

VIBRACIONES Y ONDAS

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

• DEFINICIÓN DEL MAS

1. **(Jun-97)** La aceleración del movimiento de una partícula viene expresada por la relación $a = -ky$, siendo y el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio y k una constante. ¿De qué movimiento se trata? ¿Qué representa k ? ¿Cuál es la ecuación del citado movimiento? Razona la respuesta.
2. ¿Qué características debe tener una fuerza para que al actuar sobre un cuerpo le produzca un MAS? Representa gráficamente un MAS de ecuación $y = 5 \cos(10t + \pi/2)$, en unidades del SI y otro que tenga una amplitud doble y una frecuencia la mitad que el anterior.

• CINEMÁTICA DEL MAS

3. **(Sep-98)** Una partícula realiza un movimiento armónico simple con una amplitud de 8 cm y un período de 4 s . Sabiendo que en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición de elongación máxima:
 - a) Determine la posición de la partícula en función del tiempo.
 - b) ¿Cuáles son los valores de la velocidad y de la aceleración 5 s después de que la partícula pase por un extremo de la trayectoria?
4. **(Sep-08 y Sep-09)** Una partícula que realiza un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud tarda 2 s en efectuar una oscilación completa. Si en el instante $t = 0$ su velocidad era nula y la elongación positiva, determine:
 - a) La expresión matemática que representa la elongación en función del tiempo.
 - b) La velocidad y la aceleración de oscilación en el instante $t = 0,25 \text{ s}$.
5. **(Sep-01)** Una partícula efectúa un movimiento armónico simple cuyo período es igual a 1 s . Sabiendo que en el instante $t = 0$ su elongación es $0,7 \text{ cm}$ y su velocidad $4,39 \text{ cm/s}$, calcula:
 - a) La amplitud y la fase inicial.
 - b) La máxima aceleración de la partícula.
6. **(Jun-98)** Un punto material está animado de un movimiento armónico simple a lo largo del eje X , alrededor de su posición de equilibrio en $x = 0$. En el instante $t = 0$, el punto material está situado en $x = 0$ y se desplaza en el sentido negativo del eje X con una velocidad de $40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$. La frecuencia del movimiento es de 5 Hz .
 - a) Determina la posición en función del tiempo.
 - b) Calcula la posición y la velocidad en el instante $t = 5 \text{ s}$.
7. **(Sep-06)** Una partícula que describe un movimiento armónico simple recorre una distancia de 16 cm en cada ciclo de su movimiento y su aceleración máxima es de 48 m/s^2 . Calcula:
 - a) La frecuencia y el período del movimiento.
 - b) La velocidad máxima de la partícula.

- **DINÁMICA DEL MAS**

8. **(Sep-99)** Una masa m oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm . Cuando se añade otra masa de 300 g , la frecuencia de oscilación es de $0,5\text{ Hz}$. Determina:
- a) El valor de la masa m y de la constante recuperadora del resorte.
 - b) El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.
9. **(Jun-04)**
- a) Al colgar una masa en el extremo de un muelle en posición vertical, éste se desplaza 5 cm ; ¿de qué magnitudes del sistema depende la relación entre dicho desplazamiento y la aceleración de la gravedad?
 - b) Calcula el período de oscilación del sistema muelle-masa anterior si se deja oscilar en posición horizontal (*sin rozamiento*).
Dato: $g = 9,81\text{ ms}^{-2}$
10. **(Mod-04)** Una partícula de 5 g de masa se mueve con un movimiento armónico simple de 6 cm de amplitud a lo largo del eje X . En el instante inicial ($t = 0$) su elongación es de 3 cm y el sentido del desplazamiento hacia el extremo positivo. Un segundo más tarde su elongación es de 6 cm por primera vez. Determina:
- a) La fase inicial y la frecuencia del movimiento.
 - b) La función matemática que representa la elongación en función del tiempo, $x = x(t)$.
 - c) Los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de la partícula, así como las posiciones donde los alcanza.
 - d) La fuerza que actúa sobre la partícula en $t = 1\text{ s}$ y su energía mecánica.

- **ENERGÍA DEL MAS**

11. **(Jun-98)** Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, explica qué efecto tiene:
- a) En la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones.
 - b) En la velocidad y en el período de oscilación.
12. **(Jun-01)** Un muelle cuya constante de elasticidad es k está unido a una masa puntual de valor m . Separando la masa de la posición de equilibrio el sistema empieza a oscilar. Determina:
- a) El valor del período de oscilaciones T y su frecuencia angular ω .
 - b) Las expresiones de las energías cinética, potencial y total en función de la amplitud y de la elongación del movimiento del sistema oscilante.

13. **(Mod-03)** Una partícula de masa 3 g oscila con un movimiento armónico simple de elongación en función del tiempo: $x = 0,5 \cos(0,4t + 0,1)$, en unidades SI. Determina:
- La amplitud, la frecuencia, la fase inicial y la posición de la partícula en $t = 20\text{ s}$.
 - Las energías cinéticas máxima y mínima de la partícula que oscila, indicando en qué posiciones se alcanzan.
14. **(Jun-00; Galicia)** La fuerza máxima que actúa sobre una partícula que realiza un movimiento armónico simple es $2 \cdot 10^{-3}\text{ N}$, y la energía total es de $5 \cdot 10^{-4}\text{ J}$.
- Escribe la ecuación del movimiento de la partícula, si el período es de 4 s y la fase inicial es de 30° .
 - ¿Cuánto vale la velocidad al cabo de 1 s de iniciarse el movimiento?
15. **(Jun-03; Canarias)** Un oscilador armónico se encuentra en un instante determinado en una posición que es igual a la mitad de su amplitud ($x = A/2$). ¿Qué relación existe entre su energía cinética y energía potencial?
16. **(Sep-00; Cantabria)** Dos partículas describen sendos movimientos armónicos simples (m.a.s.) de frecuencias $f_1 = 1\text{ kHz}$ y $f_2 = 2\text{ kHz}$ y de la misma amplitud $A = 1\text{ cm}$.
- ¿En qué instante de tiempo la *partícula 2* tendrá la misma velocidad que la que tiene la *partícula 1* en $t = 1\text{ s}$?
 - ¿Cuál de los dos m.a.s. tendrá una mayor energía mecánica sabiendo que la masa de ambas partículas es la misma, $m_1 = m_2 = 10^{-3}\text{ kg}$?
17. **(Sep-96)** Una pequeña esfera homogénea de masa $1,2\text{ kg}$ que cuelga de un resorte vertical, de masa despreciable y constante recuperadora $k = 300\text{ N/m}$, oscila libremente con una velocidad máxima de 30 cm/s . Determinar:
- El período del movimiento.
 - El desplazamiento máximo de la esfera respecto de la posición de equilibrio.
 - Las energías cinética, potencial y total de la esfera cuando se encuentra en la posición de desplazamiento máximo.
18. **(Sep-00)** Un oscilador armónico constituido por un muelle de masa despreciable, y una masa en el extremo de valor 40 g , tiene un período de oscilación de 2 s .
- ¿Cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle idéntico al primero, para que la frecuencia de oscilación se duplique?
 - Si la amplitud de las oscilaciones en ambos osciladores es 10 cm , ¿cuánto vale, en cada caso, la máxima energía potencial del oscilador y la máxima velocidad alcanzada por su masa?

19. **(Jun-02)** Una masa de 2 kg está unida a un muelle horizontal cuya constante recuperadora es $K = 10\text{ N/m}$. El muelle se comprime 5 cm desde la posición de equilibrio ($x = 0$) y se deja en libertad. Determina:
- a) La expresión de la posición de la masa en función del tiempo, $x = x(t)$.
 - b) Los módulos de la velocidad y de la aceleración de la masa en un punto situado a 2 cm de la posición de equilibrio.
 - c) La fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra en los extremos de la trayectoria.
 - d) La energía mecánica del sistema oscilante.

Nota: Considera que los desplazamientos respecto a la posición de equilibrio son positivos cuando el muelle está estirado.

20. **(Jun-03)** Un bloque de 50 g , conectado a un muelle de constante elástica 35 N/m , oscila en una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 4 cm . Cuando el bloque se encuentra a 1 cm de su posición de equilibrio, calcula:
- a) La fuerza ejercida sobre el bloque.
 - b) La aceleración del bloque.
 - c) La energía potencial elástica del sistema.
 - d) La velocidad del bloque.

21. **(Mod-05)** Una partícula de masa 100 g realiza un movimiento armónico simple de amplitud 3 m y cuya aceleración viene dada por la expresión $a = -9\pi^2 x$ en unidades SI. Sabiendo que se ha empezado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor absoluto máximo en los desplazamientos positivos, determina:
- a) El período y la constante recuperadora del sistema.
 - b) La expresión matemática del desplazamiento en función del tiempo, $x = x(t)$.
 - c) Los valores absolutos de la velocidad y de la aceleración cuando el desplazamiento es la mitad del máximo.
 - d) Las energías cinética y potencial en el punto donde tiene velocidad máxima.

22. **(Mod-02)** Un cuerpo de 200 g unido a un resorte horizontal oscila, sin rozamiento, sobre una mesa, a lo largo del eje de las X , con una frecuencia angular $\omega = 8,0\text{ rad/s}$. En el instante $t = 0$ el alargamiento del resorte es de 4 cm respecto de la posición de equilibrio y el cuerpo lleva en ese instante una velocidad de -20 cm/s . Determina:
- a) La amplitud y la fase inicial del movimiento armónico simple realizado por el cuerpo.
 - b) La constante elástica y la energía mecánica del sistema.

- **PÉNDULOS**

23. **(Jun-04; C. La Mancha)** En el laboratorio se ha medido cuatro veces el tiempo que tarda una esferita que pende de un hilo de 60 cm de longitud en realizar *20 oscilaciones completas* de pequeña amplitud. Los resultados de la medición son $31,7\text{ s}$; $31,4\text{ s}$; $30,5\text{ s}$ y $32,0\text{ s}$. Estima el valor de la aceleración de la gravedad.
24. **(Jun-04; Galicia)** En la práctica de la medida de g con un péndulo, ¿cómo conseguirías (sin variar el valor de g) que el péndulo duplicase el número de oscilaciones por segundo?
25. **(Jun-03; Aragón)** Un péndulo simple está formado por un hilo de longitud $L = 99,2\text{ cm}$ y una bolita que oscila en horizontal con una amplitud $A = 6,4\text{ cm}$ y un periodo $T = 2\text{ s}$.
- a) Calcula la intensidad del campo gravitatorio local, g .
 - b) Determina y representa gráficamente la velocidad de la bolita en función del tiempo, $v(t)$. Toma origen de tiempo, $t = 0$, cuando la bolita pasa por su posición de equilibrio.
26. Si tenemos el mismo péndulo oscilando primero en la Tierra y luego en la Luna, razona dónde tendrá mayor frecuencia. *Datos:* $M_T = 81 M_L$; $R_T = 3,7 R_L$.

SOLUCIONARIO

1- (Jun-97)

Es un MAS. k es la cte. de la Ley de Hooke (N/m). $y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$

2-

Teoría.

3- (Sep-98)

a) $x(t) = 0,08 \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ m}$

b) $v(5) = -0,13 \text{ ms}^{-1}$; $a(5) = 0 \text{ ms}^{-2}$; está en el pto. de equilibrio.

4- (Sep-08 y Sep-09)

a) $x(t) = 0,10 \cdot \text{sen} \left(\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ m}$.

b) $v(0,25) = -0,22 \text{ m/s}$, $a(5) = -0,70 \text{ ms}^{-2}$.

5- (Sep-01)

a) $A = 0,51 \text{ m}$; $\varphi_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$

b) $a_{\text{max}} = 2,02 \text{ ms}^{-2}$

6- (Jun-98)

a) $x(t) = 1,27 \cdot 10^{-2} \text{ sen}(10 \pi t) \text{ m}$

b) $x(5) = 0 \text{ m}$, $v(5) = 0,4 \text{ ms}^{-1}$

7- (Sep-06)

a) $f = 5,51 \text{ Hz}$; $T = 0,18 \text{ s}$.

b) $v_{\text{máx}} = 1,39 \text{ ms}^{-1}$.

8- (Sep-99)

a) $m = 0,3 \text{ kg}$; $k = 11,8 \text{ N/m}$

b) $A_2 = A_1 = 0,05 \text{ m}$

9- (Jun-04)

a) $x/g = m/k$

b) $T = 0,45 \text{ s}$

10- (Mod-04)

a) $\varphi_0 = \pi/6 \text{ rad}$; $f = 1/6 \text{ Hz}$

b) $x(t) = 0,06 \text{ sen} \left(\frac{\pi}{3} t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ m}$

c) $v_{\text{máx}} = 6,28 \cdot 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ ($x=0$), $a_{\text{máx}} = 6,58 \cdot 10^{-2} \text{ ms}^{-2}$ ($x = \pm A$);

d) $\mathbf{F} = -3,29 \cdot 10^{-4} \mathbf{i} \text{ N}$; $E_m = 9,8 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

11- (Jun-98)

a) $A_2 = \sqrt{2} A_1$; $f_2 = f_1$

b) $v_2 = \sqrt{2} v_1$; $T_2 = T_1$

12- (Jun-01)

a) $T = 2\pi \sqrt{m/k}$; $\omega = \sqrt{k/m}$

b) $E_c = \frac{1}{2} k[A^2 - x^2]$; $E_p = \frac{1}{2} kx^2$; $E_p = \frac{1}{2} kA^2$

13- (Mod-03)

a) $A = 0,5 \text{ m}$; $f = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$; $\varphi_0 = 0,1 \text{ rad}$; $x(20) = 0,5 \text{ m}$

b) $E_{c,\text{máx}} = 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ ($x = 0$); $E_{c,\text{mín}} = 0 \text{ J}$ ($x = A$)

- 14- **(Jun-00; Galicia)** _____
 a) $x = 0,5 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right) m$
 b) $v(1) = -0,39 \text{ m/s}$
- 15- **(Jun-03; Canarias)** _____
 $E_c = 3E_p$
- 16- **(Sep-00; Cantabria)** _____
 a) $t = 1 \text{ s}$
 b) el de la segunda partícula $E_{m,2} = 4 E_{m,1}$
- 17- **(Sep-96)** _____
 a) $T = 0,4 \text{ s}$
 b) $A = 1,9 \text{ cm}$
 c) $E_m = E_p = 5,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$; $E_c = 0 \text{ J}$
- 18- **(Sep-00)** _____
 a) $m_2 = 10 \text{ g}$
 b) $E_{p \text{ máx}} = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ J}$; $v_{1 \text{ máx}} = 0,31 \text{ m/s}$; $v_{1 \text{ máx}} = 0,62 \text{ m/s}$
- 19- **(Jun-02)** _____
 a) $x(t) = 0,05 \cos(2,24 t) \text{ m}$
 b) $v = 0,1 \text{ ms}^{-1}$; $a = 0,1 \text{ ms}^{-2}$
 c) $F = \pm 0,5 \text{ i N}$
 d) $E_m = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
- 20- **(Jun-03)** _____
 a) $F = -0,35 \text{ i N}$
 b) $a = -7 \text{ i ms}^{-2}$
 c) $E_p = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ J}$
 d) $v = 1,025 \text{ ms}^{-1}$
- 21- **(Mod-05)** _____
 a) $T = 0,67 \text{ s}$; $K = 8,88 \text{ N/m}$
 b) $x(t) = 3 \text{ sen}(3\pi t + \pi/2) \text{ m}$
 c) $v_{\text{máx}} = 24,5 \text{ ms}^{-1}$; $a_{\text{máx}} = 133,2 \text{ ms}^{-2}$
 d) $E_p = 0 \text{ J}$; $E_c = 39,96 \text{ J}$
- 22- **(Mod-02)** _____
 a) $A = 4,72 \text{ cm}$; $\varphi_0 = 2,29 \text{ rad}$
 b) $k = 12,8 \text{ N/m}$; $E = 1,42 \cdot 10^{-2} \text{ J}$.
- 23- **(Jun-04; C. La Mancha)** _____
 $g = 9,6 \text{ ms}^{-2}$
- 24- **(Jun-04; Galicia)** _____
 $l_2 = 4 l_1$
- 25- **(Jun-03; Aragón)** _____
 a) $g = 9,79 \text{ ms}^{-2}$
 b) $v(t) = 0,2 \cdot \cos(\pi t) \text{ ms}^{-1}$
- 26- _____
 $f_T = \sqrt{6} f_L$