FÍSICA 2 - 1ª evaluación
Diciembre 2005

CUESTIONES:

1.- Un muelle posee una constante de elasticidad de 30 N/m. Si lo estiramos, alargándolo 15 cm, qué trabajo hemos realizado. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza elástica?. Indica la relación existente entre ambos trabajos.

(1 punto)

2.- Explica mediante un ejemplo el transporte de energía en una onda. ¿Existe un transporte efectivo de masa?

(1 punto)

3.- Una partícula se mueve según la ecuación vectorial: $\vec{r} = -2t\hat{i} + 3t^2\hat{K}$ *. Estudia dicho movimiento y clasifícalo. Obtén la expresión explícita de la trayectoria.*

(1 punto)

4.- Dibuja las gráfica y-t, v-t y a-t para un vibrador vertical de frecuencia 2 Hz y amplitud 2 cm que parte de la posición y_0*= -A.*

(1 punto)

PROBLEMAS

5.- Un bloque de 20 kg se encuentra sobre una superficie horizontal con rozamiento. Una fuerza de 50N impulsa al bloque horizontalmente, consiguiendo que desde el reposo alcance una velocidad de 5,4km/h en 150m de recorrido. Hallar:

a) El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento.
b) El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo

(2 puntos)

6.- Un resorte de masa despreciable se alarga 10 cm cuando se la aplica una fuerza de 2,45 N. Se fija en su extremo libre una masa de 85 g y se estira 15 cm a lo largo de una mesa horizontal desde su posición de equilibrio y se suelta dejándolo oscilar libremente sin rozamiento. Calcula:

a) la constante elástica del resorte y su periodo de oscilación;
b) la energía total asociada a la oscilación y las energías potencial y cinética en la posición x= -7,5 cm, y la velocidad con que la partícula pasa por dicho punto.

(2 puntos)

7.- Se arroja una piedra al agua. Como consecuencia de ello, se producen oscilaciones de 3 Hz de frecuencia y una onda de 3 cm de amplitud que avanza por la superficie del agua a 30 cm/s de velocidad. Suponiendo que la onda se propaga en una sola dimensión, obtén:

a) La expresiones de movimiento, velocidad y aceleración para el foco y para un punto situado a 10 cm del mismo.
b) Determina los instantes en los que una partícula situada en x=10 cm posee velocidades máximas.

(2puntos)

SOLUCIONES AL CONTROL

1.- Un muelle posee una constante de elasticidad de 30 N/m. Si lo estiramos, alargándolo 15 cm, qué trabajo hemos realizado. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza elástica?. Indica la relación existente entre ambos trabajos.

Dado que la fuerza elástica es conservativa, durante el proceso de estiramiento todo el trabajo realizado quedará almacenado en forma de energía potencial elástica. De este modo, el trabajo puede calcularse como variación de la energía potencial elástica:

$W_{elástico} = - \Delta E_p = ½\ K\ x_o{}^2 - ½\ K\ x_f^2 = - ½\ K\ \Delta x^2 = - ½ \cdot 30\ N/m \cdot (0{,}15m)^2 \approx \underline{\mathbf{- 0{,}34\ J}}$

El signo negativo es significativo puesto que la fuerza elástica retira energía del agente exterior que estira: nosotros. Puesto que la fuerza a aplicar coincide con la ejercida por el muelle pero en sentido contrario, se cumplirá que: $W_{ext} = \Delta E_p = \mathbf{0{,}34\ J}$

El trabajo a realizar es justamente 0,34 J, que aportamos, y que quedarán almacenados como Energía Potencial Elástica.

2.- Explica mediante un ejemplo el transporte de energía en una onda. ¿Existe un transporte efectivo de masa?

Efectivamente, podemos decir que una onda es una entidad física real, aun cuando no sea un objeto material. Se mueve, transporta energía y puede interaccionar con objetos materiales. De hecho, las ondas y los objetos materiales son los dos conceptos físicos básicos con los que interpretamos el funcionamiento del mundo físico.

Si lanzamos un objeto a la superficie de un lago, provocamos una perturbación del medio que produce una onda en el agua. Podemos observar cómo cuando un objeto de la superficie (una hoja, por ejemplo) es alcanzado, se produce un desplazamiento vertical que la hace subir y bajar. Este hecho demuestra que la onda transporta energía.

El mismo ejemplo anterior, puede servirnos para comprobar que la onda no transporta materia ya que el la hoja siempre permanece en el mismo sitio, no se produce un desplazamiento en el sentido de avance de la onda.

Otro ejemplo que podemos utilizar es el del sonido. Existen sonidos de frecuencias determinadas que pueden hacer vibrar el cristal de una ventana por efecto de la resonancia. Ese hecho produce porque las ondas sonoras transportan energía. No obstante, el sonido no consiste en un transporte efectivo de partículas de aire, y un sonido por muy fuerte que sea no genera viento.

3.- Una partícula se mueve según la ecuación vectorial: $\vec{r} = -2t\hat{i} + 3t^2\hat{K}$ *. Estudia dicho movimiento y clasifícalo. Obtén la expresión explícita de la trayectoria.*

Para catalogar el movimiento necesitamos las expresiones de velocidad y aceleración, que obtenemos por derivación:

$$\left.\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = -2\hat{i} + 6t\hat{k} \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = 6\hat{k} \end{aligned}\right\} \text{ Se trata de un MUA, por ser constante la aceleración.}$$

La ecuación explícita de la trayectoria la obtenemos al eliminar t de las expresiones paramétricas:

$$\left.\begin{array}{l} x = -2t \\ z = 3t^2 \end{array}\right\}$$

despejando t de la primera: $t = -\dfrac{x}{2}$

y sustituyendo en la segunda: $z=3\cdot\left(-\dfrac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow z = \dfrac{3}{4}x^2$

Por lo que la trayectoria corresponde con una parábola. Se trata por tanto, de un movimiento parabólico uniformemente acelerado.

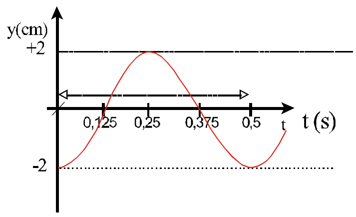
4.- Dibuja las gráfica y-t, v-t y a-t para un vibrador vertical de frecuencia 2 Hz y amplitud 2 cm que parte de la posición y_0= -A.

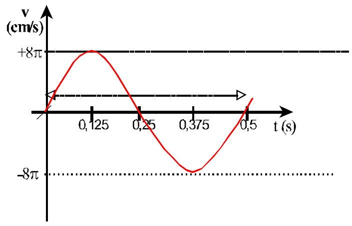
$$datos: \left\{\begin{array}{l} \vartheta = 2Hz \xrightarrow{portanto} T = 0{,}5s \\ A = 2\ cm \\ y_0 = -A;\ \ \text{por lo que si utilizamos la función seno}: \varphi_0 = 3\pi/2 \end{array}\right.$$

Por tanto, el móvil parte desde abajo (-A) subiendo, por lo que velocidad inicial será 0 y creciendo a positivo. La aceleración inicial será máxima y positiva dado que : $a = -\omega^2 y$

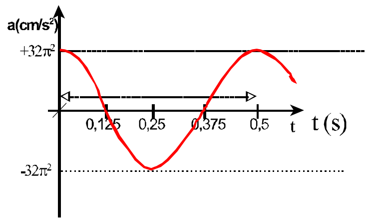
$$\left\{\begin{array}{l} y = A\cdot sen(\omega t + \varphi_0) \\ v = A\omega\cdot cos(\omega t + \varphi_0) \\ a = -A\omega^2\cdot sen(\omega t + \varphi_0) \end{array}\right\}$$

$$\text{de donde}: v_{máx} = A\cdot\omega = 2\ cm\cdot 4\pi\ s^{-1} = 8\pi\ \tfrac{cm}{s}$$
$$a_{máx} = A\cdot\omega^2 = 2cm\cdot(4\pi s^{-1})^2 = 32\pi^2\ \tfrac{cm}{s^2}$$





Obsérvese cómo elongación y aceleración tienen signos contrarios. Elongaciones positivas corresponden con aceleraciones negativas y viceversa. Esa es la esencia del MVAS.



PROBLEMAS

5.- Un bloque de 20 kg se encuentra sobre una superficie horizontal con rozamiento. Una fuerza de 50N impulsa al bloque horizontalmente, consiguiendo que desde el reposo alcance una velocidad de 5,4 km/h en 15m de recorrido. Hallar:

a) El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento.

b) El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo

a) Primero pasamos la velocidad final a unidades S.I. :

$$5{,}4\,\tfrac{Km}{h}\cdot\tfrac{1000m}{km}\cdot\tfrac{1h}{3600s} = 1{,}5\,\tfrac{m}{s}$$

De acuerdo con el teorema de las fuerzas vivas, se cumple que:

$$W_{total} = \Delta E_c$$

Y como el trabajo total es la suma de los trabajos ejercidos por las fuerzas actuantes, podemos escribir que: $W_F + W_{roz} = \Delta E_c$

Así, despejando W_{roz}, tenemos:

$$W_{roz} = \Delta E_c - W_F = ½ \cdot 20\ kg \cdot (1{,}5\ m/s)^2 - 50\ N \cdot 15\ m = 22{,}5\ J - 750J \approx \underline{-728\ J}$$

b) Obviando el tratamiento vectorial, innecesario en este caso:

$$\left.\begin{array}{l} |W_{roz}| = |F_{roz}| \cdot \Delta s \\ y:\ |F_{roz}| = \mu \cdot m \cdot g \end{array}\right. \Rightarrow |W_{roz}| = \mu \cdot mg \cdot \Delta s$$

Despejando μ y operando: $\mu = \dfrac{|W_{roz}|}{mg \cdot \Delta s} = \dfrac{728J}{20kg \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 15m} \approx \underline{0{,}25}$

6.- Un resorte de masa despreciable se alarga 10 cm cuando se la aplica una fuerza de 2,45 N. Se fija en su extremo libre una masa de 85 g y se estira 15 cm a lo largo de una mesa horizontal desde su posición de equilibrio y se suelta dejándolo oscilar libremente sin rozamiento. Calcula:

a) la constante elástica del resorte y su periodo de oscilación;

b) la energía total asociada a la oscilación y las energías potencial y cinética en la posición x= -7,5 cm , y la velocidad con que la partícula pasa por dicho punto

a) A partir del estiramiento, obtenemos K que se define como el cociente entre la deformación producida y la fuerza que actúa:

$$K = \frac{F}{\Delta x} = \frac{2{,}45N}{0{,}1m} = 24{,}5\,\frac{N}{m}$$

Para calcular el período de oscilación aplicamos el principio fundamental de la dinámica a las ecuaciones del movimiento vibratorio:

$$\left.\begin{array}{l} F = m \cdot a \\ F = -K \cdot x \end{array}\right\} \xrightarrow{igualando} -K \cdot x = m \cdot a$$

y como para un oscilador armónico se cumple que: $a=-\omega^2 x$, tendremos que:

$$-K \cdot x = m \cdot \left(-\omega^2 x\right) \Rightarrow \boxed{K = m \cdot \omega^2}$$

Expresamos la pulsación en función de T, despejamos y sustituimos valores:

$$K = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow \ldots\ T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}085kg}{24{,}5\frac{N}{m}}} = \underline{0{,}37s}$$

b) Expresamos la energía mecánica total como suma de energías cinética y potencial:

$$E_T = ½\ m\ v^2 + ½\ K\ x^2$$

y se cumple que: $E_T = E_{p,máx} = ½\ K\ A^2$

Sustituyendo los datos aportados:

$$E_T = ½ \cdot 24{,}5\ N/m \cdot (0{,}15\ m)^2 = \mathbf{0{,}276\ J}$$
$$E_p = ½ \cdot 24{,}5\ N/m \cdot (-0{,}075\ m)^2 = \underline{\mathbf{0{,}069\ J}}$$

El valor de la energía cinética lo obtenemos por diferencia de la energía potencial y la energía mecánica del oscilador.

$$E_c = E_T - E_p = 0{,}276\ J - 0{,}069\ J = \underline{\mathbf{0{,}207J}}$$

Ahora, a partir de la expresión de la energía cinética: $v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 0{,}207J}{0{,}085kg}} = \underline{2{,}2\,\frac{m}{s}}$

7.- Se arroja una piedra al agua. Como consecuencia de ello, se producen oscilaciones de 3 Hz de frecuencia y una onda de 3 cm de amplitud que avanza por la superficie del agua a 30 cm/s de velocidad. Suponiendo que la onda se propaga en una sola dimensión, obtén:

a) La expresiones de movimiento, velocidad y aceleración para el foco y para un punto situado a 10 cm del mismo.

b) Determina los instantes en los que una partícula situada en x=10 cm posee velocidades máximas.

a) Primero determinamos las magnitudes características de la onda:

A = 3 cm = 0,03m
ϑ = 3 Hz $\Rightarrow$ T = 1/3 s
v = 30 cm/s = 0,3 m/s $\Rightarrow$ λ= v · T = 0,3 m/s · 1/3 s = 0,1 m

A partir de la ecuación de la onda: $y = A \cdot sen(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \varphi_0)$

Según las condiciones marcadas por el enunciado que indica un impacto de una piedra sobre el agua, es lógico aceptar una $\varphi_0=\pi$, ya que el foco iniciará un movimiento vertical hacia abajo desde el punto de equilibrio. Sustituyendo los valores calculados, tenemos:

$$y = 0{,}03 \cdot sen(\frac{2\pi}{\frac{1}{3}s}t - \frac{2\pi}{0{,}1m}x + \pi) = \underline{\underline{0{,}03 \cdot sen(6\pi t - 20\pi x + \pi)}} \quad (\mathrm{m})$$

Derivando la expresión anterior, obtenemos las expresiones generales de velocidad y aceleración para todos los puntos del medio:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}18\pi \cdot \cos(6\pi t - 20\pi x + \pi) \quad (\mathrm{m}/\mathrm{s})$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -1{,}08\pi^2 \cdot sen(6\pi t - 20\pi x + \pi) \quad (\mathrm{m}/\mathrm{s}^2)$$

Para los puntos indicados, sustituimos los valores de x=0 y x=0,1m, y obtenemos las expresiones siguientes:

Foco (x=0)	***Punto a 10 cm (x=0,1)***
$y = 0{,}03 \cdot sen(6\pi t + \pi)$ $v = 0{,}18\pi \cdot \cos(6\pi t + \pi)$ $a = -1{,}08\pi^2 \cdot sen(6\pi t + \pi)$	$y = 0{,}03 \cdot sen(6\pi t \underbrace{-2\pi + \pi}_{-\pi})$ $v = 0{,}18\pi \cdot \cos(6\pi t - \pi)$ $a = -1{,}08\pi^2 \cdot sen(6\pi t - \pi)$

Observa cómo la diferencia de fase entre los dos puntos es de 2π radianes, es decir están en fase. Era previsible conocida la velocidad de la onda (30cm/s) y el período indicado (1/3s).

b) La condición de velocidad máxima para el punto x=0,1 m, la obtenemos por observación de la expresión de velocidad de dicho punto:

$$v = 0{,}18\pi \cdot \cos(6\pi t - \pi)$$

La velocidad varía de forma armónica, pero obtiene valores máximos para los valores de t que hagan que el coseno valga 1 ó -1, esto es:

$$\cos(6\pi t - \pi) = \pm 1 \xrightarrow{\text{y eso ocurre cuando:}} 6\pi t - \pi = n\pi \quad (\text{n=1,2,3...})$$

Desarrollando la expresión, obtenemos la colección de valores temporales que generan velocidades máximas.

$$6\cancel{\pi}t - \cancel{\pi} = n\cancel{\pi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{t=\frac{n+1}{6}} \quad \text{siendo n=1,2,3...}$$

Así los primeros instantes en los que v es máxima son: 1/3 s , 1/2 s , 2/3s, 5/6s, 1s ... , cada sexto de segundo, lógico considerando que T=1/3s, a partir del primer instante que es 1/3 que es el tiempo que tarda la onda en llegar del foco al punto x=10.