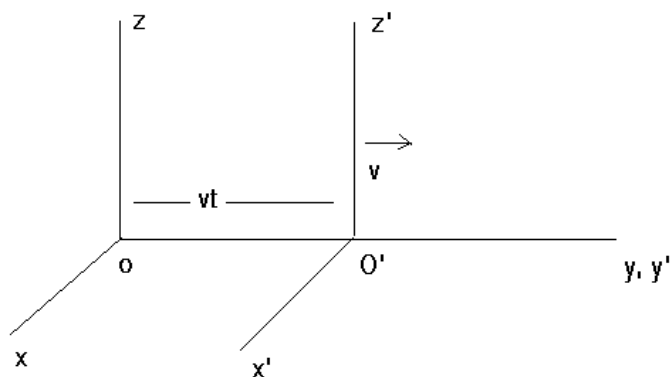
El experimento fue repetido durante casi 20 años y aunque cada vez la precisión de la medida era mayor nunca se encontró diferencia en la velocidad de ambos rayos de luz.

Simultáneamente a estos hechos algunos científicos comienzan a cuestionar los cimientos mismos de la Mecánica Clásica. En particular es especialmente importante la obra de Mach para comprender los hechos que sucedieron a continuación. Mach publica en 1883 una obra dedicada a la historia de la mecánica. En ella concluye que la ciencia de la mecánica está basada en axiomas completamente indemostrables y de naturaleza metafísica. Según él, los primeros axiomas de éste género son los presupuestos de Newton sobre la existencia de un espacio y un tiempo absoluto.

11.2.- EL PRINCIPIO DE RELATIVIDAD.

La ley de composición de velocidades de Galileo permite conocer la velocidad de un móvil en un sistema de referencia conocida la que tiene en otro sistema que se mueve respecto a éste a velocidad constante (sistemas inerciales).

Suponiendo que uno de los sistemas se desplaza a lo largo del eje x, encontraremos la transformación de coordenadas que nos permite relacionar las posiciones en los dos sistemas inerciales.



Estas transformaciones reciben el nombre de **Transformación de Galileo**:

$$\begin{aligned}x &= x' \\z &= z' \\y &= y' + vt\end{aligned}$$

v es la velocidad relativa del sistema x'y'z' respecto a xyz.

El sistema con primas se desplaza con movimiento uniforme según el eje x del sistema sin primas. La relación entre las coordenadas sin prima y las coordenadas con prima viene dada por lo que se conoce como Transformación de Galileo.

O en general:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}t \quad \text{y} \quad \vec{V} = \vec{V}' + \vec{v}t$$

Ésta última es la ley de composición de velocidades que se obtiene derivando la anterior respecto al tiempo.

Lo que Galileo formuló para la mecánica, Einstein lo generalizó para fenómenos mecánicos y electrodinámicos, en lo que se conoce como **Principio de Relatividad**:

"No existe ningún medio ni mecánico ni electrodinámico que permita averiguar si un sistema de referencia se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme"

Pero esto suponía dar un cambio radical en la concepción que hasta entonces se tenía del espacio y el tiempo, así como el usar unas leyes de transformación entre sistemas inerciales distintas (Transformaciones de Lorentz). Pero de esta forma la covarianza de todas las leyes de la física estaba asegurada.

11.3.- POSTULADOS DE LA TEORÍA DE RELATIVIDAD ESPECIAL.

Einstein basó toda su teoría en dos postulados:

- 1- El principio de relatividad.
- 2- El principio de existencia de una velocidad límite de propagación de las interacciones.

En 1905, Einstein publicó el primero de dos importantes artículos sobre la teoría de la relatividad, en el que eliminaba el problema del movimiento absoluto negando su existencia.

1- Según Einstein, ningún objeto del Universo se distingue por proporcionar un marco de referencia absoluto en reposo en relación al espacio. Cualquier objeto (por ejemplo, el centro del Sistema Solar) proporciona un sistema de referencia igualmente válido, y el movimiento de cualquier objeto puede referirse a ese sistema.

Así, es igual de correcto afirmar que el tren se desplaza respecto a la estación como que la estación se desplaza respecto al tren. Este ejemplo no es tan absurdo como parece a primera vista, porque la estación también se mueve debido al movimiento de la Tierra sobre su eje y a su rotación en torno al Sol. Según Einstein, todo el movimiento es relativo.

Ninguna de las premisas básicas de Einstein era revolucionaria; Newton ya había afirmado que "el reposo absoluto no puede determinarse a partir de la posición de los cuerpos en nuestras regiones".

2- Lo revolucionario era afirmar, como hizo Einstein, que la velocidad relativa de un rayo de luz respecto a cualquier observador es siempre la misma, aproximadamente unos 300.000 km/s. Aunque dos observadores se muevan a una velocidad de 160.000 km/s uno respecto al otro, si ambos miden la velocidad de un mismo rayo de luz, los dos determinarán que se desplaza a 300.000 km/s.

Este resultado aparentemente anómalo quedaba demostrado en el experimento de Michelson-Morley. Según la física clásica, sólo uno de los dos observadores —como mucho— podía estar en reposo, mientras que el otro cometía un error de medida debido a la contracción de Lorentz-Fitzgerald experimentada por sus aparatos; según Einstein, ambos observadores tienen el mismo derecho a considerarse en reposo y ninguno de los dos comete un error de medida. Cada observador emplea un sistema de coordenadas como marco de referencia para sus medidas, y un sistema puede transformarse en el otro mediante una manipulación matemática. Las ecuaciones de esta transformación, conocidas como ecuaciones de transformación de Lorentz, fueron adoptadas por Einstein, aunque las interpretó de forma radicalmente nueva. La velocidad de la luz permanece invariante en cualquier transformación de coordenadas.

11.4.- CONSECUENCIAS DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD.

Una vez enunciada la teoría especial de la relatividad, el siguiente paso sería demostrarla experimentalmente. Para ello, se utilizan dispositivos espacio-temporales (relojes de luz), que se accionan con pulsos luminosos.

Busca información sobre estos dispositivos.

Con estos dispositivos se llega a dos resultados importantes: la dilatación del tiempo y la contracción de longitudes en sistemas de referencia que se desplazan a velocidades cercanas a la de la luz.

Para estos sistemas se define **tiempo propio** y **longitud propia**, que son el tiempo y la longitud que mediríamos en el propio sistema. En cualquier otro sistema de referencia, el tiempo sería mayor que el tiempo propio y la longitud menor que la propia.

DILATACIÓN DEL TIEMPO.

La ecuación que define la relación entre los intervalos temporales de dos sistemas de referencia que se desplazan uno respecto a otro es:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

donde: $\Delta t'$ es el intervalo temporal propio
 Δt es el intervalo temporal del sistema “en reposo”
 v es la velocidad a la que se mueve el sistema de referencia
 c es la velocidad de la luz

Se suele llamar γ al factor $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \geq$

CONTRACCIÓN DE LONGITUD.

Utilizando el resultado anterior, podemos calcular una longitud en el sistema de referencia propio (L'):

$$L' = \gamma \Delta x = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Donde L_0 es la longitud en el sistema propio.

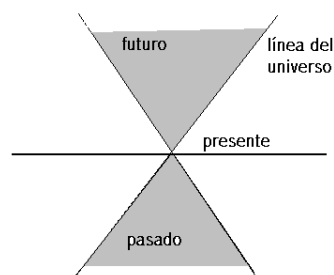
EVIDENCIAS EXPERIMENTALES.

Busca información sobre los muones y su detección. Es la evidencia experimental de la teoría de la relatividad especial.

LA LÍNEA DEL UNIVERSO. SIMULTANEIDAD DE SUCESOS.

La hipótesis fundamental en la que se basaba la teoría de Einstein era la inexistencia del reposo absoluto en el Universo. Einstein postuló que dos observadores que se mueven a velocidad constante uno respecto de otro observarán unas leyes naturales idénticas. Sin embargo, uno de los dos podría percibir que dos hechos en estrellas distantes han ocurrido simultáneamente, mientras que el otro hallaría que uno ha ocurrido antes que otro; esta disparidad no es de hecho una objeción a la teoría de la relatividad porque según esta teoría, la simultaneidad no existe para acontecimientos distantes. En otras palabras, no es posible especificar de forma unívoca el momento en que ocurre un hecho sin una referencia al lugar donde ocurre.

Toda partícula u objeto del Universo se describe mediante una llamada '**línea del universo**', que traza su posición en el tiempo y el espacio. Cuando se cruzan dos o más líneas del universo, se produce un hecho o suceso. Si la línea del universo de una partícula no cruza ninguna otra línea del universo, no le ocurre nada, por lo que no es importante — ni tiene sentido— determinar la situación de la partícula en ningún instante determinado.



La 'distancia' o 'intervalo' entre dos sucesos cualesquiera puede describirse con precisión mediante una combinación de intervalos espaciales y temporales, pero no mediante uno sólo. El espacio-tiempo de cuatro dimensiones (tres espaciales y una temporal) donde tienen lugar todos los sucesos del Universo se denomina continuo espacio-tiempo.

11.5.- TRANSFORMACIONES DE LORENTZ.

La aceptación de los postulados de Einstein hace que las transformaciones que nos permiten pasar de un sistema de referencia inercial a otro no sean las transformaciones de Galileo sino las transformaciones de Lorentz.

Supongamos que el sistema S' se aleja del sistema S a lo largo del eje x a velocidad constante v.

La transformación que permite pasar de (x,y,z,t) a (x',y',z',t') es:

$$x' = \gamma \cdot (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \cdot (t - vx/c^2)$$

donde ya habíamos visto que γ es el factor $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \geq$

Busca información sobre la paradoja de los gemelos; muchos de los libros de ciencia ficción se basan en esta paradoja para relatar sucesos que ocurren en distintos mundos a los que solo se puede viajar a velocidades próximas a la de la luz.

11.6.- INVARIANTES EN RELATIVIDAD Y EN MECANICA NEWTONIANA.

Podemos resumir por tanto en una tabla el carácter de las magnitudes más utilizadas en el marco de la Física Clásica y de la Física Relativista:

MAGNITUD	FÍSICA CLÁSICA	FÍSICA RELATIVISTA
Posición	Relativa	Relativa
Velocidad	Relativa	Relativa
Longitud	Absoluta	Relativa
Duración	Absoluta	Relativa
Masa	Absoluta	Absoluta
Energía	Relativa	Relativa
Carga eléctrica	Absoluta	Absoluta

MAGNITUD	FÍSICA CLÁSICA	FÍSICA RELATIVISTA
Intensidades del campo electromagnético	Relativa	Relativa
Velocidad de la luz en el vacío	Absoluta	Absoluta
Entropía	Absoluta	Absoluta
Temperatura	Absoluta	Relativa
Tiempo propio	-	Absoluta
Intervalo espacio-temporal	-	Absoluta

11.7.- MOMENTO LINEAL, ENERGÍA Y MASA EN RELATIVIDAD.

Una vez establecido el vector de posición y la velocidad de un sistema de referencia en movimiento relativista, vamos a estudiar otras magnitudes interesantes en mecánica.

MOMENTO LINEAL O CANTIDAD DE MOVIMIENTO RELATIVISTA

Vendrá dado por la expresión:

$$p = \frac{m \cdot u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

donde u es la velocidad de la partícula.

MASA.

De la ecuación anterior podemos deducir que la masa relativista de una partícula será:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

donde m_0 es la masa en reposo de la partícula.

ENERGÍA.

La energía total relativista de una partícula viene dada por:

$$E = E_c + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Donde el factor $\Delta E = mc^2$ es el incremento de energía que sufre una partícula cuando se mueve a velocidades próximas a la de la luz.

Revisa todas las ecuaciones del tema y observa que cuando la velocidad v es muy pequeña comparada con la de la luz, estas ecuaciones coinciden con las conocidas para la Física clásica.

11.8.- LA RELATIVIDAD GENERAL.

En 1915, Einstein desarrolló su teoría de la relatividad general, en la que consideraba objetos que se mueven de forma acelerada uno respecto a otro. Einstein desarrolló esta teoría para explicar contradicciones aparentes entre las leyes de la relatividad y la ley de la gravitación. Para resolver esos conflictos desarrolló un enfoque totalmente nuevo del concepto de gravedad, basado en el **principio de equivalencia**.

El principio de equivalencia afirma que las fuerzas producidas por la gravedad son totalmente equivalentes a las fuerzas producidas por la aceleración, por lo que en teoría es imposible distinguir entre fuerzas de gravitación y de aceleración mediante un experimento. La teoría de la relatividad especial implica que una persona situada en un vehículo cerrado no puede determinar mediante ningún experimento imaginable si está en reposo o en movimiento uniforme. La relatividad general implica que si el vehículo resulta acelerado o frenado, o toma una curva, el ocupante no puede afirmar si las fuerzas producidas se deben a la gravedad o son fuerzas de aceleración producidas al pisar el acelerador o el freno o al girar el vehículo bruscamente.

La teoría de la relatividad general ha sido confirmada en numerosas formas desde su aparición.

Por ejemplo, la teoría predice que la línea del universo de un rayo de luz se curva en las proximidades de un objeto masivo como el Sol. Para comprobar esta predicción, los científicos decidieron observar las estrellas que parecen encontrarse muy cerca del borde del Sol.

Estas observaciones no pueden realizarse normalmente, porque el brillo del Sol oculta las estrellas cercanas. Durante un eclipse solar total, sin embargo, es posible observar estas estrellas y registrar con precisión sus posiciones.

Durante los eclipses de 1919 y 1922 se organizaron expediciones científicas para realizar esas observaciones. Después se compararon las posiciones aparentes de las estrellas con sus posiciones aparentes algunos meses más tarde, cuando aparecían de noche, lejos del Sol. Einstein predijo un desplazamiento aparente de la posición de 1,745 segundos de arco para una estrella situada justo en el borde del Sol, y desplazamientos cada vez menores de las estrellas más distantes.

Las expediciones que estudiaron los eclipses comprobaron esas predicciones. En los últimos años se han llevado a cabo mediciones semejantes de la desviación de ondas de radio procedentes de cuásares distantes, utilizando interferómetros de radio. Las medidas arrojaron unos resultados que coincidían con una precisión del 1% con los valores predichos por la relatividad general.

Otra confirmación de la relatividad general está relacionada con el perihelio del planeta Mercurio. Hacía años que se sabía que el perihelio (el punto en que Mercurio se encuentra más próximo al Sol) gira en torno al Sol una vez cada tres millones de años, y

ese movimiento no podía explicarse totalmente con las teorías clásicas. En cambio, la teoría de la relatividad sí predice todos los aspectos del movimiento, y las medidas con radar efectuadas recientemente han confirmado la coincidencia de los datos reales con la teoría con una precisión de un 0,5%.

Otro fenómeno predicho por la relatividad general es el efecto de retardo temporal, en el que las señales enviadas a un planeta o nave espacial situados al otro lado del Sol experimentan un pequeño retraso —que puede medirse al ser devueltas a la Tierra— en comparación con lo indicado por la teoría clásica. Aunque se trata de intervalos de tiempo muy pequeños, las diferentes pruebas realizadas con sondas planetarias han dado valores muy cercanos a los predichos por la relatividad general. Se han realizado otras muchas comprobaciones de la teoría, y hasta ahora todas parecen confirmarla.

PROBLEMAS DE INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA MODERNA

1.- RELATIVIDAD

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿Cuál ha de ser la velocidad relativa de dos observadores inerciales para que sus medidas de intervalos de tiempo difieran en 1% ?

(Respuesta: $V=0.99995$)

2. El período propio de vida de un mesón π es de 2.6×10^{-8} seg. Si un haz de estas partículas tiene una velocidad de $0.9 c$, indicar:

a. ¿Cuál es el período de vida de esos mesones con respecto al laboratorio? (Rta.: 5.96×10^{-8} seg)

b. ¿Qué distancia recorren en el laboratorio antes de desintegrarse? (Rta.: 16.1 m)

3. En el caso de los mesones π considerados en el ejercicio anterior, indicar qué distancia habrá recorrido el laboratorio en el sistemas de referencia de los mesones. (Rta.: 7.02 m)

4. ¿Cuántas veces aumentará la vida de una partícula inestable (para un observador en reposo), si se mueve a una velocidad $0.99 c$? (Rta.: $T'/T_0 = 7.09$)

5. Un avión vuela a $3 \times 10^6 c$ (3240 Km/h). Asumiendo que la Tierra fuera un sistema inercial, indicar:

a. ¿En qué proporción se verá contraída la longitud del avión con respecto a la Tierra?

b. ¿Durante un año medido en tierra (3.16×10^7 seg), qué intervalo de tiempo marcará el reloj del avión?

(Rta: No se detectarán cambios, ni de longitud ni de tiempo)

6. Demuestre que si un fenómeno es causal no puede existir un sistema de referencia en el cual el orden de los sucesos esté invertido.

7. Dos naves espaciales se aproximan desde posiciones opuestas en un sistema inercial. Si la velocidad de cada una de ellas es de $0.9 c$, calcule la velocidad relativa entre las naves. (Rta.: $Vel_{rel} = - 0.994 c$)

8. Un haz luminoso se mueve a lo largo del eje y' del sistema inercial S' con velocidad c . S' se está moviendo con respecto a S según el eje x con una velocidad V constante. Se pide:

a. Hallar las componentes v_x y v_y del haz con respecto a S . (Rta.: $v_x = V$ $v_y = [c^2 - V^2]^{1/2}$)

b. Demostrar que la velocidad de la luz con respecto a S es c . (Rta.: $c^2 = v_x^2 + v_y^2$)

9. Un cuerpo se mueve a una velocidad $v_3 = 0.9 c$ a lo largo del eje x'' de un sistema inercial S'' . S'' se mueve hacia la derecha a una velocidad $v_2 = 0.9 c$ sobre el eje x' de un sistema S' , y S' se mueve hacia la derecha a una velocidad $v_1 = 0.9 c$ sobre el eje x de un sistema S . Se pide hallar la velocidad del cuerpo con respecto a S .

(Rta.: $v = 0.9997 c$)

10. Dos naves espaciales de $100 m$ de longitud propia se mueven en sentido opuesto a velocidad $0.8 c$ respecto a la Tierra (suponga el sistema inercial). Se pide:

a. Indicar que longitud tiene cada nave con respecto a la otra. (Rta.: $L' = 21.95 m$)

b. En el instante $t = 0$, medido en Tierra, las proas de las naves se cruzan. Calcular la diferencia de tiempo que marcará el reloj de la Tierra cuando se crucen sus popas.

(Rta.: $T = 2.5 \times 10^{-7} seg$)

11. Un tren cuya longitud propia es de $1200 m$ pasa a gran velocidad por una estación cuyo andén mide $900 m$, y el jefe de la estación observa que al pasar el tren ocupa exactamente toda la longitud del andén. Se pide calcular la velocidad del tren.

(Rta.: $0.66 c$)

12. Una nave espacial pasa frente a la Tierra (suponga inercial el sistema) a una velocidad $v = 0.6 c$. En ese instante un observador en la Tierra y el tripulante de la nave ponen simultáneamente sus relojes en cero. Cuando el tripulante de la nave lea $60 seg$ en su reloj mandará una señal luminosa hacia la Tierra. Cuando el observador de la Tierra reciba la señal, a su vez mandará hacia la nave una señal de confirmación. Se pide:

a. ¿A qué hora según el reloj de la Tierra llega la señal de la nave? (Rta.: $120 seg$)

b. ¿A qué hora según el reloj de la nave recibirá la señal de confirmación? (Rta.: $240 seg$)

13. Sea un tren que camina a una velocidad V con respecto a la Tierra. Sobre los extremos del tren caen rayos que dejan marcas P' y Q' sobre él, y P y Q sobre la Tierra. Un observador O que esté sobre la Tierra a mitad de camino entre P y Q ve caer los rayos en forma simultánea. Indicar si ocurrirá o no lo propio para un observador O' situado en el punto medio del tren (ejemplo propuesto por Einstein).

14. Sea un sistema S en el cual ocurren dos sucesos E_1 y E_2 (fenómeno causal). E_1 determina a E_2 , y por lo tanto $t_1 < t_2$. Demostrar que según un sistema S' cualquiera que se mueve con respecto a S hacia la derecha con una velocidad V , E_1 y E_2 ocurrirán en instantes t'_1 y t'_2 , siendo $t'_1 < t'_2$.

15. Un electrón se mueve a una velocidad $v = 1.8 \times 10^8 m/seg$ con respecto a un observador inercial. Indicar:

a. Su masa. (Rta.: $m = 1.25 m_0 = 1.14 \times 10^{-30} Kg$)

b. Su energía cinética. (Rta.: $0.128 Mev$)

c. Su energía total. (Rta.: $0.638 Mev$)

16. Un protón es acelerado hasta que su energía cinética es igual a su energía en reposo (938,28 MeV). Hallar la relación v/c .

(Rta.: 0.866 El dato de la energía en reposo no es necesario)

17. Un electrón es acelerado hasta que su energía cinética es 1000 MeV. Indicar:

a. La relación m/m_o . (Rta.: 1958)

b. La relación v/c . (Rta.: 0.999...)

18. ¿Qué potencial eléctrico constante debe usarse para llevar un protón a la velocidad $0.6 c$? ¿Cuál será su energía total? ¿Cuál será su energía cinética? ¿Cuál será su cantidad de movimiento?

(Rta.: $E_{TOTAL}=1172.85 \text{ MeV}$; $E_{CINÉTICA}=234.57 \text{ MeV}$; $V=2.34 \times 10^8 \text{ Volts}$; $p=3.75 \times 10^{-19} \text{ Kg m/seg}$)

19. Indicar el trabajo necesario para llevar un electrón de la velocidad $0.6 c$ a la velocidad $0,9 c$.

(Rta.: $W=0.533 \text{ MeV}$)

20. Cuánta energía en MeV es necesaria para llevar la masa de un electrón al doble de su masa en reposo? (Rta.: $Energía\ necesaria=0.511 \text{ MeV}$)

Indicar: a. La velocidad del electrón. (Rta.: $0.86 c$)

b. Su energía cinética. (Rta.: 0.511 MeV)

21. En un sistema inercial actúa una fuerza constante F sobre un cuerpo inicialmente en reposo, durante un tiempo t . Demostrar que se cumple $p = F t$

(Rta.: Usar definición de fuerza e integrar)

22. Una partícula de masa m_o en reposo tiene una energía total E . Mostrar que la velocidad de dicha partícula es:

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_o c^2}{E} \right)^2}$$

(Rta.: Usar Principio de Equivalencia y masa relativista)

23. Indicar la cantidad de movimiento de un electrón cuya energía cinética es de 1 MeV.

(Rta.: $p=7.58 \times 10^{-22} \text{ Kg m/seg}$)

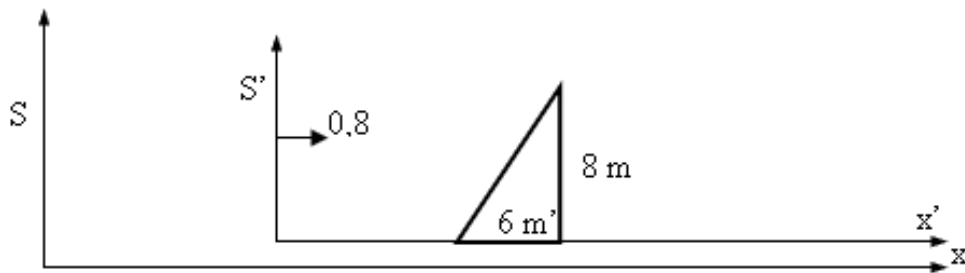
24. ¿Cuál es la velocidad de un electrón que ha sido acelerado por una diferencia de potencial de 105 KVolts?

25. ¿Cuál es la energía cinética de un electrón cuya cantidad de movimiento es de $2 \text{ MeV}/c$?

26. Calcular la cantidad de movimiento de un electrón cuya velocidad es $0,8 c$.

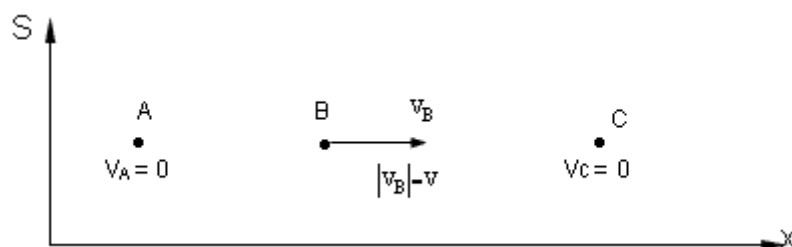
27. La masa en reposo de un muón es de $105 \text{ MeV}/c^2$ y su tiempo de vida media es de $2 \times 10^{-6} \text{ seg}$. Calcular la masa del muón en movimiento, referida al laboratorio, si su tiempo de vida media medida es $7 \times 10^{-6} \text{ seg}$. Calcular la velocidad del muón.
28. En el sistema S un electrón se mueve hacia la derecha a una velocidad $0.6 c$. Un observador se mueve a una velocidad $0.8 c$ en la misma dirección y sentido que el electrón. Indicar la energía del electrón que mediría el observador.
29. Un fotón gamma tiene una energía de 6 MeV . Determine su cantidad de movimiento.
30. Un cuerpo tiene una masa m y una velocidad v según un sistema inercial S. Indicar la masa que tendrá según un sistema S' que se desplaza con velocidad V constante hacia la derecha con respecto a S.
31. Un cuerpo de masa m_0 en reposo se desplaza con velocidad $0.8 c$ en el sentido positivo del eje x del sistema inercial S, y choca plásticamente con un cuerpo de masa $3 m_0$, en reposo sobre el eje x de S. Indicar la masa del cuerpo unificado resultante del choque, su masa en reposo y su velocidad.
32. En un tubo de rayos X un electrón es acelerado por una diferencia de potencial de $0,2 \times 10^5 \text{ Volt}$. Indicar la cantidad de movimiento de este electrón después de sufrir dicha aceleración.
33. La longitud de una varilla con 10 MeV de energía total se contrae 6.2% con respecto a su longitud propia. Se pide hallar:
- Su masa en reposo.
 - Su velocidad.
 - Su energía cinética.
34. Un mesón cuya energía en reposo es de 140 MeV se creó a 100 Km sobre el nivel del mar y se mueve verticalmente hacia abajo. Tiene una energía total de $1,5 \times 10^5 \text{ MeV}$ y se desintegra en $2,6 \times 10^{-8} \text{ seg}$ según su propio sistema de referencia. Indicar a que altura sobre el nivel del mar tendrá lugar la desintegración del mesón.
35. Sean dos partículas idénticas que se mueven en sentido contrario y velocidad v con respecto a un sistema inercial. Si su masa en reposo es m_0 , se pide indicar:
- La energía total del sistema, su cantidad de movimiento y la energía cinética de cada partícula.
 - La energía total del sistema y la energía cinética de cada partícula desde el punto de vista de un observador situado en una de las partículas.
36. Sean dos partículas idénticas cuya masa en reposo sea m_0 y que se desplazan con respecto al sistema inercial S según el eje x con velocidades v y $-2v$ respectivamente. Indicar:
- La energía total del conjunto, su cantidad de movimiento y la energía cinética de cada partícula.
 - Idem a) pero para un observador situado en la partícula con velocidad v .

37. Sea un triángulo rectángulo de 6 m de base y 8 m de altura, tal como se indica en la figura adjunta. Este triángulo es solidario con un sistema S' que se mueve a una velocidad 0.8 c según el eje x de un sistema S . Se pide indicar la superficie de dicho triángulo según S' y según S .



38. Sean dos sucesos E_1 y E_2 que ocurren en puntos separados sobre el eje x de un sistema inercial S . E_1 se produce antes que E_2 . Analizar que condiciones deben cumplirse para que en otro sistema de referencia S' , E_2 se produzca antes que E_1 .

39. Sean tres partículas idénticas de masa m_0 en reposo, que con respecto a un sistema S tienen velocidades tales como está indicado en la figura adjunta.



- A. Se pide indicar para un observador situado en S :
- La energía total del sistema.
 - La cantidad de movimiento del sistema.
 - La energía cinética de cada partícula.
- B. Lo mismo para un observador en B .

40. Un fotón gamma de 4 Mev se aniquila creando un par electrón positrón. Determinar:

- La energía cinética de cada partícula.
- El ángulo de salida entre electrón y positrón.

41. Un observador inercial nota que dos naves espaciales se aproximan entre sí en una misma dirección, y hacia él. La velocidad de ambas naves con respecto al observador es de 0.8 c y están separadas por 600000 Km para el observador. Se pide averiguar:

- En cuanto tiempo, según el observador, chocarán ambas naves.
- La velocidad de cada nave con respecto al piloto de la otra nave.
- El tiempo que tiene el piloto de una de las naves para evitar una colisión.

TEMA 12.- FÍSICA CUÁNTICA

- 12.1.- INTRODUCCIÓN.
- 12.2.- LA CUANTIZACIÓN DE PLANCK.
- 12.3.- EL EFECTO FOTOELÉCTRICO.
- 12.4.- OTROS FENÓMENOS CUÁNTICOS.
- 12.5.- DUALIDAD ONDA - CORPÚSCULO.
- 12.6.- PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE.
- 12.7.- NUEVO FUTURO PARA LA FÍSICA.

12.1 INTRODUCCIÓN

La Teoría cuántica es una teoría física basada en la utilización del concepto de unidad cuántica para describir las propiedades dinámicas de las partículas subatómicas y las interacciones entre la materia y la radiación. Las bases de la teoría fueron sentadas por el físico alemán Max Planck, que en 1900 postuló que la materia sólo puede emitir o absorber energía en pequeñas unidades discretas llamadas cuantos. Otra contribución fundamental al desarrollo de la teoría fue el principio de incertidumbre, formulado por el físico alemán Werner Heisenberg en 1927.

En los siglos XVIII y XIX, la mecánica newtoniana o clásica parecía proporcionar una descripción totalmente precisa de los movimientos de los cuerpos, como por ejemplo el movimiento planetario. Sin embargo, a finales del siglo XIX y principios del XX, ciertos resultados experimentales introdujeron dudas sobre si la teoría newtoniana era completa.

Entre las nuevas observaciones figuraban las líneas que aparecen en los espectros luminosos emitidos por gases calentados o sometidos a descargas eléctricas. Según el modelo del átomo desarrollado a comienzos del siglo XX por el físico británico nacido en Nueva Zelanda Ernest Rutherford, en el que los electrones cargados negativamente giran en torno a un núcleo positivo, en órbitas dictadas por las leyes del movimiento de Newton, los científicos esperaban que los electrones emitieran luz en una amplia gama de frecuencias, y no en las estrechas bandas de frecuencia que forman las líneas de un espectro.

Otro enigma para los físicos era la coexistencia de dos teorías de la luz: la teoría corpuscular, que explica la luz como una corriente de partículas, y la teoría ondulatoria, que considera la luz como ondas electromagnéticas. Un tercer problema era la ausencia de una base molecular para la termodinámica. En su libro *Principios elementales en mecánica estadística* (1902), el físico estadounidense J. Willard Gibbs reconocía la imposibilidad de elaborar una teoría de acción molecular que englobara los fenómenos de la termodinámica, la radiación y la electricidad tal como se entendían entonces.

12.2.- LA CUANTIZACIÓN DE PLANCK.

El primer avance que llevó a la solución de aquellas dificultades fue la introducción por parte de Planck del concepto de cuanto, como resultado de los estudios de la radiación del cuerpo negro realizados por los físicos en los últimos años del siglo XIX (el término ‘cuerpo negro’ se refiere a un cuerpo o superficie ideal que absorbe toda la energía radiante sin reflejar ninguna).

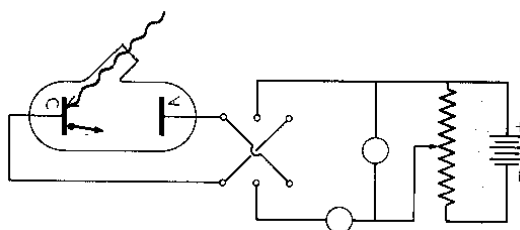
Un cuerpo a temperatura alta —al rojo vivo— emite la mayor parte de su radiación en las zonas de baja frecuencia (rojo e infrarrojo); un cuerpo a temperatura más alta —al rojo blanco— emite proporcionalmente más radiación en frecuencias más altas (amarillo, verde o azul).

Durante la década de 1890, los físicos llevaron a cabo estudios cuantitativos detallados de esos fenómenos y expresaron sus resultados en una serie de curvas o gráficas. La teoría clásica, o precuántica, predecía un conjunto de curvas radicalmente diferentes de las observadas. Lo que hizo Planck fue diseñar una fórmula matemática que describiera las curvas reales con exactitud; después dedujo una hipótesis física que pudiera explicar la fórmula. Su hipótesis fue que la energía sólo es radiada en cuantos cuya energía es $h\nu$, donde ν es la frecuencia de la radiación (usaremos también f) y h es el ‘cuanto de acción’, ahora conocido como **constante de Planck**.

12.3.- EL EFECTO FOTOELÉCTRICO.

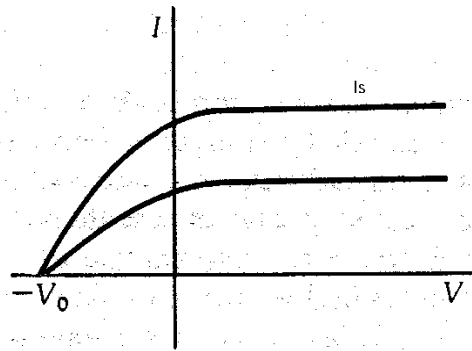
Los siguientes avances importantes en la teoría cuántica se debieron a Albert Einstein, que empleó el concepto del cuanto introducido por Planck para explicar determinadas propiedades del **efecto fotoeléctrico**, un fenómeno experimental en el que una superficie metálica emite electrones cuando incide sobre ella una radiación.

El dibujo representa el aparato utilizado para observar el efecto fotoeléctrico:



La luz incide sobre una placa metálica situada en un tubo de vacío. Esto hace que se emitan electrones que se recogerán en el ánodo y pasarán al circuito eléctrico exterior, dando lugar a una corriente eléctrica.

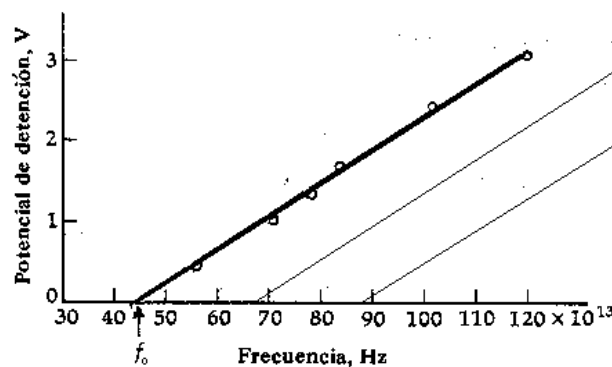
Las observaciones realizadas con este dispositivo se reflejan en la siguiente gráfica donde se representa el valor de la intensidad en función del potencial aplicado entre las placas metálicas:



de donde podemos sacar las siguientes conclusiones:

- Si hacemos el valor de V lo suficientemente grande, la intensidad de corriente alcanza un valor máximo (I_s), llamado corriente de saturación.
- Si se invierte el signo del potencial, la corriente disminuye, pero no se anula inmediatamente, lo que indica que los electrones salen con una cierta energía cinética de la placa metálica.
- Si se hace mayor el valor de V (negativo), se alcanza un valor V_0 , para el cual la corriente se anula, es decir, no llega ningún electrón al circuito eléctrico. Este valor es el potencial de frenado.

Además podemos representar el potencial de frenado en función de la frecuencia de la luz incidente y se obtiene la siguiente gráfica:



en donde observamos que existe una frecuencia de corte (que anula el potencial), característica de cada metal.

Existen tres hechos fundamentales que no pueden ser explicados mediante la teoría ondulatoria:

- El potencial de frenado es independiente de la intensidad de la luz. En principio, más intensidad de luz significaría que estamos aportando más energía al metal.
- Existe una frecuencia de corte característica del metal, f_0 , por debajo de la cual no se produce efecto fotoeléctrico, sea cual sea la intensidad de la luz. Es decir, no se “acumula” la energía de la onda.

- No existe tiempo de retraso entre la iluminación del metal y la salida del electrón. La energía de la onda se transmite inmediatamente al electrón.

En 1905 **Einstein** formuló la hipótesis que habría de explicar el efecto fotoeléctrico. Dicha hipótesis establece que:

.. " En las interacciones con la materia, una onda electromagnética de frecuencia f puede ser considerada como un conjunto de partículas denominadas fotones, cada uno de ellos con una energía $E = h.f$, siendo f la frecuencia de la radiación y h la constante de Planck "

El **fotón** es una partícula cuya carga y masa en reposo son nulas y que se mueve a la velocidad de la luz.

Una luz muy intensa es la que posee muchos fotones, sin embargo, cada fotón posee una energía determinada, que sólo depende de la frecuencia de la radiación luminosa.

Para explicar el efecto fotoeléctrico Einstein afirma que cada fotón choca con un electrón. Si el fotón posee suficiente energía, arranca el electrón; en caso contrario no podrá hacerlo, por más que aumentemos la intensidad del haz y por tanto el número de fotones.

La energía del fotón incidente se utiliza para arrancar el electrón, venciendo la atracción del metal, proporcionándole posteriormente una energía cinética. Es decir:

$$hf = W + E_c$$

En esta expresión E_c representa la energía cinética máxima con que sale despedido el electrón arrancado y W el trabajo que debe realizarse para extraer el electrón del metal, que es característico de cada metal.

El efecto fotoeléctrico sólo tiene lugar si la energía del fotón es superior a la que corresponde a la frecuencia umbral, f_0 , de modo .que $W = h.f_0$ y, por tanto:

$$h.f = h.f_0 + E_c$$

expresión que se conoce como **ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico**.

La energía cinética máxima se puede. medir aplicando un potencial negativo a los electrones, éstos se van frenando, y los únicos que alcanzarán el ánodo serán aquellos cuya energía cinética cumpla la condición $E_c > eV$. Si se aplica una tensión de frenado V_0 tal que $E_c = e.V_0$ ningún electrón será capaz de llegar al cátodo y cesará la fotocorriente.

La ecuación de Einstein puede expresarse como:

$$h.f = h.f_0 + e V_0$$

Recuerda la relación entre la frecuencia y la longitud de onda. Una frecuencia umbral mínima, corresponde a una longitud de onda umbral máxima.

12.4.- OTROS FENÓMENOS CUÁNTICOS.

EL EFECTO COMPTON

Consiste en la difusión de fotones debida a las interacciones entre la radiación electromagnética y la materia. Este efecto fue descubierto por el físico estadounidense Arthur Holly Compton en 1922, durante su estudio de la difusión de los rayos X por el grafito. Como reconocimiento a sus trabajos, Compton recibió el Premio Nobel en 1927.

En el efecto Compton, un fotón de rayos X o rayos gamma, de longitud de onda λ , colisiona con un electrón libre de la materia provocando la emisión de un electrón llamado “de retroceso” y de un fotón de longitud de onda λ' , superior a la longitud de onda λ . El fotón difundido pasa a propagarse en una dirección que forma un ángulo ϕ con la dirección de propagación del fotón inicial. Al ser la longitud de onda λ' superior a la longitud de onda λ , la energía del fotón difundido es inferior a la del fotón incidente.

El efecto Compton, que no se podía explicar mediante la teoría ondulatoria clásica de la radiación electromagnética, constituyó en la época de su descubrimiento una prueba experimental de la existencia de los fotones. Intuitivamente, el fenómeno puede compararse con la trayectoria de una bola de billar que golpea a otra bola inmóvil. El efecto conlleva una disminución de energía (aumento de la longitud de onda) y un ensanchamiento de la radiación (que corresponde a la distribución de los ángulos de salida). También provoca una agitación anómala de los electrones de la materia atravesada.

El efecto Compton permite medir la intensidad de los rayos gamma, lo que resulta de gran utilidad en física de partículas. Otra consecuencia práctica del efecto Compton, esta vez negativa, es que provoca en las radiografías un ensombrecimiento de la imagen debido a la degradación de los rayos X y a la emisión de electrones parásitos.

EL ÁTOMO DE BOHR

En 1911, Rutherford estableció la existencia del núcleo atómico. A partir de los datos experimentales de la dispersión de partículas alfa por núcleos de átomos de oro, supuso que cada átomo está formado por un núcleo denso y con carga positiva, rodeado por electrones cargados negativamente que giran en torno al núcleo como los planetas alrededor del Sol.

La teoría electromagnética clásica desarrollada por el físico británico James Clerk Maxwell predecía inequívocamente que un electrón que girara en torno a un núcleo radiaría continuamente energía electromagnética hasta perder toda su energía, y acabaría cayendo en el núcleo. Por tanto, según la teoría clásica, el átomo descrito por Rutherford sería inestable.

Esta dificultad llevó al físico danés Niels Bohr a postular, en 1913, que la teoría clásica no es válida en el interior del átomo y que los electrones se desplazan en órbitas fijas. Cada cambio de órbita de un electrón corresponde a la absorción o emisión de un cuanto de radiación.

La aplicación de la teoría de Bohr a átomos con más de un electrón resultó difícil. Las ecuaciones matemáticas para el siguiente átomo más sencillo, el de helio, fueron resueltas durante la segunda y tercera década del siglo XX, pero los resultados no concordaban exactamente con los datos experimentales. Para átomos más complejos sólo pueden obtenerse soluciones aproximadas de las ecuaciones, y se ajustan sólo parcialmente a las observaciones.

12.5.- DUALIDAD ONDA - CORPÚSCULO.

El físico francés Louis Victor de Broglie sugirió en 1924 que, puesto que las ondas electromagnéticas muestran algunas características corpusculares, las partículas también deberían presentar en algunos casos propiedades ondulatorias. Esta predicción fue verificada experimentalmente pocos años después por los físicos estadounidenses Clinton Davisson y Lester Halbert Germer y el físico británico George Paget Thomson, quienes mostraron que un haz de electrones dispersado por un cristal da lugar a una figura de difracción característica de una onda.

La longitud de onda asociada a cualquier partícula se podrá calcular como: $\lambda = h/mv = h/p$

Así pues, las ondas y las partículas podrán ser consideradas dependiendo del fenómeno que estemos observando.

La relación entre las magnitudes ondulatorias y las magnitudes corpusculares será:

Energía	$E = hf = hc/\lambda$	$E = hf = hv/\lambda$
Momento lineal	$p = E/c = h/\lambda$	$p = E/v = h/\lambda$

Donde c es la velocidad para partículas sin masa (fotones) y v para partículas con masa (electrones).

12.6.- PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE.

La imposibilidad de determinar exactamente la posición de un electrón en un instante determinado fue analizada por Heisenberg, que en 1927 formuló el principio de incertidumbre.

Este principio afirma que es imposible especificar con exactitud y al mismo tiempo la posición y el momento lineal de una partícula. En otras palabras, los físicos no pueden medir la posición de una partícula sin causar una perturbación en la velocidad de dicha partícula. Se dice que el conocimiento de la posición y de la velocidad son complementarios, es decir, que no pueden ser precisos al mismo tiempo.

Este principio también es fundamental en la visión de la mecánica cuántica que suele aceptarse en la actualidad: los caracteres ondulatorio y corpuscular de la radiación electromagnética pueden interpretarse como dos propiedades complementarias de la radiación.

Este principio se enuncia del mismo modo para la energía y el tiempo.

Las expresiones matemáticas de este principio son:

$$\Delta x \cdot \Delta v \geq h/(2\pi \cdot m)$$
$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h/(2\pi \cdot m)$$

12.7.- NUEVO FUTURO PARA LA FÍSICA.

LA ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER.

El concepto ondulatorio de las partículas llevó al físico austriaco Erwin Schrödinger a desarrollar una 'ecuación de onda' para describir las propiedades ondulatorias de una partícula y, más concretamente, el comportamiento ondulatorio del electrón en el átomo de hidrógeno.

Aunque esta ecuación diferencial era continua y proporcionaba soluciones para todos los puntos del espacio, las soluciones permitidas de la ecuación estaban restringidas por ciertas condiciones expresadas por ecuaciones matemáticas llamadas funciones propias o eigenfunciones (del alemán *eigen*, 'propio'). Así, la ecuación de onda de Schrödinger sólo tenía determinadas soluciones discretas; estas soluciones eran expresiones matemáticas en las que los números cuánticos aparecían como parámetros (los números cuánticos son números enteros introducidos en la física de partículas para indicar las magnitudes de determinadas cantidades características de las partículas o sistemas).

La ecuación de Schrödinger se resolvió para el átomo de hidrógeno y dio resultados que encajaban sustancialmente con la teoría cuántica anterior. Además, tenía solución para el átomo de helio, que la teoría anterior no había logrado explicar de forma adecuada, y también en este caso concordaba con los datos experimentales.

Las soluciones de la ecuación de Schrödinger también indicaban que no podía haber dos electrones que tuvieran sus cuatro números cuánticos iguales, esto es, que estuvieran en el mismo estado energético. Esta regla, que ya había sido establecida empíricamente por Wolfgang Pauli en 1925, se conoce como principio de exclusión.

LA MECÁNICA CUÁNTICA.

La mecánica cuántica resolvió todas las grandes dificultades que preocupaban a los físicos en los primeros años del siglo XX. Amplió gradualmente el conocimiento de la estructura de la materia y proporcionó una base teórica para la comprensión de la estructura atómica y del fenómeno de las líneas espectrales: cada línea espectral corresponde a la emisión o absorción de un cuanto de energía o fotón, cuando un electrón experimenta una transición entre dos niveles de energía.

La comprensión de los enlaces químicos se vio radicalmente alterada por la mecánica cuántica y pasó a basarse en las ecuaciones de onda de Schrödinger.

Los nuevos campos de la física —como la física del estado sólido, la física de la materia condensada, la superconductividad, la física nuclear o la física de partículas elementales— se han apoyado firmemente en la mecánica cuántica.

AVANCES POSTERIORES

Desde 1925 no se han encontrado deficiencias fundamentales en la mecánica cuántica, aunque se ha debatido si la teoría debe o no considerarse completa. En la década de 1930, la aplicación de la mecánica cuántica y la relatividad especial a la teoría del permitió al físico británico Paul Dirac formular una ecuación que implicaba la existencia del espín del electrón. También llevó a la predicción de la existencia del positrón, que fue comprobada experimentalmente por el físico estadounidense Carl David Anderson.

La aplicación de la mecánica cuántica al ámbito de la radiación electromagnética consiguió explicar numerosos fenómenos como la radiación de frenado (emitida por los electrones frenados por la materia) y la producción de pares (formación de un positrón y un electrón cuando la energía electromagnética interactúa con la materia). Sin embargo, también llevó a un grave problema, la denominada dificultad de divergencia.

PERSPECTIVAS DE FUTURO.

La mecánica cuántica está en la base de los intentos actuales de explicar la interacción nuclear fuerte (Cromodinámica cuántica) y desarrollar una teoría unificada para todas las fuerzas fundamentales de la materia (Teoría del campo unificado). No obstante, existen dudas sobre si la mecánica cuántica es o no completa. La dificultad de divergencia, por ejemplo, sólo se ha resuelto en parte. Igual que la mecánica newtoniana fue corregida por la mecánica cuántica y la relatividad, muchos científicos —Einstein era uno de ellos— están convencidos de que la mecánica cuántica también experimentará cambios profundos en el futuro. Por ejemplo, existen grandes contradicciones teóricas entre la mecánica cuántica y la teoría del caos, que empezó a desarrollarse rápidamente en la década de 1980. Los físicos teóricos como el británico Stephen Hawking siguen haciendo esfuerzos para desarrollar un sistema que englobe tanto la relatividad como la mecánica cuántica.

2.- FÍSICA CUANTICA

PROBLEMAS RESUELTOS

1º Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda en el vacío de 600 nm y una potencia de 0,54 W, penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuyo trabajo de extracción es de 2,0 eV. Determine :

- El número de fotones por segundo que viajan con la radiación.
- La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico para el cesio.
- La energía cinética de los electrones emitidos.
- La velocidad con que llegan los electrones al ánodo si se aplica una diferencia de potencial de 100 V.

Datos :

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Valor absoluto de la carga del electrón	$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$
Constante de Planck	$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$

a)

$$P = 0,54 \text{ W} = 0,54 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$E_{\text{fotón}} = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 3,315 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{fotón}}$$

$$\frac{\text{N}^\circ \text{ fotones}}{\text{s}} = \frac{0,54 \frac{\text{J}}{\text{s}}}{3,315 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{fotón}}} = 1,63 \cdot 10^{18} \frac{\text{fotones}}{\text{s}}$$

$$\frac{\text{N}^\circ \text{ fotones}}{\text{s}} = 1,63 \cdot 10^{18} \frac{\text{fotones}}{\text{s}}$$

b)

$$W_{\text{extr}} = h \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{W_{\text{extr}}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,2 \cdot 10^{-19}} = 6,21 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$W_{\text{extr}} = 3,21 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

c)

$$h \frac{c}{\lambda} = W_{\text{extr}} + E_c$$

$$E_c = h \frac{c}{\lambda} - W_{\text{extr}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} - 3,2 \cdot 10^{-19} = 1,15 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$E_c = 1,15 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

d)

$$\frac{1}{2} m v^2 + e \Delta V = \frac{1}{2} m v'^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v'^2 = 1,15 \cdot 10^{-20} + 1,6 \cdot 10^{-17} \Rightarrow v = 5,93 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v' = 5,93 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2º Considere las longitudes de onda de De Broglie de un electrón y de un protón. Razone cuál es menor si tienen:

- a) El mismo módulo de la velocidad.
- b) La misma energía cinética.

Suponga velocidades no relativistas.

a)

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e}$$

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p v_p}$$

Si las velocidades son iguales $v_e = v_p$, la relación entre las longitudes de onda de De Broglie será

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p}{m_e}$$

Como

$$m_p > m_e \Rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p}{m_e} > 1 \Rightarrow \lambda_e > \lambda_p$$

$$\lambda_e > \lambda_p$$

b)

La misma energía cinética $E_{ce} = E_{cp} = E_c$

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{1}{2} m_p v_p^2$$

$$v_e^2 = \frac{2E_c}{m_e} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} = \frac{h}{m_e \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}} = \frac{h}{\sqrt{2E_c m_e}}$$

$$v_p^2 = \frac{2E_c}{m_p} \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2E_c}{m_p}} \Rightarrow \lambda_p = \frac{h}{m_p v_p} = \frac{h}{m_p \sqrt{\frac{2E_c}{m_p}}} = \frac{h}{\sqrt{2E_c m_p}}$$

Como

$$m_p > m_e \Rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{\frac{h}{\sqrt{2E_c m_e}}}{\frac{h}{\sqrt{2E_c m_p}}} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} > 1 \Rightarrow \lambda_e > \lambda_p$$

$$\lambda_e > \lambda_p$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Para un metal la frecuencia umbral es de $4,5 \cdot 10^{14}$ Hz. ¿Cuál es la energía mínima para arrancarle un electrón?. Si el metal se ilumina con una luz de $5 \cdot 10^{-7}$ m de longitud de onda. ¿Cuál es la energía de los electrones emitidos y su velocidad?

Datos :

masa del electrón	$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8$ ms ⁻¹
Constante de Planck	$h = 6,629 \cdot 10^{-34}$ J.s

SOLUCIÓN: $2,98 \cdot 10^{-19}$ J $9,94 \cdot 10^{-20}$ J ; $4,67 \cdot 10^5$ m/s

2º El cátodo de una célula fotoeléctrica es iluminado con una radiación electromagnética de longitud de onda λ . La energía de extracción para un electrón del cátodo es 2,2 eV, siendo preciso establecer entre el cátodo y el ánodo una tensión de 0,4 V para anular la corriente fotoeléctrica. Calcular:

- a) La velocidad máxima de los electrones emitidos.
- b) Los valores de la longitud de onda de la radiación empleada λ y la longitud de onda umbral λ_0

Datos :

masa del electrón	$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ Kg
Valor absoluto de la carga del electrón	$= 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8$ m s ⁻¹
Constante de Planck	$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J s

SOLUCIÓN: a) $3,75 \cdot 10^5$ m/s b) $\lambda = 4,78 \cdot 10^{-7}$ m ; $\lambda_0 = 5,65 \cdot 10^{-7}$ m

3º Sobre la superficie del potasio incide luz de $6 \cdot 10^{-8}$ m de longitud de onda. Sabiendo que la longitud de onda umbral para el potasio es de $7,5 \cdot 10^{-7}$ m. Calcula :

- a) El trabajo de extracción de los electrones en el potasio.
- b) La energía máxima de los electrones emitidos.

Datos:

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8$ m s ⁻¹
Constante de Planck	$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J s

SOLUCIÓN: a) $2,65 \cdot 10^{-19}$ J b) $3,05 \cdot 10^{-18}$ J

4º Si en un cierto metal se produce el efecto fotoeléctrico con luz de frecuencia f_0 , ¿se producirá también con luz de frecuencia $2 f_0$? Razona la respuesta.

SOLUCIÓN:

Sí y además el electrón arrancado de la superficie del metal tendrá una energía cinética mayor

5º Si se ilumina con luz de $\lambda = 300$ nm la superficie de un material fotoeléctrico, el potencial de frenado vale 1,2 V. El potencial de frenado se reduce a 0.6 V por oxidación del material. Determine:

- a) La variación de la energía cinética máxima de los electrones emitidos.
- b) La variación de la función de trabajo del material y de la frecuencia umbral.

Datos :

Valor absoluto de la carga del electrón	$= 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8$ m s ⁻¹
Constante de Planck	$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J s

SOLUCIÓN: a) $-9,6 \cdot 10^{-20}$ J b) $9,6 \cdot 10^{-20}$ J ; $1,45 \cdot 10^{14}$ Hz

6º Los fotones de luz cuya frecuencia es la umbral para un cierto metal tienen una energía de 2 eV.

¿Cuál es la energía cinética máxima, expresada en eV, de los electrones emitidos por ese metal cuando se le ilumina con la luz cuyos fotones tienen 3 eV de energía ?

SOLUCIÓN: 1 eV

7º Al iluminar una superficie metálica con una longitud de onda $\lambda_1 = 200.10^{-9}$ m, el potencial de frenado de los fotoelectrones es de 2 V., mientras que si la longitud de onda es $\lambda_2 = 2240.10^{-9}$ m, el potencial de frenado se reduce a 1 V. Obtenga:

- El trabajo de extracción del metal
- El valor que resulta para la constante de Planck, h, a partir de esta experiencia.

Datos:

Valor absoluto de la carga del electrón = $1,6.10^{-19}$ C

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3.10^8$ m s⁻¹

SOLUCIÓN: a) $6,4 \cdot 10^{-19}$ J b) $6,4 \cdot 10^{-34}$ J.s

8º El cátodo metálico de una célula fotoeléctrica se ilumina simultáneamente con dos radiaciones monocromáticas : $I_1 = 228$ nm y $I_2 = 524$ nm. El trabajo de extracción de un electrón de éste cátodo es $W = 3,40$ eV.

- ¿Cuál de las radiaciones produce efecto fotoeléctrico. Razone la respuesta.
- Calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos . ¿Cómo variaría dicha velocidad al duplicar la intensidad de la radiación luminosa incidente?.

Datos :

masa del electrón $m_e = 9,109.10^{-31}$ Kg

Valor absoluto de la carga del electrón = $1,6.10^{-19}$ C

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3.10^8$ m s⁻¹

Constante de Planck $h = 6,626.10^{-34}$ J s

SOLUCIÓN:

- La $I_1 = 228$ nm , la I_2 no tiene suficiente energía.
- $8,5 \cdot 10^5$ m/s . No variaría, sólo aumentaría el número de fotones incidentes.

9º En un experimento fotoeléctrico se iluminó la placa metálica con una radiación $\lambda_1 = 521,8$ nm dando un potencial de detención de 0,596 V, mientras que al iluminarla con una radiación de $\lambda_2 = 656,6$ nm, el potencial de detención era de 0,108 V. Calcule:

- La función trabajo del metal.
- La frecuencia umbral.
- La velocidad máxima de los fotoelectrones.

Datos :

$c = 3.10^8$ m.s⁻¹

$m_e = 9,1.10^{-31}$ Kg

$q_e = 1,6.10^{-19}$ C

SOLUCIÓN: a) $2,847.10^{-19}$ J b) $4,31.10^{14}$ Hz c) Para λ_1 la velocidad máxima es $4,58.10^5$ m/s y para λ_2 la velocidad máxima es $1,95.10^5$ m/s

10º Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2,5.10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V . Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío de $1,78.10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3,8 V. Determine:

- El valor de la constante de Planck.
- La función trabajo (o trabajo de extracción) del metal.

Datos :

Valor absoluto de la carga del electrón = $1,6.10^{-19}$ C

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3.10^8$ m s⁻¹

SOLUCIÓN: a) $6,68.10^{-34}$ J.s
b) $5,17.10^{-19}$ J

11º

- ¿ Qué intervalo aproximado de energía (en eV) corresponde a los fotones del espectro visible?.
 - ¿Qué intervalo aproximado de longitudes de onda de De Broglie tendrán los electrones en ese intervalo de energías?.
- Las longitudes de onda del espectro visible están comprendidas, aproximadamente, entre 390 nm en el violeta y 740 nm en el rojo.

Datos:

Masa del electrón $m_e = 9,109.10^{-31}$ Kg ;

Valor absoluto de la carga del electrón = $1,6.10^{-19}$ C

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3.10^8$ m s⁻¹

Constante de Planck $h = 6,63.10^{-34}$ J s

SOLUCIÓN: a) 3,1875 eV y 1,68 eV
b) $6,87.10^{-10}$ m y $9,47.10^{-10}$ m

12° Se acelera desde el reposo un haz de electrones sometiéndoles a una diferencia de potencial de 10^3 Voltios. Calcular:

- La energía cinética adquirida por los electrones.
- La longitud de onda de De Broglie asociadas a dichos electrones.

Datos :

$$\begin{aligned} m_e &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \\ q_e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ h &= 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \end{aligned}$$

SOLUCIÓN: a) $1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$ b) $3,88 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

13° Las partículas α son núcleos de Helio, de masa cuatro veces la del protón. Consideremos una partícula α y un protón que poseen la misma energía cinética, moviéndose ambos a velocidades mucho más pequeñas que la luz. ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas?.

SOLUCIÓN: $\lambda_p = 2 \lambda_\alpha$

14° Un fotón posee una longitud de onda igual a $2,0 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Calcula la cantidad de movimiento y la energía que tiene.
Datos: Constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

SOLUCIÓN: $3,31 \cdot 10^{-23} \text{ Kg.m.s}^{-1}$; $9,94 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

15°

- Calcule la longitud de onda asociada a un electrón que se propaga con una velocidad de $5 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$.
- Halle la diferencia de potencial que hay que aplicar a un cañón de electrones para que la longitud de onda asociada a los electrones sea de $6 \times 10^{-11} \text{ m}$.

Datos :

$$\begin{aligned} \text{Masa del electrón} & \quad m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \\ \text{Valor absoluto de la carga del electrón} & = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ \text{Constante de Planck} & \quad h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \end{aligned}$$

SOLUCIÓN: a) $1,45 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ b) $418,4 \text{ V}$

16° Un láser de longitud de onda $\lambda = 630 \text{ nm}$ tiene una potencia de 10 mW y un diámetro de haz de 1 mm . Calcule:

- La intensidad del haz.
- El número de fotones por segundo que viajan con el haz.

Datos :

$$\begin{aligned} \text{Velocidad de la luz en el vacío} & \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \\ \text{Constante de Planck} & \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \end{aligned}$$

SOLUCIÓN: a) $7,96 \cdot 10^{22} \text{ eV s}^{-1} \text{ m}^{-2}$
b) $3,17 \cdot 10^{16} \text{ fotones.s}^{-1}$

17° En un conductor metálico los electrones se mueven con una velocidad de 10^{-2} cm/s . Según la hipótesis de De Broglie ¿Cuál será la longitud de onda asociada a estos electrones ?. ¿ Toda partícula , sea cual sea su masa y velocidad, llevará asociada una onda ?.

Justifica la respuesta.

Datos:

$$\begin{aligned} \text{Masa del electrón} & \quad m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \\ \text{Constante de Planck} & \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J. s} \end{aligned}$$

SOLUCIÓN: $\lambda = 7,274 \text{ m}$.

Este doble comportamiento se aprecia para partículas de masa muy pequeña.

18° Un haz de electrones se somete a una diferencia de potencial de 60 KV . Calcula:

- La velocidad de los electrones.
- La longitud de onda que llevan asociada.

Datos:

$$\begin{aligned} \text{Masa del electrón} & \quad m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}; \\ \text{Valor absoluto de la carga del electrón} & = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ \text{Velocidad de la luz en el vacío} & \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \\ \text{Constante de Planck} & \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J. s} \end{aligned}$$

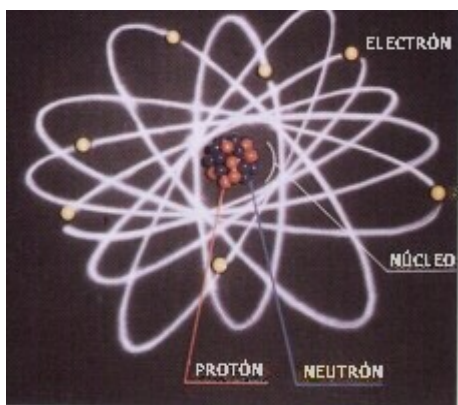
SOLUCIÓN: a) $1,45 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
b) $5,01 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

TEMA 13. FÍSICA NUCLEAR Y DE PARTÍCULAS.

- 13.1.- INTRODUCCIÓN
- 13.2.- PROPIEDADES DEL NÚCLEO.
- 13.3.- RADIATIVIDAD NATURAL
- 13.4.- RADIATIVIDAD ARTIFICIAL.

13.1.- INTRODUCCIÓN

El núcleo es una pequeña región central del átomo donde se encuentran distribuidos los neutrones y protones, partículas fundamentales del núcleo, que reciben el nombre de nucleones.



La estabilidad del núcleo no puede explicarse por su acción eléctrica. Es más, la repulsión existente entre los protones produciría su desintegración. El hecho de que en el núcleo existan protones y neutrones es un indicador de que debe existir otra interacción más fuerte que la electromagnética que no está directamente relacionada con cargas eléctricas y que es mucho más intensa. Esta interacción se llama nuclear y es la que predomina en el núcleo.

Para explicar [la naturaleza de las fuerzas nucleares](#) que mantienen unidas a las partículas dentro de los núcleos, es necesario analizar sus propiedades. En general, un núcleo tiene [una masa](#) y está [cargado eléctricamente](#). Además, tiene [un tamaño](#) que se puede medir por su radio. Los nucleones se mueven bajo la acción de sus interacciones mutuas y la intensidad de sus interacciones se puede medir por su [energía de enlace](#) o energía de ligadura nuclear.

13.2.- PROPIEDADES DEL NÚCLEO

NÚMERO MÁSCICO. CLASIFICACIÓN DE LOS NUCLEIDOS

Igual que todos los átomos que tienen el mismo número atómico, pertenecen al mismo elemento químico, todos los núcleos que tienen igual número de protones e igual número de neutrones, pertenecen al mismo nucleido.

Un núcleo está constituido por un número de neutrones y un número de protones cuya suma recibe el nombre de número másico y se representa por A.

$$A = N + Z$$

Notación: ${}^A_Z X$

A = número másico

N = número de neutrones

Z = número de protones

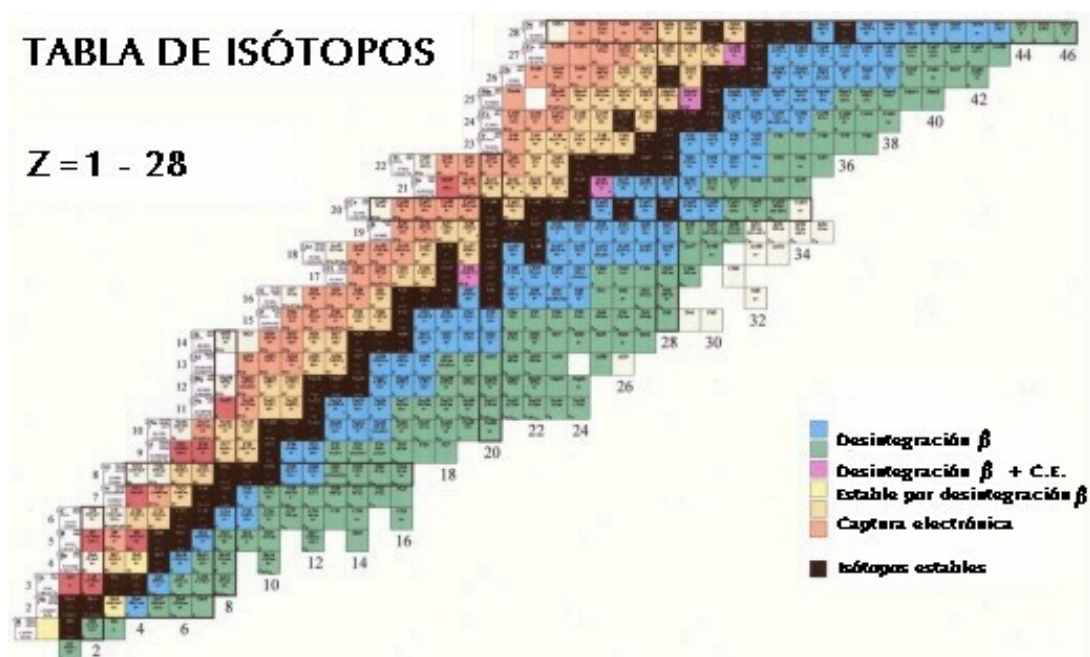
Los nucleidos se clasifican en:

Isótopos: núcleos con igual número de protones, pero distinto número de neutrones, y por tanto distinto número másico. I

Isótonos: núcleos con igual número de neutrones, pero distinto número de protones, y por tanto distinto número másico.

Isóbaros: núcleos con distinto número de protones y distinto número de neutrones, pero igual número másico.

En la tabla de isótopos desde Z=1 hasta Z=28, podemos observar los isótopos para cada valor de Z, los isótonos para cada valor de N, así como los isóbaros para valores de A.



La fuerza nuclear no requiere una proporción fija de protones y neutrones en el núcleo. En los núcleos livianos, el número de neutrones y de protones es el mismo, mientras que en los núcleos más pesados, aumenta el número de neutrones frente al de protones lo que produce un efecto estabilizante compensando el efecto de la repulsión electrostática de los protones entre sí.

ESTABILIDAD NUCLEAR

Un núcleo se considera estable si no se transmuta en 10^{21} años, si bien puede transmutarse en otros núcleos bajo ciertas condiciones.

Hay 115 elementos químicos conocidos, de los cuales, 92 existen en la naturaleza y el resto ha sido obtenido artificialmente. Se conocen hoy en día unos 2000 nucleidos, de los cuales son estables 274. Unos 340 existen en la Naturaleza y el resto se han producido en el laboratorio. Por tanto, la mayoría de los nucleidos son radiactivos.

Los nucleidos radiactivos son inestables y se transforman espontáneamente con el tiempo formando otros nucleidos.

Se presenta a continuación una clasificación de los nucleidos estables atendiendo al número par o impar de sus nucleones:

TABLA DE NUCLEIDOS ESTABLES

Z	N	A	Nucleidos estables	Ejemplos
PAR	PAR	PAR	165	${}^4_2\text{He}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$
PAR	IMPAR	IMPAR	55	${}^{17}_8\text{O}$, ${}^{57}_{26}\text{Fe}$
IMPAR	PAR	IMPAR	50	${}^7_3\text{Li}$, ${}^{68}_{29}\text{Cu}$
IMPAR	IMPAR	PAR	4	${}^2_1\text{H}$, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{14}_7\text{N}$

Solo hay cuatro nucleidos estables con Z y N impar, mientras que hay 165 nucleidos estables con Z y N par lo que hace suponer que:

Puesto que el número de nucleidos estables es máximo cuando Z y N son pares, debe haber una tendencia a formar pares protón-protón y neutrón-neutrón y puesto que solo hay cuatro nucleidos estables con Z y N impares, un protón no tiende a parearse con un neutrón.

El número de nucleidos estables con Z o N impar es la tercera parte de los nucleidos con Z y N pares, lo que indica la posibilidad de que el comportamiento de los neutrones y protones sea similar y que la naturaleza de la carga de los nucleones sea independiente de la estabilidad.

CARGA Y TAMAÑO DEL NUCLEO

La carga del núcleo determina su posición en el sistema periódico. Rutherford demostró que la mayor parte de la masa del átomo y su carga positiva están localizados en una pequeña región central del átomo que llamó núcleo, cuyo radio calculó del orden de 10^{-14}m a través del estudio de dispersión de partículas alfa al incidir en núcleos de átomos

metálicos. El radio nuclear ha sido calculado posteriormente, siendo del orden de 10^{-15}m. , y resultando ser proporcional al número másico A:

$$R = r_0 \cdot A^{1/3}$$

donde r_0 es un valor constante para todos los núcleos y es igual a $1.3 \cdot 10^{-15}\text{m.}$

Por tanto, el volumen de un núcleo si se considera su forma esférica, es proporcional al número A de nucleones, y la densidad nuclear es un valor constante, 10^{15} veces mayor que la densidad de la materia macroscópica, lo que da una idea de la gran compacidad de los nucleones dentro de un núcleo. Así mismo, demuestra que la materia macroscópica está esencialmente vacía, ya que la mayor parte de la masa está concentrada en los núcleos.

ENERGIA DE ENLACE NUCLEAR

Se define como la energía necesaria para separar los nucleones de un núcleo, o bien como la energía que se libera cuando se unen los nucleones para formar el núcleo.

El origen de la energía de ligadura o de enlace nuclear reside en la desaparición de una parte de la masa de los nucleones que se combinan para formar el núcleo. Esta diferencia de masa recibe el nombre de defecto másico, y se transforma en energía cuyo cálculo se puede realizar por la ecuación de Einstein, $E = m \cdot c^2$

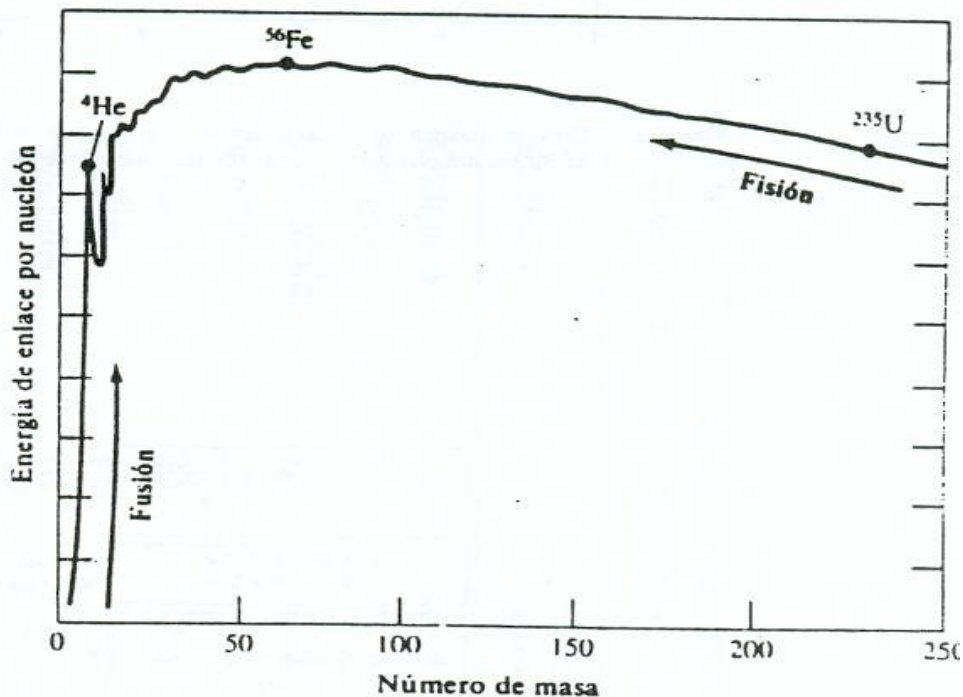
Si a la suma de las masas de los nucleones y electrones de un átomo le restamos la masa medida experimentalmente a través del espectrógrafo de masas, obtenemos el defecto másico, y podemos calcular la energía total de enlace. La energía de enlace o de ligadura será equivalente a la energía liberada en la formación de un núcleo.

La u.m.a. se define como la doceava parte de la masa del átomo ${}^{12}_6\text{C}$ y $1 \text{ u.m.a.} = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$, por lo que sustituyendo en la ecuación de Einstein, $E = m \cdot c^2$, $E = 931.5 \text{ MeV}$, es decir, 1 u.m.a. libera 931.5 MeV. Por tanto, la energía liberada (B) en la formación de un núcleo será:

$$B = \text{defecto másico} \times 931 \text{ MeV.}$$

Ahora bien, es más interesante calcular la energía de enlace por nucleón, y representarla frente al número másico A.

La energía de enlace por nucleón se obtiene dividiendo la energía de enlace del núcleo por sus A nucleones, y es la energía necesaria para extraer del núcleo una de sus partículas constituyentes.



Si bien en los núcleos livianos se observa un aumento abrupto de la energía de enlace por nucleón frente al número másico A , a partir de $A=10$, la energía de enlace por nucleón es prácticamente constante.

El máximo corresponde a núcleos semipesados con $A=62$ (Fe, Co, Ni), donde las fuerzas de atracción serán máximas. El decrecimiento de la energía para $A>60$ se debe a la repulsión coulombiana entre los protones cuyo número va aumentando y reduce por tanto la estabilidad de los núcleos. En los núcleos ligeros, cada nucleón es atraído por pocos nucleones, lo que también reduce su estabilidad.

CARACTERÍSTICAS DE LAS FUERZAS NUCLEARES

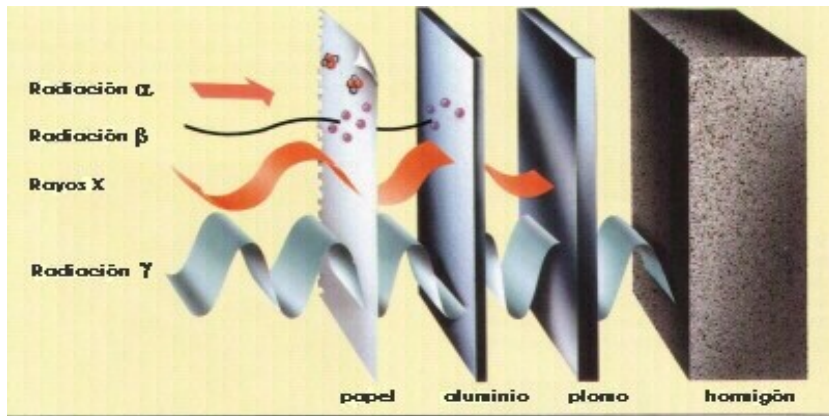
Las fuerzas nucleares son fuerzas atractivas de gran intensidad dado el tamaño de los núcleos y su enorme densidad, que predominan en el núcleo venciendo la repulsión electrostática entre los protones.

Son de corto alcance, es decir, cada nucleón interacciona con los nucleones más próximos, si bien a distancias muy cortas, las fuerzas nucleares se hacen repulsivas lo que explica que los nucleones permanezcan a distancias medias constantes y que el volumen por nucleón sea constante.

La fuerza de interacción entre dos nucleones es independiente de la carga, por lo que la fuerza entre dos nucleones, bien sean protón-protón, neutrón-neutrón o protón-neutrón, es aproximadamente la misma.

13.3.- RADIATIVIDAD NATURAL

Los núcleos atómicos de una sustancia radiactiva no son estables y se transmutan espontáneamente en otros núcleos emitiendo partículas alfa, beta y gamma.



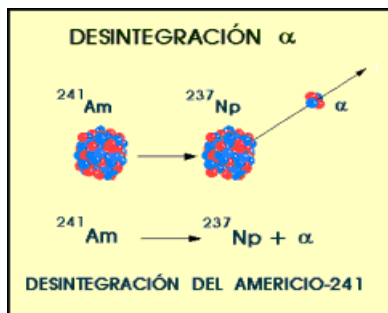
PARTÍCULAS ALFA. Son átomos de He doblemente ionizados, es decir, que han perdido sus dos electrones. Por tanto, tienen dos neutrones y dos protones. Es la radiación característica de isótopos de número atómico elevado, tales como los del uranio, torio, radio, plutonio. Dada la elevada masa de estas partículas y a que se emiten a gran velocidad por los núcleos (su velocidad es del orden de 10^7 m/s), al chocar con la materia pierden gradualmente su energía ionizando los átomos y se frenan muy rápidamente, por lo que quedan detenidas con tan sólo unos cm de aire o unas milésimas de mm de agua. En su interacción con el cuerpo humano no son capaces de atravesar la piel. Así pues, tienen poco poder de penetración siendo absorbidos totalmente por una lámina de aluminio de 0.1 mm de espesor o una simple hoja de papel.

PARTÍCULAS BETA. Son electrones emitidos a grandes velocidades próximas a la de la luz. Debido a la menor masa que la radiación alfa, tienen más poder de penetración que las partículas alfa siendo absorbidas por una lámina de aluminio de 0.5 mm de espesor y quedan frenadas en algunos m de aire, o por 1 cm de agua. En el cuerpo humano, pueden llegar a traspasar la piel, pero no sobrepasan el tejido subcutáneo. [Los positrones](#) son partículas con masa despreciable y carga equivalente a la de un protón.

PARTÍCULAS GAMMA. Son radiaciones electromagnéticas de la misma naturaleza que los rayos X pero de menor longitud de onda. Su poder de penetración es muy elevado frente al de las partículas alfa o beta, pudiendo atravesar el cuerpo humano. Quedan frenadas con espesores de 1 m de hormigón o unos pocos cm de plomo, por lo que cuando se utilizan fuentes radiactivas que emiten este tipo de radiación, hay que utilizar blindajes adecuados.

NEUTRONES. Proceden de reacciones de fisión o de reacciones nucleares con otras partículas. Pueden ser muy penetrantes excepto en agua y en hormigón, y se utilizan para producir elementos radiactivos cuando interactúan con elementos estables.

PROCESOS NUCLEARES. ECUACIONES DE SODDY



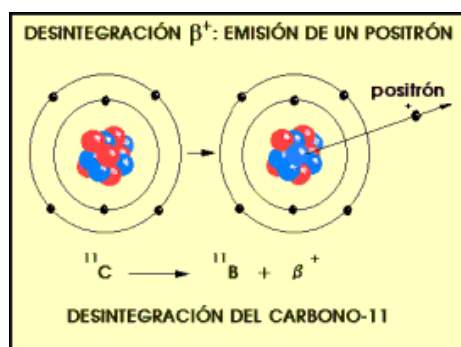
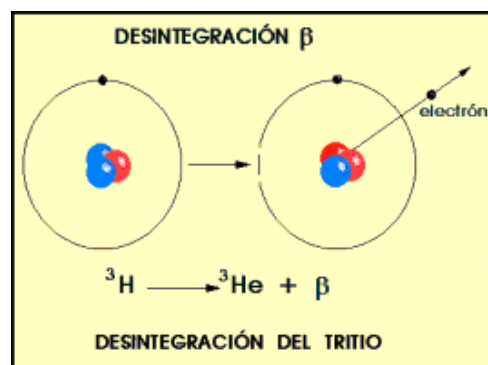
Quando un núcleo emite una partícula alfa, su número másico se reduce en cuatro unidades y su número atómico en dos unidades. Este proceso se da en átomos con un número atómico elevado.

$${}_Z^AX^A \rightarrow {}_{Z-2}Y^{A-4} + {}_2\text{He}^4$$

El proceso de desintegración alfa va acompañado de la emisión de una gran cantidad de energía procedente del defecto másico producido, por lo que la partícula alfa adquiere gran velocidad, del orden de 10^7 m/s .

Quando un núcleo emite una partícula beta (electrón), su número másico permanece invariable y su número atómico aumenta en una unidad. Este proceso se da en núcleos que presentan un exceso de neutrones, por lo que un neutrón se transforma en un protón y en un electrón (partícula beta) que es emitido.

$${}_Z^AX^A \rightarrow {}_{Z+1}Y^{A+1}e^0$$

$$n \rightarrow p^+ + e^-$$


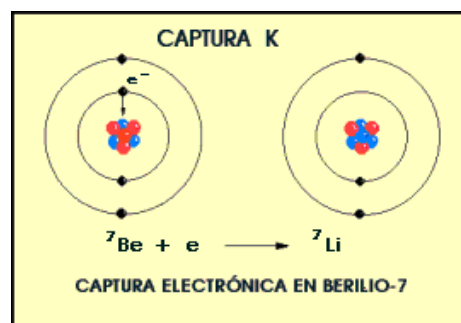
Quando un núcleo emite una partícula beta positiva (positrón), su número másico permanece constante y su número atómico disminuye en una unidad. Este proceso se da en núcleos que presenten un exceso de protones, por lo que un protón se transforma en un neutrón y en un positrón.

$${}_Z^AX^A \rightarrow {}_{Z-1}Y^{A+1}e^0$$

$$p^+ \rightarrow n + e^+$$

En ambos tipos de desintegraciones beta se emiten además otras partículas. La emisión de un electrón va acompañada de una partícula llamada neutrino y la emisión de un positrón, de un antineutrino.

También se puede dar la captura K en núcleos con exceso de protones, que consiste en la captura de un electrón por parte del núcleo, seguida de la transformación de un protón en un neutrón. El resultado final es la reducción del número atómico en una unidad mientras que el número másico permanece invariable.

$${}_Z^AX^A + {}_{-1}e^0 \rightarrow {}_{Z-1}Y^A$$




La radiación gamma se manifiesta en los procesos radiactivos como consecuencia de la desexcitación de un núcleo, que previamente haya sido excitado. Por tanto, los procesos donde se produce emisión de partículas alfa o beta, van acompañados de emisión de radiación electromagnética en forma de fotones que son las partículas gamma.

$${}_Z^AX^{*A} \rightarrow {}_Z^AX^A + \text{rad gamma}$$

Algunos isótopos, en particular el uranio-235 y varios isótopos de los elementos transuránicos, producidos artificialmente, pueden desintegrarse mediante un proceso de fisión espontánea en el que el núcleo se divide en dos fragmentos. A mediados de 1980, se observó una forma de desintegración única en la que los isótopos de radio 222, 223 y 224 emiten núcleos de carbono 14 en lugar de desintegrarse como emisores alfa.

Las fuentes mayores de radiactividad natural se encuentran en los minerales de uranio y torio. Estos minerales presentan una serie de nucleidos radiactivos, ya que los nucleidos iniciales U-235, U-238 y Th-232, tienen unos valores de vida media muy grandes y al desintegrarse se transmutan en otros nucleidos también radiactivos, prosiguiendo este proceso en desintegraciones sucesivas hasta llegar a un nucleido estable. Resultan unas series características según el número másico: la serie $4n$ (Th-232), la serie $4n + 1$ (Np-237), la serie $4n + 2$ (U-238), y la serie $4n + 3$ (U-235). La serie del Np-237 es la única en la que todos son elementos radiactivos artificiales.

Cuando el uranio-238, se desintegra por emisión alfa, se forma torio-234 que es un emisor beta y se desintegra para formar protoactinio-234, que a su vez emite radiación beta formando un nuevo isótopo del uranio, el uranio-234. Este isótopo se desintegra mediante emisión alfa para formar torio-230 que es un emisor alfa y forma el radio-226. La serie continúa de forma similar con otras cinco emisiones alfa y otras cuatro emisiones beta hasta llegar al producto final, un isótopo estable del plomo, el plomo-206. Un proceso similar ocurre con las otras tres series.

SERIE DEL URANIO-238		
TIPO DE RADIACION	NUCLEIDO	PERIODO DE SEMIDESINTEGRACION
α	URANIO-238	4.47 billones de años
β	THORIO-234	24.1 días
β	PROTOACTINIO-234	1.17 minutos
α	URANIO-234	246000 años
α	URANIO-230	3000 años
α	RADIO-226	1600 años
α	RADON-222	3823 días
α	POLONIO-218	3.06 minutos
β	PLOMO-214	26.3 minutos
β	BISMUTO-214	19.7 minutos
α	POLONIO-214	0.000164 sg
β	PLOMO-210	22.3 días
β	BISMUTO-210	6.01 días
α	POLONIO-210	1324 días
	PLOMO-206	ESTABLE

CINETICA DE LA RADIATIVIDAD

La desintegración de un núcleo radiactivo es un proceso espontáneo y es imposible predecir cuando un átomo se transmutará. Ahora bien, cuando hay una gran cantidad de átomos radiactivos, se puede demostrar que la cantidad de núcleos iniciales disminuye con el tiempo.

El número de átomos que se desintegran en un tiempo dado es directamente proporcional al número de átomos presentes en la muestra. La constante de proporcionalidad es conocida como la constante de desintegración.

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad -\frac{dN}{N} = \lambda dt \quad \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$\boxed{N = N_0 e^{-\lambda t}}$$

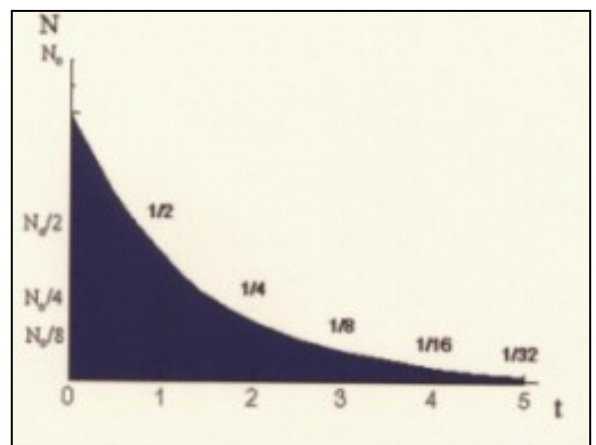
N_0 = número de átomos iniciales

N = número de átomos que quedan sin desintegrar en el instante t

λ = constante de desintegración

Se llama **periodo de semidesintegración** al tiempo $t_{1/2}$, para el cual, el número de núcleos iniciales se reduce a la mitad. Cada sustancia radiactiva tiene un periodo de semidesintegración.

$$\text{Si } N = N_0/2 \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



La **vida media** es el valor medio de duración de los átomos de una sustancia radiactiva.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{0.693}$$

ACTIVIDAD

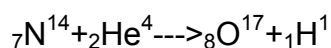
Se define la actividad de un muestra o velocidad de desintegración (dN/dt) al producto:

$$A = \lambda \cdot N$$

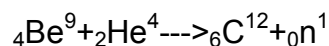
La unidad de la actividad es la desintegración/segundo. A esta unidad se le suele llamar bequerelio (bq). Otra unidad utilizada es el curio (Ci) que equivale a $3,7 \cdot 10^{10}$ Bq.

13.4.- RADIATIVIDAD ARTIFICIAL

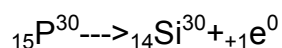
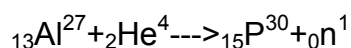
Una reacción nuclear artificial consiste en la desintegración de un núcleo estable por bombardeo con partículas, en otro núcleo distinto produciéndose la emisión de otras partículas. La primera desintegración artificial fue realizada por Rutherford en 1919 que bombardeó núcleos de nitrógeno con partículas alfa emitidas por una fuente radiactiva:



Chadwick bombardeó el berilio con partículas alfa desintegrándose en carbono y emitiendo una partícula hasta entonces desconocida, sin carga puesto que no se desviaba ante campos eléctricos y no producía ionización, a la que se llamó neutrón.



Joliot y Curie bombardearon elementos ligeros como el boro, aluminio y magnesio con partículas alfa emitidas por el polonio. En todos los casos, se observó la emisión de neutrones y positrones. En el caso del aluminio, el producto recogido era un isótopo del fósforo, el ${}^{30}\text{P}$, pues hasta entonces sólo se conocía el ${}^{31}\text{P}$. En el momento en que cesó el bombardeo de partículas alfa, cesó la emisión de neutrones, pero prosiguió la de positrones. El proceso era el siguiente:



Después del descubrimiento de este nuevo isótopo, Fermi y colaboradores bombardearon con neutrones diversos elementos produciendo nuevos radionucleidos. Los elementos transuránicos se producen así. Posteriormente, se han ido obteniendo más radioisótopos por bombardeo de núcleos con partículas aceleradas como partículas alfa, beta, positrones, protones, deuterones, tritones, ..., y necesitan tener una gran energía cinética para vencer la repulsión coulombiana entre los núcleos que se van a reagrupar.

El estudio de las reacciones nucleares y la búsqueda de nuevos isótopos radiactivos artificiales, sobre todo entre los elementos más pesados, llevó al descubrimiento de la fisión nuclear. Cuando se bombardea el uranio-235 con neutrones, se descompone en dos núcleos, produciéndose un gran desprendimiento de energía y la emisión de nuevos neutrones. Estos, a su vez, pueden colisionar con nuevos núcleos fisionables que emitirán nuevos neutrones y así sucesivamente. Este efecto multiplicador se conoce como reacción en cadena.

En la fusión nuclear, dos núcleos ligeros se unen para formar un núcleo más pesado y estable, con gran desprendimiento de energía. Para que tenga lugar la fusión, los núcleos cargados positivamente deben aproximarse venciendo las fuerzas electrostáticas de repulsión, por lo que han de alcanzar energías cinéticas muy altas, lo que se puede conseguir por un acelerador de partículas o con energía térmica.

3.- FÍSICA NUCLEAR

PROBLEMAS RESUELTOS

1º

- a) Calcule el defecto de masa y la energía total del enlace del isótopo $^{15}_7\text{N}$ de masa atómica 15,0001089 u.

- b) Calcule la energía de enlace por nucleón.

Datos: Masa del protón $m_p = 1,007276 \text{ u}$; Unidad de masa atómica $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$
Masa del neutrón $m_n = 1,008665 \text{ u}$; Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

- a) El Nitrógeno $^{15}_7\text{N}$ contiene en el núcleo 7 protones y 8 neutrones. Para calcular el defecto de masa producido en la formación de ese núcleo, restaremos la masa del núcleo a la suma de las masas de todas las partículas que constituyen el núcleo por separado

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) m_n - M_a$$

$$\Delta m = 7 \cdot 1,007276 \text{ u} + 8 \cdot 1,008665 \text{ u} - 15,0001089 \text{ u} = 0,120144 \text{ u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}}{1 \text{ u}} = 1,99 \cdot 10^{-12} \text{ Kg}$$

$$\Delta m = 1,99 \cdot 10^{-12} \text{ Kg}$$

Para calcular la energía equivalente aplicaremos la ecuación de Einstein $E = \Delta m \cdot c^2$

$$E = 1,99 \cdot 10^{-12} \text{ Kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1})^2 = 1,79 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$E = 1,79 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

- b)

$$\frac{\text{Energía}}{\text{nucleón}} = \frac{E}{A} = \frac{1,79 \cdot 10^{-11} \text{ J}}{15} = 1,19 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$\frac{E}{A} = 1,19 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

- a) Su constante de desintegración y la vida media.

- b) El tiempo que deberá transcurrir para que una muestra de 1,5 mg se reduzca un 90%

- a)

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \Rightarrow k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{28} = 0,0247 \text{ años}^{-1}$$

$$k = 0,0247 \text{ años}^{-1}$$

$$\tau = \frac{1}{k} = \frac{1}{0,0247} = 40,39 \text{ años}$$

$$\tau = 40,39 \text{ años}$$

- b)

$$N = N_0 e^{-kt}$$

$$0,1 N_0 = N_0 e^{-40,39 \cdot t}$$

$$\ln 0,1 = -40,39 \cdot t$$

$$t = \frac{-0,39}{\ln 0,1} = 7,54 \text{ años}$$

$$t = 17,54 \text{ años}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º ¿Qué energía se libera por núcleo en una reacción nuclear en la que se produce un defecto de masa de 0.1 u?.

Datos:

$$1 \text{ uma} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ Kg};$$

$$\text{SOLUCIÓN: } 1,49 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

2º

a) Explica el concepto de energía nuclear de enlace.

b) Determina la energía nuclear de enlace del ${}^7_3\text{Li}$, siendo su masa de 7,01601 uma; la masa del neutrón $m_n = 1,008665 \text{ uma}$; la masa del protón $m_p = 1,007276 \text{ uma}$;

Datos complementarios:

$$1 \text{ uma} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ Kg};$$

$$\text{Velocidad de la luz en el vacío } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

SOLUCIÓN:

a) La masa de un núcleo es siempre inferior a la suma de las masa de los protones y neutrones que lo forman: esta diferencia se llama defecto de masa. La energía equivalente a este defecto de masa se denomina energía nuclear de enlace y se define como la energía que se libera al formarse el núcleo a partir de los nucleones que lo constituyen.

$$b) 6,3 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 3,94 \cdot 10^7 \text{ eV}$$

3º Razone por qué el tritio (${}^3_1\text{H}$) es más estable que el helio (${}^3_2\text{He}$)

Datos: Masa del núcleo de helio-3 = 3,016029 u;

Masa del núcleo de tritio = 3,016049 u.

Masa del protón $m_p = 1,007276 \text{ u}$;

Masa del neutrón $m_n = 1,008665 \text{ u}$.

Unidad de masa atómica $1 \text{ u} = 1,66055 \times 10^{-27} \text{ Kg}$;

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

SOLUCIÓN:

Para valorar la estabilidad de un núcleo calcularemos la energía de enlace por nucleón o energía desprendida en la formación del núcleo. Para el ${}^3_1\text{H}$ esta energía vale $4,53 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ y para el ${}^3_2\text{He}$ $4,13 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. Por tanto la energía de enlace por nucleón es mayor en el Tritio que en el Helio y por esa razón es más estable

4° Un núcleo radiactivo tiene una vida media de 1 segundo:

- a) ¿Cuál es su constante de desintegración?
- b) Si en un instante dado una muestra de esta sustancia radiactiva tiene una actividad de $11,1 \cdot 10^7$ desintegraciones por segundo. ¿Cuál es el número medio de núcleos radiactivos en ese instante? Justifica la respuesta.

SOLUCIÓN: a) 1 s^{-1}
b) $11,1 \cdot 10^7$ núcleos

5°

- a) ¿A qué se llama vida media de un núcleo inestable? ¿Cuál es la ley de desintegración radiactiva?
- b) ¿Qué es una serie radiactiva? Cita una de ellas.

SOLUCIÓN:

- a) Se llama vida media ($\tau = 1/k$) ($k = \text{cte de desintegración}$) de un núcleo inestable al tiempo de vida promedio de todos los núcleos presentes en una muestra. La ley de desintegración radiactiva se puede expresar: $A = A_0 \cdot e^{-kt}$. Siendo "A" la actividad de una sustancia radiactiva
- b) Una serie radiactiva es el conjunto de los núcleos radiactivos que proceden por desintegraciones sucesivas (α ó β) de un mismo núcleo inicial, llamado padre, hasta llegar a un núcleo estable. Por ejemplo la del ${}^{238}_{92}\text{U}$

6° El período de semidesintegración del polonio-210 es de 138 días. Si disponemos inicialmente de 2 mg de polonio-210. ¿Qué tiempo debe de transcurrir para que queden 0,5 mg?

SOLUCIÓN:

276 días

7° El período de semidesintegración de un núcleo radiactivo es de 100 s. Una muestra que inicialmente contenía 10^9 núcleos posee en la actualidad 10^7 núcleos. Calcula:

- a) La antigüedad de la muestra.
- b) La vida media.
- c) La actividad de la muestra dentro de 1000 s.

SOLUCIÓN: a) 664,5 s
b) 144,3 s
c) 67,8 núcleos que se desintegran por s

8° Si inicialmente tenemos 1 mol de átomos de radio ¿Cuántos átomos se han desintegrado en 1995 años?

Datos:

El período de semidesintegración del radio: 1840 años
El número de Avogadro: $6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

SOLUCIÓN: $3,181 \cdot 10^{23}$ átomos

PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
 PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS

CONVOCATORIA DE _____ 2001 / CONVOCATÒRIA DE **JUNY / JUNIO 2001**

MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología
 MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): de Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia

IMPORTANTE / IMPORTANT

2º. Ejercicio 2n Exercici	FÍSICA FÍSICA	Obligatoria en la Opción Científico-Técnica y opcional en otras. Obligatòria en l'Opció Científico-Tècnica i opcional en altres Obligatoria también en la Opción Científico-Técnica y de Ciencias de la Salud Obligatòria també en l'Opció Científico-Tècnica i de Ciències de la Salut	90 minutos. 90 minuts
Baremo/Barem: _____ El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos. Si el problema o la cuestión tienen apartados, en los enunciados se especifica su valor.			

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Si la Luna siguiera una órbita circular en torno a la Tierra, pero con un radio igual a la cuarta parte de su valor actual, ¿cuál sería su período de revolución?. Dato: Tomar el periodo actual igual a 28 días.

Opción B

¿Cuál debería ser la velocidad inicial de la Tierra para que escapase del Sol y se dirigiera hacia el infinito? Supóngase que la Tierra se encuentra describiendo una órbita circular alrededor del Sol.

Datos: Distancia Tierra-Sol = $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$; $M_{\text{Sol}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$.

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda es $y = 8 \sin \pi(100t - 8x)$, donde x e y se miden en cm y t en segundos. Calcular el tiempo que tardará la onda en recorrer una distancia de 25m.

Opción B

Explicar la diferencia entre ondas longitudinales y ondas transversales. Proponer un ejemplo de cada una de ellas.

BLOQUE III – PROBLEMAS

Opción A

Un rayo de luz monocromática incide en una de las caras de una lámina de vidrio, de caras planas y paralelas, con un ángulo de incidencia de 30° . La lámina de vidrio, situada en el aire, tiene un espesor de 5 cm y un índice de refracción de 1,5. Se pide:

1. Dibujar el camino seguido por el rayo. (0,7 puntos)
2. Calcular la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina. (0,7 puntos)
3. Calcular el ángulo que forma con la normal el rayo que emerge de la lámina. (0,6 puntos)

Opción B

Sea una lente convergente de distancia focal 10 cm. Obtener gráficamente la imagen de un objeto, y comentar sus características, cuando éste está situado:

1. 20 cm antes de la lente. (0,8 puntos)
2. 5 cm antes de la lente. (0,8 puntos)
3. Calcular la potencia de la lente. (0,4 puntos)

PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS

CONVOCATORIA DE _____ 2001 / CONVOCATÒRIA DE _____ JUNY / JUNIO 2001

MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología
MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): de Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia

IMPORTANTE / IMPORTANT

2º. Ejercicio 2n Exercici	FÍSICA FÍSICA	Obligatoria en la Opción Científico-Técnica y opcional en otras. Obligatòria en l'Opció Científic-Tècnica i opcional en altres Obligatoria también en la Opción Científico-Técnica y de Ciencias de la Salud Obligatòria també en l'Opció Científic-Tècnica i de Ciències de la Salut	90 minutos. 90 minuts
------------------------------	------------------	--	--------------------------

Baremo:/Barem: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos. Si el problema o la cuestión tienen apartados, en los enunciados se especifica su valor.

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

Un hilo conductor rectilíneo y longitud infinita, está ubicado sobre el eje OZ , y por él circula una corriente continua de intensidad I , en sentido positivo de dicho eje. Una partícula con carga positiva Q , se desplaza con velocidad v sobre el eje OX , en sentido positivo del mismo. Determinar la dirección y sentido de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula.

Opción B

Describir el proceso de generación de una corriente alterna en una espira. Enunciar la ley en la que se basa.

BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

Enuncia la hipótesis de de Broglie y comenta algún resultado experimental que de soporte a dicha hipótesis.

Opción B

Si se fusionan dos átomos de hidrógeno, ¿se libera energía en la reacción? ¿Y si se fisióna un átomo de uranio? Razona tu respuesta.

BLOQUE VI – PROBLEMAS

Opción A

Se determina, por métodos ópticos, la longitud de una nave espacial que pasa por las proximidades de la Tierra, resultando ser 100 m . En contacto radiofónico los astronautas que viajan en la nave comunican que la longitud de su nave es de 120 m . ¿A qué velocidad viaja la nave con respecto a la Tierra?

Dato: $c=3 \times 10^8\text{ m/s}$

Opción B

En una excavación arqueológica se ha encontrado una estatua de madera cuyo contenido de ^{14}C es el 58% del que poseen las maderas actuales de la zona. Sabiendo que el período de semi-desintegración del ^{14}C es de 5570 años, determinar la antigüedad de la estatua encontrada.

PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS

SETEMBRE / SEPTIEMBRE 2001

CONVOCATORIA DE _____ 2001 / CONVOCATÒRIA DE _____ 2001

MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): de Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia

IMPORTANTE / IMPORTANT

2º. Ejercicio 2n Exercici	FÍSICA FÍSICA	Obligatoria en la Opción Científico-Técnica y opcional en otras. Obligatòria en l'Opció Científico-Tècnica i opcional en altres Obligatoria también en la Opción Científico-Técnica y de Ciencias de la Salud Obligatòria també en l'Opció Científico-Tècnica i de Ciències de la Salut	90 minutos. 90 minuts
------------------------------	------------------	--	--------------------------

Baremo:/Barem: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos. Si el problema o la cuestión tienen apartados, en los enunciados se especifica su valor.

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Enunciar las leyes de Kepler. Demostrar la tercera de ellas, para el caso de órbitas circulares, a partir de las leyes de la mecánica newtoniana.

Opción B

El satélite Europa tiene un periodo de rotación alrededor de Júpiter de 85 horas y su órbita, prácticamente circular, tiene un radio de $6,67 \times 10^5$ km. Calcular la masa de Júpiter. Dato: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ S.I.

BLOQUE II – PROBLEMAS

Opción A

Dada la función de onda, $y = 6 \sin 2\pi(5t - 0,1x)$ cm, donde x está expresada en centímetros y t en segundos, determinar:

1. La longitud de onda, el período, la frecuencia y el número de onda. (0,8 puntos)
2. La velocidad de propagación y la de vibración del punto situado en $x = 10$ cm en el instante $t = 1$ s. (0,8 puntos)
3. Indica el sentido de la propagación de la onda y expresa la ecuación de otra onda idéntica a la anterior, pero propagándose en sentido contrario. (0,4 puntos)

Opción B

A lo largo de un resorte se produce una onda longitudinal con la ayuda de un vibrador de 50 Hz de frecuencia. Si la distancia entre dos compresiones sucesivas en el muelle es de 16 cm. Determinar:

1. La velocidad de la onda. (0,8 puntos)
2. Supuesta la onda armónica y que se propaga en el sentido positivo del eje OY, escribe su ecuación, suponiendo que en $t=0$ el foco se encuentra en la posición de máxima elongación y positiva, con una amplitud de 5 cm. (1,2 puntos)

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Sea un espejo cóncavo, si se coloca frente a él un objeto a una distancia mayor que su radio de curvatura, se pide:

1. Dibujar el diagrama de rayos. (0,9 puntos)
2. Características de la imagen. (0,6 puntos)

Opción B

Enuncia la ley de la refracción (ley de Snell). ¿En qué consiste el fenómeno de la reflexión total? Particularizarlo para el caso de la transición agua-aire. Dato: $n_{\text{agua}} = 1,33$.

PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS

CONVOCATORIA DE _____ 2001 / CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE / SEPTIEMBRE 2001/2001

MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): de Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia

IMPORTANTE / IMPORTANT

2º. Ejercicio 2n Exercici	FÍSICA FÍSICA	Obligatoria en la Opción Científico-Técnica y opcional en otras. Obligatòria en l'Opció Científico-Tècnica i opcional en altres Obligatoria también en la Opción Científico-Técnica y de Ciencias de la Salud Obligatòria també en l'Opció Científico-Tècnica i de Ciències de la Salut	90 minutos. 90 minuts
------------------------------	------------------	--	--------------------------

Baremo:/Barem: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos. Si el problema o la cuestión tienen apartados, en los enunciados se especifica su valor.

BLOQUE IV – PROBLEMAS

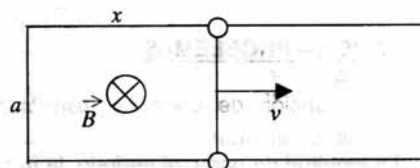
Opción A

Una carga de $-3\mu C$ está localizada en el origen de coordenadas; una segunda carga de $4\mu C$ está localizada a 20 cm de la primera, sobre el eje OX positivo, y una tercera carga Q está situada a 32 cm de la primera sobre el eje OX positivo. La fuerza total que actúa sobre la carga de $4\mu C$ es de 120 N en la dirección positiva del eje OX . Determinar el valor de la carga Q .

Dato: $K=9 \times 10^9\text{ S.I.}$

Opción B

La espira rectangular mostrada en la figura, uno de cuyos lados es móvil, se encuentra inmersa en el seno de un campo magnético uniforme, perpendicular al plano de la espira y dirigido hacia dentro del papel. El módulo del campo magnético es $B=1\text{ T}$. El lado móvil, de longitud $a=10\text{ cm}$, se desliza con velocidad constante $v=2\text{ m/s}$. Se pide calcular la fuerza electromotriz inducida en la espira.



BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

Comenta la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones, razonando la respuesta:

1. La velocidad de la luz depende del estado de movimiento de la fuente que la emite. (0,5 puntos)
2. Dos sucesos simultáneos lo son en cualquier sistema de referencia. (0,5 puntos)
3. Si aplicamos una fuerza constante durante un tiempo ilimitado a una partícula de masa en reposo m_0 , la energía cinética máxima que se alcanza es $\frac{1}{2} m_0 c^2$. (0,5 puntos)

Opción B

¿Es la masa de una partícula α igual a la suma de las masas de dos neutrones y dos protones? ¿Por qué?

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Si la vida media de los piones en reposo es de $2,6 \times 10^{-8}\text{ s}$, ¿a qué velocidad deben viajar los piones para que su vida media, medida en el laboratorio, sea de $4,2 \times 10^{-8}\text{ s}$?

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c=3 \times 10^8\text{ m/s}$

Opción B

Explicar brevemente el efecto Compton y comentar si de él se puede extraer alguna conclusión sobre la naturaleza de la luz.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE **Junio 2002** CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	---	--------------------------------

Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

BLOQUE I – PROBLEMAS

Opción A

Se determina, experimentalmente, la aceleración con la que cae un cuerpo en el campo gravitatorio terrestre en dos laboratorios diferentes, uno situado al nivel del mar y otro situado en un globo que se encuentra a una altura $h = 19570 \text{ m}$ sobre el nivel del mar. Los resultados obtenidos son $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ en el primer laboratorio y $g' = 9,75 \text{ m/s}^2$ en el segundo laboratorio. Se pide:

1. Determinar el valor del radio terrestre. (1,2 puntos)
2. Sabiendo que la densidad media de la tierra es $\rho_T = 5523 \text{ kg/m}^3$, determinar el valor de la constante de gravitación G . (0,8 puntos)

OPCIÓN B

Un satélite de 500 kg de masa se mueve alrededor de Marte, describiendo una órbita circular a $6 \times 10^6 \text{ m}$ de su superficie. Sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es $3,7 \text{ m/s}^2$ y que su radio es 3400 km , se pide:

- 1) Fuerza gravitatoria sobre el satélite. (0,7 puntos)
- 2) Velocidad y periodo del satélite. (0,7 puntos)
- 3) ¿A qué altura debería encontrarse el satélite para que su periodo fuese el doble?. (0,6 puntos)

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Describe en que consiste el efecto Doppler.

Opción B

Describe, en función de la diferencia de fase, que ocurre cuando se superponen dos ondas progresivas armónicas de la misma amplitud y frecuencia.

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Un foco luminoso puntual se encuentra situado en el fondo de un estanque lleno de agua de $n = 4/3$ y a 1 metro de profundidad. Emite luz en todas las direcciones. En la superficie del agua se observa una zona circular iluminada de radio R . Calcula el radio R del círculo luminoso.

Opción B

Explica razonadamente, basándote en el trazado de rayos, por qué la profundidad aparente de una piscina llena de agua es menor que la profundidad real.

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

En un acelerador lineal de partículas existe un campo eléctrico uniforme, de intensidad 20 N/C , a lo largo de 50 m . ¿Qué energía cinética adquiere un electrón, partiendo del reposo, a lo largo de este recorrido?. ¿Es posible construir un acelerador lineal de partículas con un campo magnético constante? Razona la respuesta.

Dato: carga del electrón $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE **Junio**

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	---	--------------------------------

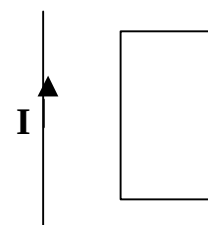
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

Opción B

La figura muestra un hilo conductor rectilíneo y una espira conductora. Por el hilo circula una corriente continua. Justifica si se inducirá corriente en la espira en los siguientes casos:

1. La espira se mueve hacia la derecha.
2. La espira se mueve hacia arriba paralelamente al hilo.
3. La espira se encuentra en reposo.



BLOQUE V – PROBLEMAS

Opción A

Si la frecuencia mínima que ha de tener la luz para extraer electrones de un cierto metal es de $8,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$, se pide:

1. Hallar la energía cinética máxima de los electrones, expresada en eV, que emite el metal cuando se ilumina con luz de $1,3 \times 10^{15} \text{ Hz}$. (1 punto)
2. ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie asociada a esos electrones? (1 punto)

Datos: Constante de Planck, $h \approx 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; carga del electrón, $e \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Masa del electrón: $m \approx 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Opción B

Cuando se ilumina un cierto metal con luz monocromática de frecuencia $1,2 \times 10^{15} \text{ Hz}$, es necesario aplicar un potencial de frenado de 2 V para anular la fotocorriente que se produce. Se pide:

1. Determinar la frecuencia mínima que ha de tener la luz para extraer electrones de dicho metal. (1 punto)
2. Si la luz fuese de 150 nm de longitud de onda, calcular la tensión necesaria para anular la fotocorriente. (1 punto)

Datos: Constante de Planck, $h \approx 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; carga del electrón, $e \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Velocidad de la luz en el vacío, $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Se hacen girar partículas subatómicas en un acelerador de partículas y se observa que el tiempo de vida medio es $t_1 \approx 4,2 \times 10^{-8} \text{ s}$. Por otra parte se sabe que el tiempo de vida medio de dichas partículas, en reposo, es $t_0 \approx 2,6 \times 10^{-8} \text{ s}$. ¿A qué velocidad giran las partículas en el acelerador? Razona la respuesta.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío, $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

Opción B

Cuando un núcleo de ${}^{235}_{92}\text{U}$ captura un neutrón se produce un isótopo del Ba con número másico 141, un isótopo del Kr, cuyo número atómico es 36 y tres neutrones. Se pide calcular el número atómico del isótopo del Ba y el número másico del isótopo del Kr.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE Septiembre

CONVOCATORIA DE _____

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
------------------------------	-------------------------	---	--------------------------------

Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Un astronauta que se encuentra dentro de un satélite en órbita alrededor de la Tierra a 250 km, observa que no pesa. ¿Cuál es la razón de este fenómeno? Calcula la intensidad del campo gravitatorio a esa altura. Comenta el resultado.

Datos: $G=6,67 \times 10^{-11}$ S.I.; $M_{Tierra}=5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_{Tierra}=6370$ km

Opción B

La Tierra gira alrededor del Sol realizando una órbita aproximadamente circular. Si por cualquier causa, el Sol perdiera instantáneamente las tres cuartas partes de su masa, ¿continuaría la Tierra en órbita alrededor de éste? Razona la respuesta.

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

De una onda armónica se conoce la pulsación $\omega = 100 \text{ s}^{-2}$ y el número de ondas $k = 50 \text{ m}^{-2}$. Determina la velocidad, la frecuencia y el periodo de la onda.

Opción B

El extremo de una cuerda, situada sobre el eje OX, oscila con un movimiento armónico simple con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 34 Hz. Esta oscilación se propaga, en el sentido positivo del eje OX, con una velocidad de 51 m/s. Si en el instante inicial la elongación del extremo de la cuerda es nula, escribe la ecuación que representa la onda generada en la cuerda. ¿Cuál será la elongación del extremo de la cuerda en el instante $t=0,1$ s?

BLOQUE III – PROBLEMAS

Opción A

Se desea diseñar un espejo esférico que forme una imagen real, invertida y que mida el doble que los objetos que se sitúen a 50 cm del espejo. Se pide determinar:

1. Tipo de curvatura del espejo. Justificar la respuesta. (0,7 puntos)
2. Radio de curvatura del espejo. (1,3 puntos)

Opción B

Considera un espejo esférico cóncavo de radio $R = 20$ cm. Obtén analítica y gráficamente la posición y el tamaño de la imagen de un objeto real cuando éste se sitúa a las distancias 5 cm, 20 cm, y 30 cm del vértice del espejo.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE Septiembre

CONVOCATORIA DE _____

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	---	--------------------------------

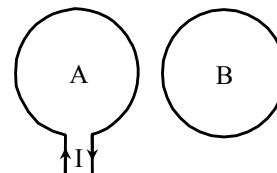
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

Considera dos espiras A y B como las que se muestran en la figura. Si por la espira A pasa una corriente de intensidad I constante, ¿se inducirá corriente en la espira B? ¿Y si la intensidad de la espira A la hacemos variar con el tiempo? Razona la respuesta.



Opción B

Un electrón se encuentra situado en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B}$. Si se comunica al electrón una velocidad inicial, determina cuál es la trayectoria que sigue el electrón cuando:

1. La velocidad inicial es perpendicular al campo magnético. (0,8 puntos)
2. La velocidad inicial es paralela al campo magnético. (0,7 puntos)

BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

¿Es cierto que el átomo de hidrógeno puede emitir energía en forma de radiación electromagnética de cualquier frecuencia? Razona la respuesta.

Opción B

Concepto de isótopo y sus aplicaciones.

BLOQUE VI – PROBLEMAS

Opción A

La erradicación parcial de la glándula tiroides en pacientes que sufren de hipertiroidismo se consigue gracias a un compuesto que contiene el nucleido radiactivo del yodo ^{131}I . Este compuesto se inyecta en el cuerpo del paciente y se concentra en la tiroides destruyendo sus células. Determina cuántos gramos del nucleido ^{131}I deben ser inyectados en un paciente para conseguir una actividad de $3,7 \times 10^9 \text{ Bq}$ (de integraciones / s). El tiempo de vida medio del ^{131}I es 8,04 días.

Dato: $u \approx 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Opción B

Las masas atómicas del $^{14}_7\text{N}$ y del $^{15}_7\text{N}$ son 13,99922 u y 15,000109 u, respectivamente. Determina la energía de enlace de ambos, en eV. ¿Cuál es el más estable?

Datos: Masas atómicas: neutrón : 1,008665 u ; protón : 1,007276 u ;

Velocidad de la luz, $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$; $u \approx 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $e \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
CONVOCATÒRIA DE 2023 CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Calcula el cociente entre la energía potencial y la energía cinética de un satélite en órbita circular.

Opción B

Una partícula puntual de masa $3M$ se coloca en el origen de un cierto sistema de coordenadas, mientras que otra de masa M se coloca sobre el eje X a una distancia de 1 m respecto del origen. Calcula las coordenadas del punto donde el campo gravitatorio es nulo.

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Un cuerpo dotado de un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud, tarda $0,2\text{ s}$ en describir una oscilación completa. Si en el instante $t = 0\text{ s}$ su velocidad era nula y la elongación positiva, determina

1. La ecuación que representa el movimiento del cuerpo.
2. La velocidad del cuerpo en el instante $t = 0,25\text{ s}$.

Opción B

Una partícula realiza un movimiento armónico simple. Si la frecuencia disminuye a la mitad, manteniendo la amplitud constante, ¿qué ocurre con el periodo, la velocidad máxima y la energía total?

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Un coleccionista de sellos desea utilizar una lente convergente de distancia focal 5 cm como lupa para observar detenidamente algunos ejemplares de su colección. Calcula la distancia a la que debe colocar los sellos respecto de la lente si se desea obtener una imagen virtual diez veces mayor que la original.

Opción B

¿Qué características tiene la imagen que se forma en un espejo cóncavo si el objeto se encuentra a una distancia mayor que el radio de curvatura? Dibújalo.

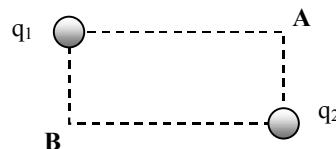
BLOQUE IV – PROBLEMAS

Opción A

En el rectángulo mostrado en la figura los lados tienen una longitud de 5 cm y 15 cm , y las cargas son $q_1 = -5,0\text{ }\mu\text{C}$ y $q_2 = +2,0\text{ }\mu\text{C}$.

1. Calcula el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico en los vértices A y B. (1 punto)
2. Calcula el potencial eléctrico en los vértices A y B. (0,6 puntos)
3. Determina el trabajo que realiza la fuerza del campo eléctrico para trasladar a una tercera carga de $+3,0\text{ }\mu\text{C}$ desde el punto A hasta el punto B. (0,4 puntos)

Dato: $K = 9 \times 10^9\text{ Nm}^2/\text{C}^2$



PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

Opción B

En el plano XY se tiene una espira circular de radio $a = 2 \text{ cm}$. Simultáneamente se tiene un campo magnético uniforme cuya dirección forma un ángulo de 30° con el semieje Z positivo y cuya intensidad es $B = 3 e^{-t/2} \text{ T}$, donde t es el tiempo en segundos.

1. Calcula el flujo del campo magnético en la espira, y su valor en $t = 0 \text{ s}$. (0,8 puntos)
2. Calcula la fuerza electromotriz inducida en la espira en $t = 0 \text{ s}$. (0,8 puntos)
3. Indica, mediante un dibujo, el sentido de la corriente inducida en la espira. Razona la respuesta. (0,4 puntos)

BLOQUE V – PROBLEMAS

Opción A

El trabajo de extracción del platino es $1,01 \times 10^{-18} \text{ J}$. El efecto fotoeléctrico se produce en el platino cuando la luz que incide tiene una longitud de onda menor que 198 nm .

1. Calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos en caso de iluminar el platino con luz de 150 nm . (1 punto)
2. Por otra parte, el trabajo de extracción del níquel es $8 \times 10^{-19} \text{ J}$. Se observará el efecto fotoeléctrico en el níquel con luz de 480 nm . (1 punto)

Opción B

Se pretende enviar una muestra de 2 g del material radiactivo ^{90}Sr a un planeta de otro sistema estelar situado a 40 años-luz de la tierra mediante una nave que viaja a una velocidad $v = 0,9c$. El periodo de semidesintegración del material es de 29 años .

1. Calcula el tiempo que tarda la nave en llegar al planeta para un observador que viaja en la nave. (1 punto)
2. Determina los gramos de material que llegan sin desintegrar. (1 punto)

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

El $^{14}_6\text{C}$ es un isótopo radiactivo del carbono utilizado para determinar la antigüedad de objetos. Calcula la energía de ligadura media por nucleón, en MeV , de un núcleo de $^{14}_6\text{C}$.

Datos: Masas atómicas, $^1_0\text{n} : 1,0087 \text{ u}$, $^1_1\text{H} : 1,0073 \text{ u}$, $^{14}_6\text{C} : 14,0032 \text{ u}$; Carga del protón, $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$; Masa del protón $m_p = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Opción B

Un dispositivo utilizado en medicina para combatir, mediante radioterapia, ciertos tipos de tumor contiene una muestra de $0,50 \text{ g}$ de $^{60}_{27}\text{Co}$. El periodo de semidesintegración de este elemento es $5,27 \text{ años}$. Determina la actividad, en desintegraciones por segundo, de la muestra de material radiactivo.

Dato: $u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
CONVOCATÒRIA DE _____ **CONVOCATORIA DE** **SEPT**

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Si consideramos que las órbitas de la Tierra y de Marte alrededor del Sol son circulares, ¿cuántos años terrestres dura un año marciano? El radio de la órbita de Marte es 1,486 veces mayor que el terrestre.

Opción B

Dibuja las líneas de campo del campo gravitatorio producido por dos masas puntuales iguales separadas una cierta distancia. ¿Existe algún punto en el que la intensidad del campo gravitatorio sea nula? En caso afirmativo indica en que punto. ¿Existe algún punto en el que el potencial gravitatorio sea nulo? En caso afirmativo indica en que punto.

BLOQUE II – PROBLEMAS

Opción A

Una onda armónica transversal progresiva tiene una amplitud de 3 cm, una longitud de onda de 20 cm y se propaga con velocidad 5 m/s. Sabiendo que en $t=0$ s la elongación en el origen es 3 cm, se pide:

1. Ecuación de la onda. (0,7 puntos)
2. Velocidad transversal de un punto situado a 40 cm del foco en el instante $t=1$ s. (0,7 puntos)
3. Diferencia de fase entre dos puntos separados 5 cm, en un instante dado. (0,6 puntos)

Opción B

Dos fuentes sonoras iguales, A y B, emiten en fase ondas armónicas planas de igual amplitud y frecuencia, que se propagan a lo largo del eje OX.

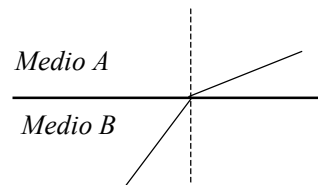
1. Calcula la frecuencia mínima del sonido que deben emitir las fuentes para que en un punto C situado a 7 m de la fuente A y a 2 m de la fuente B, la amplitud del sonido sea máxima. (1 punto)
2. Si las fuentes emiten sonido de 1530 Hz, calcula la diferencia de fase en el punto C. ¿Cómo será la amplitud del sonido en este punto? (1 punto)

Dato: Velocidad de propagación del sonido, 340 m/s

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

La figura representa la propagación de un rayo de luz al pasar de un medio a otro. Enuncia la ley que rige este fenómeno físico y razona en cuál de los dos medios (A ó B) se propaga la luz con mayor velocidad.



Opción B

Describe en qué consisten la miopía y la hipermetropía y cómo se corrigen.

BLOQUE IV – PROBLEMAS

Opción A

Dos cargas puntuales de $3\mu\text{C}$ y $-5\mu\text{C}$ se hallan situadas, respectivamente, en los puntos $A(1,0)$ y $B(0,3)$, con las distancias expresadas en metros. Se pide:

1. El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico en el punto $P(4,0)$. (1 punto)
2. Trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar una carga de $2\mu\text{C}$, desde el punto P al punto $R(5,3)$. (1 punto)

Dato: $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

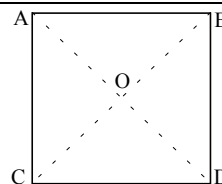
2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

Opción B

Se colocan cuatro cargas puntuales en los vértices de un cuadrado de lado $a=1\text{ m}$. Calcula el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico en el centro del cuadrado, O, en los siguientes casos:

1. Las cuatro cargas son iguales y valen $3\text{ }\mu\text{C}$. (0,5 puntos)
2. Las cargas situadas en A y B son iguales a $2\text{ }\mu\text{C}$, y las situadas en C y D son iguales a $-2\text{ }\mu\text{C}$. (0,8 puntos)
3. Las cargas situadas en A, B y C son iguales a $1\text{ }\mu\text{C}$ y la situada en D vale $-1\text{ }\mu\text{C}$. (0,7 puntos)

Dato: $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$



BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

El ^{131}I tiene un periodo de semidesintegración $T = 8,04\text{ días}$. ¿Cuántos átomos de ^{131}I quedarán en una muestra que inicialmente tiene N_0 átomos de ^{131}I al cabo de $16,08\text{ días}$? Considera los casos $N_0 = 10^{12}$ átomos y $N_0 = 2$ átomos. Comenta los resultados.

Opción B

Una nave se aleja de la Tierra a una velocidad de $0,9$ veces la de la luz. Desde la nave se envía una señal luminosa hacia la Tierra. ¿Qué velocidad tiene esta señal luminosa respecto a la nave? ¿Y respecto a la Tierra? Razona tus respuestas.

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

La transición electrónica del sodio, que ocurre entre dos de sus niveles energéticos, tiene una energía $E = 3,37 \times 10^{-19}\text{ J}$. Supongamos que se ilumina un átomo de sodio con luz monocromática cuya longitud de onda puede ser $\lambda_1 = 685,7\text{ nm}$, $\lambda_2 = 642,2\text{ nm}$, o $\lambda_3 = 589,6\text{ nm}$. ¿Se conseguirá excitar un electrón desde el nivel de menor energía al de mayor energía con alguna de estas radiaciones? ¿Con cuál o cuáles de ellas? Razona la respuesta.

Datos: Constante de Planck, $h = 6,626 \times 10^{-34}\text{ J.s}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \times 10^8\text{ m/s}$

Opción B

Se lleva a cabo un experimento de interferencias con un haz de electrones que incide en el dispositivo interferencial con velocidad v y se obtiene que la longitud de onda de estos electrones es λ_e . Posteriormente se repite el experimento pero utilizando un haz de protones que incide con la misma velocidad v , obteniéndose un valor λ_p para la longitud de onda. Sabiendo que la masa del protón es, aproximadamente, 1838 veces mayor que la masa del electrón, ¿qué valdrá la relación entre las longitudes de onda medidas, λ_e / λ_p ?

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE **2004**

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científic-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – PROBLEMAS

Opción A

Un satélite artificial de 500 kg de masa se mueve alrededor de un planeta, describiendo una órbita circular con un periodo de $42,47 \text{ horas}$ y un radio de 419.000 km . Se pide:

1. Fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite. (0,6 puntos)
2. La energía cinética, la energía potencial y la energía total del satélite en su órbita. (0,7 puntos)
3. Si, por cualquier causa, el satélite duplica repentinamente su velocidad sin cambiar la dirección, ¿se alejará éste indefinidamente del planeta? Razona la respuesta. (0,7 puntos)

Opción B

Una partícula puntual de masa $m_1 = 10 \text{ kg}$ está situada en el origen O de un cierto sistema de coordenadas. Una segunda partícula puntual de masa $m_2 = 30 \text{ kg}$ está situada, sobre el eje X, en el punto A de coordenadas $(6,0) \text{ m}$. Se pide:

1. El módulo, la dirección y el sentido del campo gravitatorio en el punto B de coordenadas $(2,0) \text{ m}$. (0,7 puntos)
2. El punto sobre el eje X para el cual el campo gravitatorio es nulo. (0,7 puntos)
3. El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la masa m_2 se traslada desde el punto A hasta el punto C de coordenadas $(0,6) \text{ m}$. (0,6 puntos)

Dato: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Explica, mediante algún ejemplo, el transporte de energía en una onda. ¿Existe un transporte efectivo de masa?

Opción B

¿Qué son las ondas estacionarias? Explica en qué consiste este fenómeno, menciona sus características más destacables y pon un ejemplo.

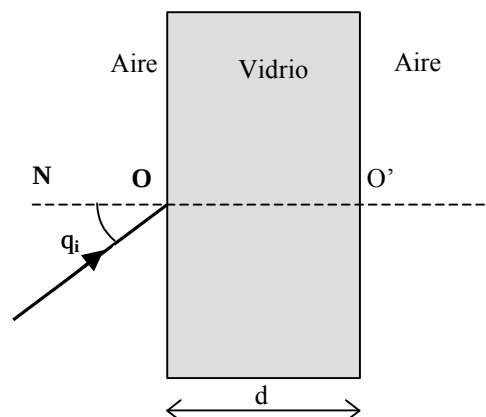
BLOQUE III – PROBLEMAS

Opción A

Un haz de luz blanca incide sobre una lámina de vidrio de grosor d , con un ángulo $q_i = 60^\circ$.

1. Dibuja esquemáticamente las trayectorias de los rayos rojo y violeta. (0,4 puntos)
2. Determina la altura, respecto al punto O', del punto por el que la luz roja emerge de la lámina siendo $d = 1 \text{ cm}$. (0,8 puntos)
3. Calcula qué grosor d debe tener la lámina para que los puntos de salida de la luz roja y de la luz violeta estén separados 1 cm . (0,8 puntos)

Datos: Los índices de refracción en el vidrio de la luz roja y violeta son $n_R = 1,4$ y $n_V = 1,6$, respectivamente.



PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL· LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia

MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	---	--------------------------------

Barem: / Baremo:

El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

Opción B

Un objeto luminoso se encuentra a 4 m de una pantalla. Mediante una lente situada entre el objeto y la pantalla se pretende obtener una imagen del objeto sobre la pantalla que sea real, invertida y tres veces mayor que él.

1. Determina el tipo de lente que se tiene que utilizar, así como su distancia focal y la posición en la que debe situarse. (1,2 puntos)
2. Existe una segunda posición de esta lente para la cual se obtiene una imagen del objeto, pero de tamaño menor que éste, sobre la pantalla. ¿Cuál es la nueva posición de la lente? ¿Cuál es el nuevo tamaño de la imagen? (0,8 puntos)

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

Considérese un conductor rectilíneo de longitud infinita por el que circula una corriente eléctrica. En las proximidades del conductor se mueve una carga eléctrica positiva cuyo vector velocidad tiene la misma dirección y sentido que la corriente sobre el conductor. Indica, mediante un dibujo, la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula. Justifica la respuesta.

Opción B

En un relámpago típico, la diferencia de potencial entre la nube y la tierra es 10^9 V y la cantidad de carga transferida vale 30 C . ¿Cuánta energía se libera? Suponiendo que el campo eléctrico entre la nube y la tierra es uniforme y perpendicular a la tierra, y que la nube se encuentra a 500 m sobre el suelo, calcula la intensidad del campo eléctrico.

BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

Enuncia los postulados en los que se fundamenta la teoría de la relatividad especial.

Opción B

Considérense las longitudes de onda de un electrón y de un protón. ¿Cuál es menor si las partículas tienen a) la misma velocidad, b) la misma energía cinética y c) el mismo momento lineal?

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Si un núcleo de Li , de número atómico 3 y número másico 6, reacciona con un núcleo de un determinado elemento X se producen dos partículas α . Escribe la reacción y determina el número atómico y el número másico del elemento X .

Opción B

El principio de indeterminación de Heisenberg establece para la energía y el tiempo la relación $\Delta E \Delta t \geq h/2\pi$, donde h es la constante de Planck. Se tiene un láser que emite impulsos de luz cuyo espectro de longitudes de onda se extiende de 783 nm a 817 nm . Calcula la anchura en frecuencias $\Delta\nu$ y la duración temporal mínima de esos impulsos. Tómesese $c = 3 \times 10^8\text{ m/s}$.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científic-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – PROBLEMAS

Opción A

La órbita de una de las lunas de Júpiter, Io, es aproximadamente circular con un radio de $4,20 \times 10^8 \text{ m}$. El período de la órbita vale $1,53 \times 10^5 \text{ s}$. Se pide:

1. El radio de la órbita circular de la luna de Júpiter Calisto que tiene un período de $1,44 \times 10^6 \text{ s}$. (0,6 puntos)
2. La masa de Júpiter. (0,7 puntos)
3. El valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter (0,7 puntos)

Datos: Radio de Júpiter $R_J = 71400 \text{ km}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Opción B

Un satélite geoestacionario es aquel que se encuentra siempre en la misma posición respecto a un punto de la superficie de la Tierra. Se pide:

1. La distancia sobre la superficie terrestre a la que ha de situarse un satélite geoestacionario. (1.5 puntos)
2. La velocidad que llevará dicho satélite en su órbita geoestacionaria. (0.5 puntos)

Datos: Masa de la Tierra $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra $R_T = 6370 \text{ km}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Una onda acústica se propaga en el aire. Explica la diferencia entre la velocidad de una partícula del aire que transmite dicha onda y la velocidad de la onda.

Opción B

¿En qué posición, o posiciones, se igualan las energías cinética y potencial de un cuerpo que describe un movimiento armónico simple de amplitud A ?

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Una lente convergente forma la imagen de un objeto sobre una pantalla colocada a 12 cm de la lente. Cuando se aleja la lente 2 cm del objeto, la pantalla ha de acercarse 2 cm hacia el objeto para restablecer el enfoque. ¿Cuál es la distancia focal de la lente?

Opción B

Delante de un espejo cóncavo de 50 cm de distancia focal, y a 25 cm de él, se encuentra un objeto de 1 cm de altura dispuesto perpendicularmente al eje del espejo. Calcula la posición y el tamaño de la imagen.

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

El potencial y el campo eléctrico a cierta distancia de una carga puntual valen 600 V y 200 N/C , respectivamente. ¿Cuál es la distancia a la carga puntual? ¿Cuál es el valor de la carga?

Dato: $K_e = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

Opción B

Una carga $q = -2 \times 10^{-8} \text{ C}$, que se desplaza con velocidad constante a lo largo del eje Y, entra en una región del espacio donde existe un campo magnético $\vec{B} = 0,5 \vec{i} \text{ T}$. Si sobre la carga aparece una fuerza $\vec{F} = 10^{-2} \vec{k} \text{ N}$, determina el módulo y el sentido de la velocidad. Razona la respuesta.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia

MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científico-Tecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	---	--------------------------------

Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

BLOQUE V – PROBLEMAS

Opción A

Se preparan 250 g de una sustancia radioactiva y al cabo de 24 horas se ha desintegrado el 15 % de la masa original. Se pide

1. La constante de desintegración de la sustancia. (1 punto)
2. El período de semidesintegración de la sustancia, así como su vida media o período. (0,4 puntos)
3. La masa que quedará sin desintegrar al cabo de 10 días (0,6 puntos)

Opción B

Al iluminar una superficie metálica con luz de dos longitudes de onda se arrancan electrones que salen con diferentes energías. En el experimento se miden los potenciales de frenado de los electrones producidos que resultan ser de 0,24 V para una longitud de onda de 0,579 nm y de 0,32 V para la longitud de onda de 0,558 nm. Se pide

1. Utilizando exclusivamente los datos del problema, determina la frecuencia umbral del metal. (1.5 puntos)
2. El cociente h/e entre la constante de Planck y la carga del electrón. (0.5 puntos)

Dato: $c = 3 \times 10^8$ m/s.

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Completa las siguientes reacciones nucleares, determinando el número atómico y el número másico del elemento desconocido X.

1. ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow X + e + \bar{n}$
2. ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow X + {}^1_0\text{n}$

Opción B

El período de semidesintegración de una muestra de polonio es 3 minutos. Calcula el porcentaje de una cierta masa inicial de la muestra que quedará al cabo de 9 minutos.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE

CONVOCATORIA DE

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Calcula el radio de la Tierra R_T sabiendo que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa 20 kg , situado a una altura R_T sobre la superficie terrestre, es $E_p = -1,2446 \times 10^9 \text{ J}$. Toma como dato el valor de la aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Opción B

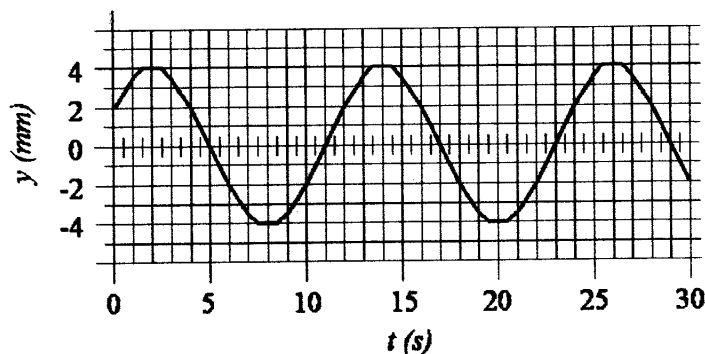
Un satélite de masa m describe una órbita circular de radio R alrededor de un planeta de masa M , con velocidad constante v . ¿Qué trabajo realiza la fuerza que actúa sobre el satélite durante una vuelta completa? Razona la respuesta.

BLOQUE II – PROBLEMAS

Opción A

Se tiene un cuerpo de masa $m = 10 \text{ kg}$ que realiza un movimiento armónico simple. La figura adjunta es la representación de su elongación y en función del tiempo t . Se pide:

1. La ecuación matemática del movimiento armónico $y(t)$ con los valores numéricos correspondientes, que se tienen que deducir de la gráfica. (1,2 puntos)
2. La velocidad de dicha partícula en función del tiempo y su valor concreto en $t = 5 \text{ s}$. (0,8 puntos)



Opción B

El vector campo eléctrico $E(t)$ de una onda luminosa que se propaga por el interior de un vidrio viene dado por la ecuación

$$E(t) = E_0 \cos \left[\pi \times 10^{15} \left(t - \frac{x}{0,65c} \right) \right]$$

En la anterior ecuación el símbolo c indica la velocidad de la luz en el vacío, E_0 es una constante y la distancia y el tiempo se expresan en metros y segundos, respectivamente. Se pide:

1. La frecuencia de la onda, su longitud de onda y el índice de refracción del vidrio. (1,5 puntos)
2. La diferencia de fase entre dos puntos del vidrio distantes 130 nm en el instante $t = 0 \text{ s}$. (0,5 puntos)

Dato: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Enuncia las leyes de la reflexión y de la refracción. ¿En qué circunstancias se produce el fenómeno de la reflexión total interna? Razona la respuesta.

Opción B

¿A qué distancia de una lente delgada convergente de focal 10 cm se debe situar un objeto para que su imagen se forme a la misma distancia de la lente? Razona la respuesta.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE _____

CONVOCATORIA DE _____

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia

MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	--	--------------------------------

Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

BLOQUE IV – PROBLEMAS

Opción A

Una partícula con carga $q_1 = 10^{-6} \text{ C}$ se fija en el origen de coordenadas.

1. ¿Qué trabajo será necesario realizar para colocar una segunda partícula, con carga $q_2 = 10^{-8} \text{ C}$, que está inicialmente en el infinito, en un punto P situado en la parte positiva del eje Y a una distancia de 30 cm del origen de coordenadas? (1 punto)
2. La partícula de carga q_2 tiene 2 mg de masa. Esta partícula se deja libre en el punto P , ¿qué velocidad tendrá cuando se encuentre a $1,5 \text{ m}$ de distancia de q_1 ? (suponer despreciables los efectos gravitatorios). (1 punto)

Dato: $K_e = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

Opción B

Se lanzan partículas con carga $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ dentro de una región donde hay un campo magnético y otro eléctrico, constantes y perpendiculares entre sí. El campo magnético aplicado es $\vec{B} = 0,1 \vec{k} \text{ T}$.

1. El campo eléctrico uniforme, con la dirección y el sentido del vector $\vec{j}$, se genera aplicando una diferencia de potencial de 300 V entre dos placas paralelas separadas 2 cm . Calcula el valor del campo eléctrico. (0,5 puntos)
2. Si la velocidad de las partículas incidentes es $\vec{v} = 10^6 \vec{i} \text{ m/s}$, determina la fuerza de Lorentz que actúa sobre una de estas partículas. (0,8 puntos)
3. ¿Qué velocidad deberían llevar las partículas para que atravesaran la región entre las placas sin desviarse? (0,7 puntos)

BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

Cuando el nitrógeno absorbe una partícula α se produce el isótopo del oxígeno $^{17}_8\text{O}$ y un protón. A partir de estos datos determinar los números atómicos y másico del nitrógeno y escribir la reacción ajustada.

Opción B

¿Qué velocidad debe tener un rectángulo de lados x e y , que se mueve en la dirección del lado y , para que su superficie sea $\frac{3}{4}$ partes de su superficie en reposo?

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Define los conceptos de constante radioactiva, vida media o período y período de semidesintegración.

Opción B

La energía de disociación de la molécula de monóxido de carbono es 11 eV . ¿Es posible disociar esta molécula utilizando la radiación de $632,8 \text{ nm}$ procedente de un láser de He-Ne?

Datos: Carga del protón $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ Js}$.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2005

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2005

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – PROBLEMAS

Opción A

Un objeto de masa $m = 1000 \text{ kg}$ se acerca en dirección radial a un planeta, de radio $R_p = 6000 \text{ km}$, que tiene una gravedad $g = 10 \text{ m/s}^2$ en su superficie. Cuando se observa este objeto por primera vez se encuentra a una distancia $R_0 = 6 R_p$ del centro del planeta. Se pide:

- ¿Qué energía potencial tiene ese objeto cuando se encuentra a la distancia R_0 ? (0,8 puntos)
- Determina la velocidad inicial del objeto v_0 , o sea cuando está a la distancia R_0 , sabiendo que llega a la superficie del planeta con una velocidad $v = 12 \text{ km/s}$. (1,2 puntos)

Opción B

Dos partículas puntuales con la misma masa $m_1 = m_2 = 100 \text{ kg}$ se encuentran situadas en los puntos $(0,0)$ y $(2,0) \text{ m}$, respectivamente. Se pide:

- ¿Qué valor tiene el potencial gravitatorio en el punto $(1,0) \text{ m}$? Tómese el origen de potenciales en el infinito. Calcula el campo gravitatorio, módulo, dirección y sentido, que generan esas dos masas en el punto $(1,0) \text{ m}$. (1 punto)
- Si la masa m_2 se dejara en libertad, la fuerza gravitatoria haría que se acercara a la masa m_1 . Si no actúa ninguna otra fuerza, ¿qué velocidad tendrá cuando esté a una distancia de 30 cm de m_1 ? (1 punto)

Dato: $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

BLOQUE II – CUESTIONES

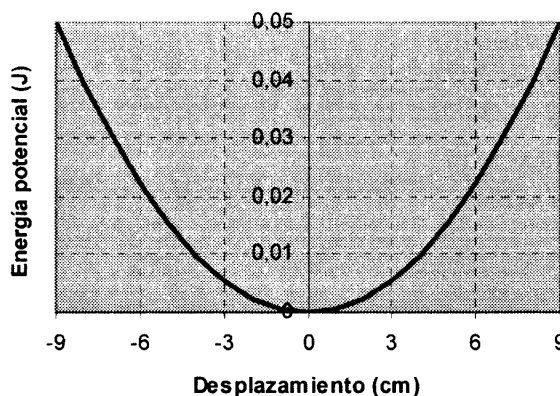
Opción A

Un cuerpo oscila con movimiento armónico simple cuya amplitud y período son, respectivamente, 10 cm y 4 s . En el instante inicial, $t = 0 \text{ s}$, la elongación vale 10 cm .

Determina la elongación en el instante $t = 1 \text{ s}$.

Opción B

La gráfica adjunta muestra la energía potencial de un sistema provisto de un movimiento armónico simple de amplitud 9 cm , en función de su desplazamiento x respecto de la posición de equilibrio. Calcula la energía cinética del sistema para la posición de equilibrio $x = 0 \text{ cm}$. Calcula la energía total del sistema para la posición $x = 2 \text{ cm}$.



BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Un rayo de luz incide perpendicularmente sobre una superficie que separa dos medios con índice de refracción n_1 y n_2 . Determina la dirección del rayo refractado.

Opción B

¿Dónde se forma la imagen de un objeto situado a 20 cm de una lente de focal $f = 10 \text{ cm}$? Usa el método gráfico y el método analítico.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2005

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2005

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques. La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE IV – PROBLEMAS

Opción A

Disponemos de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -100 \vec{k} \text{ N/C}$.

- Indica cómo son las superficies equipotenciales de este campo. (0,5 puntos)
- Calcula el trabajo que realiza el campo eléctrico para llevar una carga $q = -5 \mu\text{C}$ desde el punto $P_1 (1,3,2) \text{ m}$ hasta el punto $P_2 (2,0,4) \text{ m}$. (1 punto)
- Si liberamos la carga q en el punto P_2 y la única fuerza que actúa es la del campo eléctrico, ¿en qué dirección y sentido se moverá? (0,5 puntos)

Opción B

Una partícula de $3,2 \times 10^{-27} \text{ kg}$ de masa y carga positiva, pero de valor desconocido, es acelerada por una diferencia de potencial de 10^4 V . Seguidamente, penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme de $0,2 \text{ T}$ perpendicular al movimiento de la partícula. Si la partícula describe una trayectoria circular de 10 cm de radio, calcula:

- La carga de la partícula y el módulo de su velocidad (1,4 puntos)
- El módulo de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula. (0,6 puntos)

BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

Enuncia el principio de incertidumbre de Heisenberg. ¿Cuál es su expresión matemática?

Opción B

El trabajo de extracción para un metal es $2,5 \text{ eV}$. Calcula la frecuencia umbral y la longitud de onda correspondiente.

Datos: $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ Js}$

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Dos partículas tienen asociada la misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la masa de una de ellas es triple que la de la otra, calcula la relación entre las velocidades de ambas partículas.

Opción B

Calcula el período de semidesintegración de un núcleo radioactivo cuya actividad disminuye a la cuarta parte al cabo de 48 horas .

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2006

CONVOCATORIA DE JUNIO 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – PROBLEMAS

Opción A

Una sonda espacial de masa $m = 1200 \text{ kg}$ se situa en una òrbita circular de radio $r = 6000 \text{ km}$, alrededor de un planeta. Si la energía cinética de la sonda es $E_C = 5,4 \times 10^9 \text{ J}$, calcula:

1. El período orbital de la sonda. (1 punto)
2. La masa del planeta. (1 punto)

Dato: $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

Opción B

Febos es un satélite que gira en una òrbita circular de radio $r = 14460 \text{ km}$ alrededor del planeta Marte con un período de 14 horas, 39 minutos y 25 segundos. Sabiendo que el radio de Marte es $R_M = 3394 \text{ km}$, calcula:

1. La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte. (1,2 puntos)
2. La velocidad de escape de Marte de una nave espacial situada en Febos. (0,8 puntos)

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Una partícula de masa m oscila con frecuencia angular ω según un movimiento armónico simple de amplitud A . Deduce la expresión que proporciona la energía mecánica de esta partícula en función de los anteriores parámetros.

Opción B

La amplitud de una onda que se desplaza en la dirección positiva del eje X es 20 cm, su frecuencia es 2,5 Hz y tiene una longitud de onda de 20 m. Escribe la ecuación que describe el movimiento de esta onda.

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Demuestra, mediante trazado de rayos, que una lente divergente no puede formar una imagen real de un objeto real. Considera los casos en que la distancia entre el objeto y la lente sea mayor y menor que la distancia focal.

Opción B

Para poder observar con detalle objetos pequeños puede emplearse una lupa. ¿Qué tipo de lente es, convergente o divergente? ¿Dónde debe situarse el objeto a observar? ¿Cómo es la imagen que se forma, real o virtual?

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

¿Qué relación hay entre el potencial y el campo eléctricos? ¿Cómo se expresa matemáticamente esa relación en el caso de un campo eléctrico uniforme?

Opción B

Menciona dos aplicaciones del electromagnetismo. Indica con qué fenómeno electromagnético se encuentran relacionadas.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL· LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2006

CONVOCATORIA DE JUNIO 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE V – PROBLEMAS

Opción A

La gráfica de la figura adjunta representa el potencial de frenado, V_f , de una célula fotoeléctrica en función de la frecuencia, n , de la luz incidente. La ordenada en el origen tiene el valor $-2 V$.

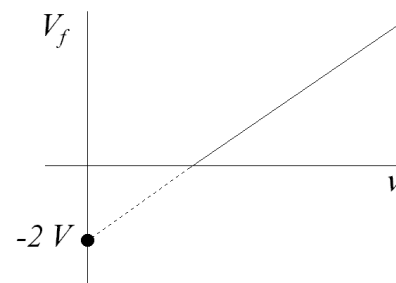
1. Deduce la expresión teórica de V_f en función de n . (1 punto)
2. ¿Qué parámetro característico de la célula fotoeléctrica podemos determinar a partir de la ordenada en el origen? Determina su valor y razona la respuesta. (0,5 puntos)
3. ¿Qué valor tendrá la pendiente de la recta de la figura? Dedúcelo. (0,5 puntos)

Datos: $e = 1,6 \times 10^{-19} C$, $h = 6,6 \times 10^{-34} Js$

Opción B

1. Calcula la actividad de una muestra radiactiva de masa $5 g$ que tiene una constante radiactiva $\lambda = 3 \times 10^{-9} s^{-1}$ y cuya masa atómica es $200 u$. (1,2 puntos)
2. ¿Cuántos años deberíamos esperar para que la masa radiactiva de la muestra se reduzca a la décima parte de la inicial? (0,8 puntos)

Dato: $N_A = 6,0 \times 10^{23} mol^{-1}$



BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

La fisión de un núcleo de $^{235}_{92}U$ se desencadena al absorber un neutrón, produciéndose un isótopo de **Xe** con número atómico 54, un isótopo de **Sr** con número másico 94 y 2 neutrones. Escribe la reacción ajustada.

Opción B

Explica por qué la masa de un núcleo atómico es menor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS
CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2006 CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Enuncia las leyes de Kepler.

Opción B

Calcula la velocidad a la que orbita un satélite artificial situado en una órbita que dista *1000 km* de la superficie terrestre.

Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

BLOQUE II – PROBLEMAS

Opción A

Una partícula efectúa un movimiento armónico simple cuya ecuación es

$$x(t) = 0,3 \cos \left[2t + \frac{\pi}{6} \right]$$

donde x se mide en metros y t en segundos.

1. Determina la frecuencia, el período, la amplitud y la fase inicial del movimiento. (1 punto)
2. Calcula la aceleración y la velocidad en el instante inicial $t = 0 \text{ s}$. (1 punto)

Opción B

Una partícula puntual realiza un movimiento armónico simple de amplitud 8 m que responde a la ecuación $a = -16x$, donde x indica la posición de la partícula en metros y a es la aceleración del movimiento expresada en m/s^2 .

1. Calcula la frecuencia y el valor máximo de la velocidad. (1 punto)
2. Calcula el tiempo invertido por la partícula para desplazarse desde la posición $x_1 = 2 \text{ m}$ hasta la posición $x_2 = 4 \text{ m}$. (1 punto)

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Dibuja el diagrama de rayos para formar la imagen de un objeto situado a una distancia s de una lente convergente de distancia focal f , en los casos en que $|s| < f$ y $|s| > f$.

Opción B

¿Cómo es el ángulo de refracción cuando la luz pasa del aire al agua, mayor, menor o igual que el ángulo de incidencia? Explica razonadamente la respuesta y dibuja el diagrama de rayos.

BLOQUE IV – PROBLEMAS

Opción A

Un haz de electrones pasa sin ser desviado de su trayectoria rectilínea a través de dos campos, uno eléctrico y otro magnético, mutuamente perpendiculares. El haz incide perpendicularmente a ambos campos. El campo eléctrico, que supondremos constante, está generado por dos placas cargadas paralelas separadas 1 cm , entre las que existe una diferencia de potencial de 80 V . El campo magnético también es constante, siendo su módulo de $2 \times 10^{-3} \text{ T}$. A la salida de las placas, sobre el haz actúa únicamente el campo magnético, describiendo los electrones una trayectoria circular de $1,14 \text{ cm}$ de radio.

1. Calcula el campo eléctrico generado por las placas. (0,5 puntos)
2. Calcula la velocidad del haz de electrones. (0,5 puntos)
3. Deduce, a partir de los datos anteriores, la relación carga/masa del electrón. (1 punto)

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2006

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	--	--------------------------------

Barem: / Baremo: **El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.**

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

Opción B

Un modelo eléctrico simple para la molécula de cloruro de sodio consiste en considerar a los átomos de sodio y cloro como sendas cargas eléctricas puntuales de valor $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ y $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, respectivamente. Ambas cargas se encuentran separadas una distancia $d = 1,2 \times 10^{-10} \text{ m}$. Calcula:

1. El potencial eléctrico originado por la molécula en un punto O localizado a lo largo de la recta que une a ambas cargas y a una distancia $50d$ de su punto medio. Considera el caso en que el punto O se encuentra más próximo a la carga positiva. (1 punto)
2. El potencial eléctrico originado por la molécula en un punto P localizado a lo largo de la recta mediatriz del segmento que une las cargas y a una distancia $50d$ de su punto medio. (0,5 puntos)
3. El trabajo necesario para desplazar a un electrón desde el punto O hasta el punto P. (0,5 puntos)

Datos: $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $K_e = 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

Define el trabajo de extracción de los electrones de un metal cuando recibe radiación electromagnética. Explica de qué magnitudes depende la energía máxima de los electrones emitidos en el efecto fotoeléctrico.

Opción B

Una determinada partícula elemental en reposo se desintegra espontáneamente con un periodo de semidesintegración $T_{1/2} = 3,5 \times 10^{-6} \text{ s}$. Determina $T_{1/2}$ cuando la partícula tiene velocidad $v = 0,95c$, siendo c la velocidad de la luz.

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Un núcleo de $^{115}_{49}\text{In}$ absorbe un neutrón y se transforma en el isótopo $^{116}_{50}\text{Sn}$ conjuntamente con una partícula adicional. Indica de qué partícula se trata y escribe la reacción ajustada.

Opción B

Explica el fenómeno de fisión nuclear del uranio e indica de dónde se obtiene la energía liberada.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2006

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	--	--------------------------------

Barem: / Baremo: L'alumne ha de realitzar una opció de cada un dels blocs

La puntuació màxima de cada problema és de 2 punts, i la de cada qüestió d'1,5 punts.

BLOC I – QÜESTIONS

Opció A

Enuncieu les lleis de Kepler.

Opció B

Calculeu la velocitat a què orbita un satèl·lit artificial situat en una òrbita que dista 1.000 km de la superfície terrestre.

Dades: $R_T = 6370 \text{ km}$, $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

BLOC II – PROBLEMES

Opció A

Una partícula efectua un moviment harmònic simple l'equació del qual és

$$x(t) = 0,3 \cos \left[2t + \frac{\pi}{6} \right]$$

on x es mesura en metres i t en segons.

1. Determineu la freqüència, el període, l'amplitud i la fase inicial del moviment. (1 punt)
2. Calculeu l'acceleració i la velocitat en l'instant inicial $t = 0 \text{ s}$. (1 punt)

Opció B

Una partícula puntual realitza un moviment harmònic simple d'amplitud 8 m que respon a l'equació $a = -16x$, on x indica la posició de la partícula en metres i a és l'acceleració del moviment expressada m/s^2 .

1. Calculeu la freqüència i el valor màxim de la velocitat. (1 punt)
2. Calculeu el temps invertit per la partícula per a desplaçar-se des de la posició $x_1 = 2 \text{ m}$ fins a la posició $x_2 = 4 \text{ m}$. (1 punt)

BLOC III – QÜESTIONS

Opció A

Dibuixeu el diagrama de rajos per a formar la imatge d'un objecte situat a una distància s d'una lent convergent de distància focal f , en els casos en què $|s| < f$ i $|s| > f$.

Opció B

Com és l'angle de refracció quan la llum passa de l'aire a l'aigua, major, menor o igual que l'angle d'incidència? Expliqueu raonadament la resposta i dibuixeu el diagrama de rajos.

BLOC IV – PROBLEMES

Opció A

Un feix d'electrons passa sense ser desviat de la seua trajectòria rectilínia a través de dos camps, un elèctric i un altre magnètic, mútuament perpendiculars. El feix incideix perpendicularment en ambdós camps. El camp elèctric, que suposarem constant, està generat per dues plaques carregades paral·leles separades 1 cm , entre les quals hi ha una diferència de potencial de 80 V . El camp magnètic també és constant, sent el seu mòdul de $2 \times 10^{-3} \text{ T}$. A l'eixida de les plaques, sobre el feix actua únicament el camp magnètic, descrivint els electrons una trajectòria circular d' $1,14 \text{ cm}$ de radi.

1. Calculeu el camp elèctric generat per les plaques. (0,5 punts)
2. Calculeu la velocitat del feix d'electrons. (0,5 punts)
3. Deduïu, a partir de les dades anteriors, la relació càrrega/massa de l'electró. (1 punt)

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2006

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2006

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnologia

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	--	--------------------------------

Barem: / Baremo: L'alumne ha de realitzar una opció de cada un dels blocs

La puntuació màxima de cada problema és de 2 punts, i la de cada qüestió d'1,5 punts.

Opció B

Un model elèctric simple per a la molècula de clorur de sodi consisteix a considerar als àtoms de sodi i clor com càrregues elèctriques puntuals de valor $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ i $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, respectivament. Ambdues càrregues es troben separades una distància $d = 1,2 \times 10^{-10} \text{ m}$. Calculeu:

1. El potencial elèctric originat per la molècula en un punt O localitzat al llarg de la recta que uneix ambdues càrregues i a una distància $50d$ del seu punt mitjà. Considereu el cas en què el punt O es troba més pròxim a la càrrega positiva. (1 punt)
2. El potencial elèctric originat per la molècula en un punt P localitzat al llarg de la recta mediatriu del segment que uneix les càrregues i a una distància $50d$ del seu punt mitjà. (0,5 punts)
3. El treball necessari per a desplaçar un electró des del punt O fins al punt P. (0,5 punts)

Dades: $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $K_e = 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

BLOC V – QÜESTIONS

Opció A

Definiu el treball d'extracció dels electrons d'un metall quan rep radiació electromagnètica. Expliqueu de quines magnituds depèn l'energia màxima dels electrons emesos en l'efecte fotoelèctric.

Opció B

Una determinada partícula elemental en repòs es desintegra espontàniament amb un període de semidesintegració $T_{1/2} = 3,5 \times 10^{-6} \text{ s}$. Determineu $T_{1/2}$ quan la partícula té velocitat $v = 0,95c$, sent c la velocitat de la llum.

BLOC VI – QÜESTIONS

Opció A

Un nucli de $^{115}_{49}\text{In}$ absorbeix un neutró i es transforma en l'isòtop $^{116}_{50}\text{Sn}$ conjuntament amb una partícula addicional. Indiqueu de quina partícula es tracta i escriviu la reacció ajustada.

Opció B

Expliqueu el fenomen de fissió nuclear de l'urani i indiqueu d'on s'obté l'energia alliberada.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2007

CONVOCATORIA DE JUNIO 2007

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – PROBLEMAS

Opción A

Un objeto de masa $M_1 = 100 \text{ kg}$ está situado en el punto A de coordenadas $(6, 0) \text{ m}$. Un segundo objeto de masa $M_2 = 300 \text{ kg}$ está situado en el punto B de coordenadas $(-6, 0) \text{ m}$. Calcular:

- 1) El punto sobre el eje X para el cual el campo gravitatorio es nulo (1 punto).
- 2) El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la masa M_1 se traslada desde el punto A hasta el punto C de coordenadas $(-6, 6) \text{ m}$ (1 punto).

Dato: $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Opción B

Sabiendo que el radio orbital de la luna es de $3,8 \times 10^8 \text{ m}$ y que tiene un periodo de 27 días, se quiere calcular:

- 1) El radio de la órbita de un satélite de comunicaciones que da una vuelta a la Tierra cada 24 horas (satélite geoestacionario) (1 punto).
- 2) La velocidad de dicho satélite (1 punto).

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

La ecuación de una onda tiene la expresión: $y(x,t) = A \sin[2\pi bt - cx]$.

- 1) ¿Qué representan los coeficientes b y c? ¿Cuáles son sus unidades en el Sistema Internacional? (1 punto)
- 2) ¿Qué interpretación tendría que el signo de dentro del paréntesis fuese positivo en lugar de negativo? (0,5 puntos)

Opción B

Una onda armónica viaja a 30 m/s en la dirección positiva del eje X con una amplitud de $0,5 \text{ m}$ y una longitud de onda de $0,6 \text{ m}$. Escribir la ecuación del movimiento, como una función del tiempo, para un punto al que le llega la perturbación y está situado en $x = 0,8 \text{ m}$ (1,5 puntos).

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Un objeto se encuentra frente a un espejo convexo a una distancia d . Obtén mediante el diagrama de rayos la imagen que se forma indicando sus características (1 punto). Si cambias el valor de d ¿qué características de la imagen se modifican? (0,5 puntos)

Opción B

Un rayo de luz que viaja por un medio con velocidad de $2,5 \times 10^8 \text{ m/s}$ incide con un ángulo de 30° , con respecto a la normal, sobre otro medio donde su velocidad es de $2 \times 10^8 \text{ m/s}$. Calcula el ángulo de refracción (1,5 puntos).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2007

CONVOCATORIA DE JUNIO 2007

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.			
La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

Una carga $q > 0$ se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$. Si la carga se desplaza en la misma dirección y sentido que el campo eléctrico, ¿qué ocurre con su energía potencial eléctrica? (1 punto). ¿Y si movemos la carga en dirección perpendicular al campo? (0,5 puntos). Justifica ambas respuestas.

Opción B

Una partícula con velocidad constante $\vec{v}$, masa m y carga q entra en una región donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$, perpendicular a su velocidad. Realiza un dibujo de la trayectoria que seguirá la partícula (1 punto). ¿Cómo se ve afectada la trayectoria si en las mismas condiciones cambiamos únicamente el signo de la carga? (0,5 puntos).

BLOQUE V – PROBLEMAS

Opción A

En una excavación se ha encontrado una herramienta de madera de roble. Sometida a la prueba del ^{14}C se observa que se desintegran *100 átomos cada hora*, mientras que una muestra de madera de roble actual presenta una tasa de desintegración de *600 átomos/hora*. Sabiendo que el período de semidesintegración del ^{14}C es de *5570 años*, calcula la antigüedad de la herramienta (2 puntos).

Opción B

El trabajo de extracción de un metal es 3,3 eV. Calcula:

- 1) La velocidad máxima con la que son emitidos los electrones del metal cuando sobre su superficie incide un haz de luz cuya longitud de onda es $\lambda = 0,3 \mu\text{m}$ (1,2 puntos).
- 2) La frecuencia umbral y la longitud de onda correspondiente (0,8 puntos).

Datos: $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

¿Qué es una serie o familia radiactiva? (1 punto). Cita un ejemplo (0,5 puntos).

Opción B

Consideremos una partícula α y un protón que poseen la misma energía cinética, moviéndose ambos a velocidades mucho menores que las de la luz. ¿Qué relación existe entre la longitud de onda de De Broglie del protón y la de la partícula α ? (1,5 puntos).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2007

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2007

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
-------------------------------------	-------------------------	--	--------------------------------

Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Define el momento angular de una partícula de masa m y velocidad $\vec{v}$ respecto a un punto O (1 punto). Pon un ejemplo razonado de ley o fenómeno físico que sea una aplicación de la conservación del momento angular (0,5 puntos).

Opción B

Calcula el trabajo necesario para poner en órbita de radio r un satélite de masa m , situado inicialmente sobre la superficie de un planeta que tiene radio R y masa M (1,5 puntos). Expresar el resultado en función de los datos anteriores y de la constante de gravitación universal G .

BLOQUE II – PROBLEMAS

Opción A

Una onda de frecuencia 40 Hz se propaga a lo largo del eje X en el sentido de las x crecientes. En un cierto instante temporal, la diferencia de fase entre dos puntos separados entre sí 5 cm es $\pi/6 \text{ rad}$.

- 1) ¿Qué valor tiene la longitud de onda? ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda? (1,4 puntos).
- 2) Escribe la función de onda sabiendo que la amplitud es 2 mm (0,6 puntos).

Opción B

Una partícula de masa 2 kg efectúa un movimiento armónico simple (MAS) de amplitud 1 cm . La elongación y la velocidad de la partícula en el instante inicial $t = 0 \text{ s}$ valen $0,5 \text{ cm}$ y 1 cm/s , respectivamente.

- 1) Determina la fase inicial y la frecuencia del MAS. (1 punto)
- 2) Calcula la energía total del MAS, así como la energía cinética y potencial en el instante $t = 1,5 \text{ s}$. (1 punto)

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Una lente convergente forma una imagen derecha y de tamaño doble de un objeto real. Si la imagen queda a 60 cm de la lente. ¿Cuál es la distancia del objeto a la lente (0,7 puntos) y la distancia focal de la lente (0,8 puntos)?

Opción B

Describir el fenómeno de la reflexión total interna indicando en qué circunstancias se produce (1,5 puntos).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNiques SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2007

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2007

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
------------------------------	------------------	---	-------------------------

Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

BLOQUE IV – PROBLEMAS

Opción A

- 1) En una línea de alta tensión se tienen dos cables conductores paralelos y horizontales, separados entre sí 2 m. Los dos cables transportan una corriente eléctrica de 1 kA. ¿Cuál será la intensidad del campo magnético generado por esos dos cables en un punto P situado entre los dos cables, equidistante de ambos y a su misma altura, cuando el sentido de la corriente es el mismo en ambos? ¿Y cuando el sentido de la corriente es opuesto en un cable respecto al otro cable? (1 punto).
- 2) En este último caso, cuando las corrientes tienen sentidos opuestos, calcular la fuerza (módulo, dirección y sentido) que ejerce un cable por unidad de longitud del segundo cable (1 punto).

Dato: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$.

Opción B

Se tiene un campo eléctrico uniforme $\vec{E}_0 = 3000 \vec{i} \text{ V/m}$ que se extiende por todo el espacio. Seguidamente se introduce una carga $Q = 4 \mu\text{C}$, que se sitúa en el punto (2,0) m.

- 1) Calcula el vector campo eléctrico resultante en el punto P (2,3) m y su módulo (1 punto).
- 2) A continuación se añade una segunda carga Q' en el punto (0,3) m. ¿Qué valor ha de tener Q' para que el campo eléctrico resultante en el punto P no tenga componente X (1 punto).

Dato: $K_e = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

Un horno de microondas doméstico utiliza radiación de frecuencia $2,5 \times 10^3 \text{ MHz}$. La frecuencia de la luz violeta es $7,5 \times 10^8 \text{ MHz}$. ¿Cuántos fotones de microondas necesitamos para obtener la misma energía que con un solo fotón de luz violeta? (1,5 puntos).

Opción B

Un metal emite electrones por efecto fotoeléctrico cuando se ilumina con luz azul, pero no lo hace cuando la luz es amarilla. Sabiendo que la longitud de onda de la luz roja es mayor que la de la amarilla, ¿Qué ocurrirá al iluminar el metal con luz roja? Razona la respuesta (1,5 puntos).

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Enuncia el principio de indeterminación de Heisenberg y comenta su significado físico (1,5 puntos).

Opción B

Hallar el número atómico y el número másico del elemento producido a partir del $^{218}_{84}\text{Po}$, después de emitir 4 partículas α y 2 β^- (1,5 puntos).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2008

CONVOCATORIA DE JUNIO 2008

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques. La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – PROBLEMAS

Opción A

Una sonda espacial de 200 kg de masa se encuentra en órbita circular alrededor de la Luna, a 160 km de su superficie. Calcula:

- 1) La energía mecánica y la velocidad orbital de la sonda (1,2 puntos).
- 2) La velocidad de escape de la atracción lunar desde esa posición (0,8 puntos).

Datos: $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, masa de la Luna $7,4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, radio de la Luna 1740 km.

Opción B

Disponemos de dos masas esféricas cuyos diámetros son 8 y 2 cm, respectivamente. Considerando únicamente la interacción gravitatoria entre estos dos cuerpos, calcula:

- 1) La relación entre sus masas m_1/m_2 sabiendo que si ponemos ambos cuerpos en contacto el campo gravitatorio en el punto donde se tocan es nulo (1 punto).
- 2) El valor de cada masa sabiendo que el trabajo necesario para separar los cuerpos, desde la posición de contacto hasta otra donde sus centros distan 20 cm, es: $W = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ (1 punto).

Dato: $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Uno de los extremos de una cuerda de 6 m de longitud se hace oscilar armónicamente con una frecuencia de 60 Hz. Las ondas generadas alcanzan el otro extremo de la cuerda en 0,5 s. Determina la longitud de onda y el número de ondas.

Opción B

Una masa m colgada de un muelle de constante elástica K y longitud L oscila armónicamente con frecuencia f . Seguidamente, la misma masa se cuelga de otro muelle que tiene la misma constante elástica K y longitud doble $2L$. ¿Con qué frecuencia oscilará? Razona la respuesta.

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Supongamos una lente delgada, convergente y de distancia focal 8 cm. Calcula la posición de la imagen de un objeto situado a 6 cm de la lente y especifica sus características.

Opción B

¿Qué ley física prevé la reflexión total y en qué condiciones se produce? Razona la respuesta.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

BLOQUE IV – PROBLEMAS

Opción A

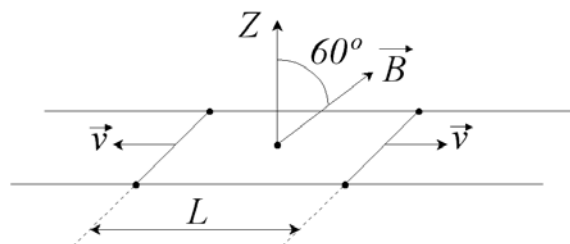
Colocamos tres cargas iguales de valor $2 \mu\text{C}$ en los puntos $(1,0)$, $(-1,0)$ y $(0,1)$ m.

- 1) Calcula el vector campo eléctrico en el punto $(0,0)$ (1 punto).
- 2) ¿Cuál es el trabajo necesario para trasladar una carga eléctrica puntual de valor $1 \mu\text{C}$ desde el punto $(0,0)$ al punto $(0,-1)$ m? (1 punto).

Dato: $K_e = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

Opción B

Sea una espira rectangular situada sobre el plano XY, con dos lados móviles de 1 m de longitud, que se mueven en sentidos opuestos agrandando la espira con velocidad $v = 3 \text{ m/s}$. La espira está inmersa en un campo magnético de 1 T , inclinado 60° respecto al eje Z, tal y como indica el dibujo. La longitud L inicial es 2 m .



- 1) Calcula el flujo del campo magnético en la espira en el instante inicial (1 punto).
- 2) Calcula la fuerza electromotriz inducida (1 punto).

BLOQUE V – CUESTIONES

Opción A

Una nave espacial tiene una longitud de 50 m cuando se mide en reposo. Calcula la longitud que apreciará un observador desde la Tierra cuando la nave pasa a una velocidad de $3,6 \cdot 10^8 \text{ km/h}$.

Dato: velocidad de la luz $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Opción B

Un virus de masa 10^{-18} g se mueve por la sangre con una velocidad de $0,1 \text{ m/s}$. ¿Puede tener una longitud de onda asociada? Si es así, calcula su valor.

Dato: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Indica la partícula o partículas que faltan en las siguientes reacciones justificando la respuesta y escribiendo la reacción completa:

- 1) $\dots + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n}$ (0,7 puntos)
- 2) ${}^1_0\text{n} + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{141}_{56}\text{Ba} + {}^{92}_{36}\text{Kr} + \dots$ (0,8 puntos)

Opción B

Define el trabajo de extracción en el efecto fotoeléctrico. Explica de qué magnitudes depende la energía máxima de los electrones emitidos.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2008

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2008

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques. La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

¿A qué altitud sobre la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio es el 20% de su valor sobre la superficie de la tierra?

Dato: Radio de la Tierra $R = 6.300 \text{ km}$.

Opción B

Enuncia las leyes de Kepler.

BLOQUE II – PROBLEMAS

Opción A

Una onda transversal de amplitud 10 cm y longitud de onda 1 m se propaga con una velocidad de 10 m/s en la dirección y sentido del vector $\vec{i}_x$. Si en $t = 0$ la elongación en el origen vale 0 cm , calcula:

- 1) La ecuación que corresponde a esta onda (1 punto).
- 2) La diferencia de fase entre dos puntos separados $0,5 \text{ m}$ y la velocidad transversal de un punto situado en $x = 10 \text{ cm}$ en el instante $t = 1 \text{ s}$ (1 punto).

Opción B

Una partícula oscila con un movimiento armónico simple a lo largo del eje X. La ecuación que describe el movimiento de la partícula es $x = 4 \cos(\pi t + \pi/4)$, donde x se expresa en metros y t en segundos.

- 1) Determina la amplitud, la frecuencia y el periodo del movimiento (0,5 puntos).
- 2) Calcula la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en $t = 1 \text{ s}$ (1 punto).
- 3) Determina la velocidad y la aceleración máximas de la partícula (0,5 puntos).

BLOQUE III – CUESTIONES

Opción A

Indica los elementos ópticos que componen el ojo humano, en qué consiste la miopía y cómo se corrige.

Opción B

Un objeto se encuentra 10 cm a la izquierda del vértice de un espejo esférico cóncavo, cuyo radio de curvatura es 24 cm . Determina la posición de la imagen y su aumento.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

Se tiene un campo magnético uniforme $\vec{B} = 0,2 \vec{i} \text{ (T)}$ y una carga $q = 5 \mu\text{C}$ que se desplaza con velocidad $\vec{v} = 3 \vec{j} \text{ (m/s)}$. ¿Cuál es la fuerza que el campo magnético realiza sobre la carga? Indica en la respuesta el módulo, dirección y sentido de la fuerza.

Opción B

Se tiene una carga $q = 40 \text{ nC}$ en el punto $A (1,0) \text{ cm}$ y otra carga $q' = -10 \text{ nC}$ en el punto $A' (0,2) \text{ cm}$. Calcula la diferencia de potencial eléctrico entre el origen de coordenadas y el punto $B (1,2) \text{ cm}$.
Dato: $K_e = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

BLOQUE V – PROBLEMAS

Opción A

El espectro de emisión del hidrógeno atómico presenta una serie de longitudes de onda discretas. La longitud de onda límite de mayor energía tienen el valor 91 nm .

- 1) ¿Cuál es la energía de un fotón que tenga la longitud de onda límite expresada en eV? (1 punto).
- 2) ¿Cuál sería la longitud de onda de De Broglie de un electrón que tuviera una energía cinética igual a la energía del fotón del apartado anterior? (1 punto).

Datos expresados en el sistema internacional de unidades: $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$, $c = 3 \cdot 10^8$.

Opción B

La reacción de fusión de 4 átomos de hidrógeno para formar un átomo de helio es: $4 {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2 e^+$.

- 1) Calcula la energía, expresada en julios, que se libera en dicha reacción empleando los datos siguientes: $m_H = 1,00783 \text{ u}$, $m_{He} = 4,00260 \text{ u}$, $m_e = 0,00055 \text{ u}$, $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ (1 punto).
- 2) Si fusionamos 1 g de hidrógeno, ¿cuánta energía se obtendría? (1 punto).

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

¿A qué velocidad la masa relativista de un cuerpo será doble que la que tiene en reposo?

Opción B

Define la actividad de una muestra radiactiva y expresa su valor en función del número de núcleos existentes en la muestra.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE JUNY 2009

CONVOCATORIA DE JUNIO 2009

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques, la puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – PROBLEMAS**Opción A**

Un sistema estelar es una agrupación de varias estrellas que interaccionan gravitatoriamente. En un sistema estelar binario, una de las estrellas, situada en el origen de coordenadas, tiene masa $m_1=1 \cdot 10^{30}$ kg, y la otra tiene masa $m_2=2 \cdot 10^{30}$ kg y se encuentra sobre el eje X en la posición (d,0), con $d=2 \cdot 10^6$ km. Suponiendo que dichas estrellas se pueden considerar masas puntuales, calcula:

- 1) El módulo, dirección y sentido del campo gravitatorio en el punto intermedio entre las dos estrellas (0,7 puntos)
- 2) El punto sobre el eje X para el cual el potencial gravitatorio debido a la masa m_1 es igual al de la masa m_2 . (0,7 puntos)
- 3) El módulo, dirección y sentido del momento angular de m_2 respecto al origen, sabiendo que su velocidad es (0,v), siendo $v=3 \cdot 10^5$ m/s. (0,6 puntos)

Dato: Constante de gravitación $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg²

Opción B

Hay tres medidas que se pueden realizar con relativa facilidad en la superficie de la Tierra: la aceleración de la gravedad en dicha superficie (9,8 m/s²), el radio terrestre ($6,37 \cdot 10^6$ m) y el periodo de la órbita lunar (27 días, 7 h, 44 s):

- 1) Utilizando exclusivamente estos valores y suponiendo que se desconoce la masa de la Tierra, calcula la distancia entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna (1,2 puntos)
- 2) Calcula la densidad de la Tierra sabiendo que $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg² (0,8 puntos)

BLOQUE II – CUESTIONES**Opción A**

Explica el efecto Doppler y pon un ejemplo.

Opción B

La amplitud de una onda que se desplaza en el sentido positivo del eje X es 20 cm, la frecuencia 2,5 Hz y la longitud de onda 20m. Escribe la función y(x,t) que describe el movimiento de la onda, sabiendo que y(0,0)=0.

BLOQUE III – CUESTIONES**Opción A**

Una persona utiliza una lente cuya potencia P = - 2 dioptrías. Explica qué defecto visual padece, el tipo de lente que utiliza y el motivo por el que dicha lente proporciona una corrección de su defecto.

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

Opción B

Explica de forma concisa el significado físico del índice de refracción y cómo influye el cambio de dicho índice en la trayectoria de un rayo.

BLOQUE IV – CUESTIONES**Opción A**

En una región del espacio existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje Z. Indica la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga en los siguientes casos:

- 1) La carga es positiva y se mueve en el sentido positivo del eje Z.
- 2) La carga es negativa y se mueve en el sentido positivo del eje X.

Opción B

Dos cargas puntuales iguales de $3\mu\text{C}$ están situadas sobre el eje Y, una se encuentra en el punto (0, -d) y la otra en el punto (0, d), siendo $d=6\text{ m}$. Una tercera carga de $2\mu\text{C}$ se sitúa sobre el eje X en $x=8\text{ m}$. Encuentra la fuerza ejercida sobre esta última carga. Dato: Constante eléctrica $K=9\cdot 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

BLOQUE V – PROBLEMAS**Opción A**

Al incidir luz de longitud de onda $\lambda=621,5\text{ nm}$ sobre la superficie de una fotocélula, los electrones de ésta son emitidos con una energía cinética de 0,14 eV. Calcula:

- 1) El trabajo de extracción de la fotocélula (0,8 puntos)
- 2) La frecuencia umbral (0,4 puntos)
- 3) ¿Cuál será la energía cinética si la longitud de onda es $\lambda_1=\lambda/2$? ¿y si la longitud de onda es $\lambda_2=2\lambda$? (0,8 puntos).

Datos: carga del electrón $e=1,6\cdot 10^{-19}\text{ C}$; constante de Planck $h=6,6\cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$; velocidad de la luz $c=3\cdot 10^8\text{ m/s}$

Opción B

Se mide la actividad de 20 gramos de una sustancia radiactiva comprobándose que al cabo de 10 horas ha disminuido un 10%. Calcula:

- 1) La constante de desintegración de la sustancia radiactiva. (1,2 puntos)
- 2) la masa de sustancia radiactiva que quedará sin desintegrar al cabo de 2 días. (0,8 puntos)

BLOQUE VI – CUESTIONES**Opción A**

Una nave parte hacia un planeta situado a 8 años luz de la Tierra, viajando a una velocidad de $0,8c$. Suponiendo despreciables los tiempos empleados en aceleraciones y cambio de sentido, calcula el tiempo invertido en el viaje de ida y vuelta para un observador en la Tierra y para el astronauta que viaja en la nave.

Opción B

La masa del núcleo de deuterio ^2H es de 2,0136 u y la del ^4He es de 4,0026 u. Explica si el proceso por el que se obtendría energía sería la fisión del ^4He en dos núcleos de deuterio o la fusión de dos núcleos de deuterio para dar ^4He . Justifica adecuadamente tu respuesta.

Datos: Unidad de masa atómica $u=1,66\cdot 10^{-27}\text{ kg}$, velocidad de la luz $c=3\cdot 10^8\text{ m/s}$

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2009

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2009

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE): De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE): De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Científicotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques, la puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos y la de cada cuestión de 1,5 puntos.			

BLOQUE I – CUESTIONES

Opción A

Determina la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte sabiendo que su densidad media es 0,72 veces la densidad media de la Tierra y que el radio de dicho planeta es 0,53 veces el radio terrestre (1,5 puntos).

Dato: aceleración de la gravedad en la superficie terrestre $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

Opción B

Dos masas puntuales M y m se encuentran separadas una distancia d. Indica si el campo o el potencial gravitatorios creados por estas masas pueden ser nulos en algún punto del segmento que las une. Justifica la respuesta (1,5 puntos).

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Indica, justificando la respuesta, qué magnitud o magnitudes características de un movimiento ondulatorio (amplitud, frecuencia, velocidad de propagación y longitud de onda) pueden variar sin que cambie el valor del período de dicho movimiento (1,5 puntos).

Opción B

La propagación de una onda en una cuerda se expresa de la forma: $y(x,t) = 0,3 \cos\left(300\pi t - 10x + \frac{\pi}{2}\right)$.

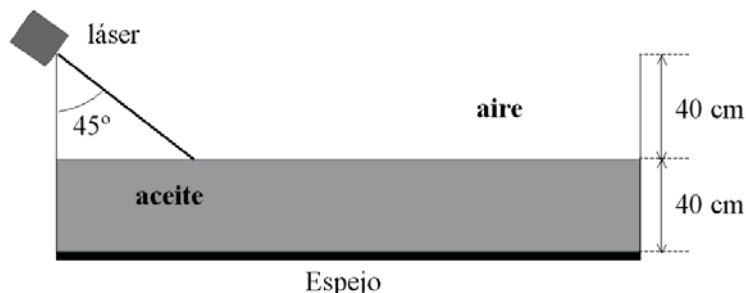
Donde x se expresa en metros y t en segundos. Calcula la frecuencia (0,8 puntos) y la longitud de onda (0,7 puntos).

BLOQUE III – PROBLEMAS

Opción A

El depósito de la figura, cuyo fondo es un espejo, se encuentra parcialmente relleno con un aceite de índice de refracción $n_{\text{aceite}}=1,45$. En su borde se coloca un láser que emite un rayo luminoso que forma un ángulo $\alpha=45^\circ$ con la vertical.

- 1) Traza el rayo luminoso que, tras reflejarse en el fondo del depósito, vuelve a emerger al aire. Determina el valor del ángulo que forma el rayo respecto a la vertical en el interior del aceite (1 punto).
- 2) Calcula la posición del punto en el que el rayo alcanza el espejo (1 punto).



Opción B

Disponemos de una lente divergente de distancia focal 6 cm y colocamos un objeto de 4 cm de altura a una distancia de 12 cm de la lente. Obtén, mediante el trazado de rayos, la imagen del objeto indicando qué clase de imagen se forma (1 punto). Calcula la posición y el tamaño de la imagen (1 punto).

PROVES D'ACCÉS A FACULTATS, ESCOLES TÈCNIQUES SUPERIORS I COL·LEGIS UNIVERSITARIS
PRUEBAS DE ACCESO A FACULTADES, ESCUELAS TÉCNICAS SUPERIORES Y COLEGIOS UNIVERSITARIOS

CONVOCATÒRIA DE SETEMBRE 2009

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE 2009

MODALITAT DEL BATXILLERAT (LOGSE):
MODALIDAD DEL BACHILLERATO (LOGSE):

De Ciències de la Natura i de la Salut i de Tecnologia
De Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de
Tecnología

IMPORTANT / IMPORTANTE

2n Exercici 2º. Ejercicio	FÍSICA FÍSICA	Obligatòria en la via Cientificotecnològica i optativa en la de Ciències de la Salut Obligatoria en la vía Científico-Tecnológica y optativa en la de Ciencias de la Salud	90 minuts 90 minutos
------------------------------	------------------	---	-------------------------

Barem: / Baremo: El alumno realizará una opción de cada uno de los bloques.

La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos, y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

BLOQUE IV – CUESTIONES

Opción A

Una carga eléctrica q , con movimiento rectilíneo uniforme de velocidad $\vec{v}_0$, penetra en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$. Explica el tipo de movimiento que experimentará en los siguientes casos: a) $\vec{v}_0$ paralelo a $\vec{B}$ (0,7 puntos) y b) $\vec{v}_0$ perpendicular a $\vec{B}$ (0,8 puntos).

Opción B

Enuncia la ley de Faraday-Henry (ley de la inducción electromagnética) (1,5 puntos).

BLOQUE V – PROBLEMAS

Opción A

Calcula la energía cinética y velocidad máximas de los electrones que se arrancan de una superficie de sodio cuyo trabajo de extracción vale $W_0=2,28$ eV, cuando se ilumina con luz de longitud de onda:

1) 410 nm. (1 punto)

2) 560 nm. (1 punto)

Datos: $c=3,0 \cdot 10^8$ m/s, $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $h=6,6 \cdot 10^{-34}$ J·s, $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

Opción B

La arena de una playa está contaminada con ${}^{235}_{92}\text{U}$. Una muestra de arena presenta una actividad de 163 desintegraciones por segundo

1) Determina la masa de uranio que queda por desintegrar en la muestra de arena. (1 punto)

2) ¿Cuánto tiempo será necesario para que la actividad de dicha muestra se reduzca a 150 desintegraciones por segundo? (1 punto)

Dato: El período de semidesintegración del ${}^{235}_{92}\text{U}$ es $6,9 \cdot 10^8$ años y el número de Avogadro es $6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

BLOQUE VI – CUESTIONES

Opción A

Enuncia la hipótesis de De Broglie (1 punto). Menciona un experimento que confirme la hipótesis de De Broglie (0,5 puntos).

Opción B

Al bombardear un isótopo de aluminio con partículas α se obtiene el isótopo del fósforo ${}^{30}_{15}\text{P}$ y un neutrón. Determina de qué isótopo de aluminio se trata (1,5 puntos).