Ejercicios de m.a.s

m.a.s.

1) Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm

b) La aceleración para t= 2 s

2) Un niño se columpia con una amplitud de 0,5 m. Si en 10 segundos va y vuelve 5 veces. Supuesto un m.a.s., calcula:

a) La frecuencia del movimiento. Resultado: f = 0,5 Hz

b) La función de la velocidad y la velocidad máxima que alcanza si la fase inicial es nula. Resultado: v = 0,5 π cos (π t), v_{max}= ± 1,57 m/s

3) Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm

b) La aceleración para t= 2 s

4) Una partícula describe un movimiento armónico simple con un periodo de 2 s y una amplitud de 25 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +25 cm

b) La aceleración para t= 3 s

5) Estiramos un resorte 5 cm y lo dejamos oscilar libremente resultando que completa una oscilación cada 0,2 s. Calcula:

a) La función que nos permite calcular su posición en función del tiempo.

Resultado: x = 0,05 sen (10π t + 3π/2)

b) La velocidad y la aceleración a la que estará sometido el extremo libre a los 15 s de iniciado el movimiento. Resultado: v_{15} = 0 m/s a_{15} = 49,35 m/s^2

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 245, prob 84. Ed Santillana (2015)

6) Una partícula de 5,0 g se mueve con m.a.s. Si su frecuencia es de 25 Hz y su amplitud 8 cm, calcula:

a) Su periodo.

b) La frecuencia angular.

c) Su velocidad máxima.

Peña, A.; García, J.A. Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 9.

7) Al descargar una carga de un barco mediante una grúa, oscila haciendo un vaivén cada 4 segundos con una amplitud de 2 m. Si se mueve con un m.a.s., calcule:

a) La aceleración máxima que alcanza.

b) Si para t=0 está en el extremo positivo la oscilación, su posición para t=9 s

Resultado: a_9 = 4,93 m/s^2 x_9 = 0 m

8) Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm

b) La aceleración para t= 2 s

9) El pistón del cilindro de un coche tiene una carrera (distancia desde abajo hasta arriba del movimiento) de 20 cm y el motor gira a 800 rpm. Calcular la velocidad máxima que alcanza.

Resultado: $v_{max} = \pm 8.37$ m/s

10) Una partícula vibra de tal modo que tarda 0,50 s en ir desde un extremo a la posición de equilibrio, distantes entre sí 0,80 cm. Si para t=0 la elongación de la partícula es 4,0 cm, halla la ecuación que define este movimiento. Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 3

Resultado: $x = 8{,}0\ 10^{-2}$ sen $(\pi\ t + \pi/6)$ (m)

11) Un móvil realiza un movimiento armónico simple en el extremo de un muelle que hace dos oscilaciones por segundo, siendo la amplitud del movimiento 20 cm. Calcula:

a) La velocidad máxima que llega a alcanzar la masa que oscila.

Resultado: $v_{max} = 2{,}51$ m/s

b) La aceleración de la masa al pasar por el extremo del movimiento vibratorio armónico. Resultado: $a_{max} = -31{,}58$ m/s^2

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 246, prob 85. Ed Santillana (2015)

12) Una masa puntual de 10 g está sujeta a un muelle y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 mm. Si en el instante inicial la elongación de la partícula es cero, determina:

a. Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.
b. El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.
c. La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio.

PAU ULL septiembre 2009

13) Un cuerpo de 200 g está unido a un resorte horizontal, sin rozamiento, sobre una mesa y a lo largo del eje OX, con una frecuencia angular $\omega = 8{,}00$ rad/s. En el instante t = 0 el alargamiento del resorte es de 4,0 cm respecto a la posición de equilibrio y el cuerpo lleva una velocidad de -20 cm/s. Determina:

a. La amplitud y la fase inicial del m.a.s. Realizado por el cuerpo.
b. La constante elástica del resorte y la energía mecánica del sistema.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 15

Resultado: A = 0,047 m; $\theta_0 = -1.01$ rad; k = 12,8 N/m; $E_{mec} = 0{,}014$ J

14) Tenemos colgado verticalmente un muelle con una constante k= 400 N/m y queremos colgarle una masa para que oscile con un período de 1 s. Calcula:

a. La masa que debemos colgarle para conseguir ese período.
b. Su posición para t = 1,5 s si, para que empiece a vibrar, levantamos la masa 4 cm por encima de su posición de equilibrio y contamos el tiempo desde que la soltamos.

Resultado: m = 10,13 kg $x_{1,5} = -0.04$ m = - A

15) Una partícula recorre 8 cm de extremo a extremo en un movimiento armónico simple y su aceleración máxima es de 48 m/s^2. Calcula:

a) La frecuencia y el periodo del movimiento

b) La velocidad máxima de la partícula. Resultado: $v_{max} = 1{,}38$ m/s

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 246, prob 86. Ed Santillana (2015)

16) Calcula la aceleración y la velocidad en el instante inicial para un muelle cuyo movimiento viene descrito por la función:

$$x(f) = 0{,}3 \cos(2\cdot t + \pi/6)\ (cm)$$

Resultado: $a_0 = -5{,}92$ m/s^2 ; $v_0 = 1{,}63$ m/s

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 246, prob 87. Ed Santillana (2015)

17) Un objeto está unido a un muelle horizontal sin rozamiento que oscila con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determine:

a) El periodo del movimiento. Resultado: T = 0,30 s

b) La velocidad máxima y la aceleración máxima.

Resultado: v_{max} = ±1,03 m/s; a_{max} = ±21,48 m/s^2;

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 246, prob 89. Ed Santillana (2015)

18) Una masa puntual está sujeta a un resorte elástico y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 0,5 Hz y una amplitud de 30 cm. Si en el instante inicial su elongación es de + 30 cm. determine:

a) Las funciones de la elongación, la velocidad y la aceleración.

Resultado: x = 0,30 sen (π t + π/2); v = 0,30π cos (π t + π/2); a = -0,30 π^2 sen (π t + π/2)

b) Su posición y velocidad cuando t = 2,5 s Resultado: x = 0 ; v = -0,94 m/s

c) Su aceleración cuando t = 3 s Resultado: a = + 2,96 m/s^2

35) Una masa puntual de 10 g está sujeta a un muelle y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 mm.
Si en el instante inicial la elongación de la partícula es igual a la máxima elongación, determina:

a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.

b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.

c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio

PAU ULL septiembre 2011

36) La tabla de mareas de hoy (15/09/2015) en Santa Cruz de Tenerife nos da estos datos :
la primera bajamar será a las 3:36 h y la siguiente bajamar a las 16:27 h. La primera pleamar será a las 10:00 h y la siguiente pleamar a las 22:43 h.
Las **alturas de las mareas** serán -0,4 m, 0,6 m, -0,5 m y 0,6 m.
Suponiendo en el movimiento de la mares sobre una pared vertical sea un m.a.s, calcular:

a) La altura de la marea a las 14 h con respecto al nivel medio.

b) La velocidad máxima que alcanza la marea cuando asciende.

c) La aceleración máxima a que está sometida el agua cuando asciende.

d) La velocidad máxima a la que se desplazará el agua por una playa inclinada 4º

Fuente de los datos: http://www.tablademareas.com/es/islas-canarias/santa-cruz-de-tenerife (septiembre 2015)

37) Considere una partícula de 100 g de masa, cuya posición respecto del origen de coordenadas, viene dada por la función x(t)=A sen(ωt+3π/5), donde x se mide en metros y t en segundos (MAS a lo largo del eje X en torno del origen de coordenadas). La partícula completa 3 oscilaciones o ciclos cada 6 s. En el instante inicial (t=0 s), la partícula se encuentra a +3 cm del origen de coordenadas.

a) ¿Cuánto valen la frecuencia angular y la amplitud de las oscilaciones? Exprese la posición de la partícula en un instante de tiempo cualquiera, esto es, la función x(t).

b) Calcule la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en el instante de tiempo t=0.4 s.

c) ¿Cuánto vale la constante elástica asociada al muelle que origina este movimiento armónico? Calcule la energía total, la energía potencial y la energía cinética de la partícula en el instante de tiempo t=0.4 s.

38) Un objeto de masa 30 g se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal y sujeto a un muelle. Se observa que oscila sobre la superficie, en la dirección del eje OX, siguiendo un MAS de frecuencia 5 s con una amplitud de 10 cm. Si en el instante inicial, la elongación de la partícula es igual a la mitad de la máxima elongación o amplitud, determine:

a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.

b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.

c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total del objeto cuando pasa por uno de sus puntos de máxima elongación.

PAU ULL junio 2012

39) Una partícula de 100 g de masa sujeta a un muelle, se desplaza hacia la derecha de su posición de equilibrio 2 cm. A continuación se suelta y comienza a oscilar armónicamente a lo largo del eje OX con una frecuencia de 4 s^{-1} . Determine:

a) Las ecuaciones de la posición y de la velocidad de la partícula, en cualquier instante de tiempo.

Resultado: $x = 0,02$ sen $(8\pi\ t + \pi/2)$; $v = 0,02\pi \cos (8\pi\ t + \pi/2)$

b) El período de oscilación de la partícula, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma. Resultado: $T = 0,25$ s; $a_{max} = \pm\ 12,63$ m/s^2 ; $F = \pm\ 1,26$ N

c) La constante elástica del muelle así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por la posición de equilibrio.

PAU ULL junio 2016

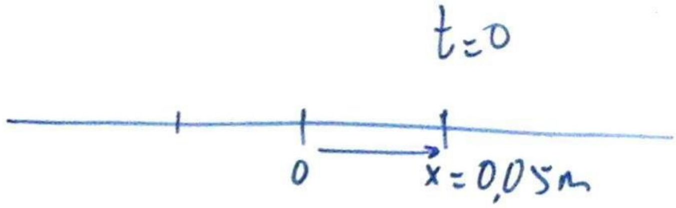
Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a. Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm
b. La aceleración para t= 2 s

hipótesis y modelos

- partícula puntual
- sin rozamiento ni fuerzas externas
- modelo de m.a.s.

Esquema



funciones y parámetros

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

$A = 0{,}05\,m$

$f = 10\,Hz$

$x_0 = 0{,}05\,m$

1) Cálculo de ω y φ_0

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ rad/s}$$

$$0{,}05 = 0{,}05 \operatorname{sen}(\underbrace{\cancel{20\pi \cdot 0}}_{0} + \varphi_0)$$

$$1 = \operatorname{sen}\varphi_0 \quad ; \quad \varphi_0 = \operatorname{arc\,sen} 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$x = 0{,}05 \operatorname{sen}\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$ función de elongación

$$v = 0{,}05\ 20\pi \cdot \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$ función de velocidad

2) Cálculo de a para t=2 s

$$a = -0{,}05(20\pi)^2 \operatorname{sen}\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right).$$ función de aceleración

$$a_2 = -0{,}05(20\pi)^2 \cdot \operatorname{sen}\Big(\overbrace{\cancel{40\pi + \tfrac{\pi}{2}}}^{1}\Big) = -0{,}05\,(20\pi)^2 = -197{,}4\,m/s$$

Un niño se columpia con una amplitud de 0,5 m en un columpio de 3,0 m de longitud.
Calcula:

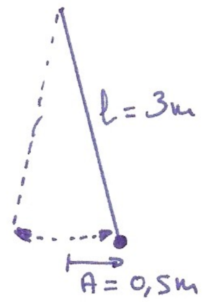
a) El periodo con el que se columpia.

 a. Supuesto un m.a.s., la función de la velocidad si la fase inicial es nula.

– Consideramos el columpio como un péndulo simple.

– Suponemos masas puntuales y ausencia de rozamiento.

– Suponemos pequeñas oscilaciones para aproximarse a un m.a.s.



a) El periodo de un péndulo simple es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{9,8}} = 3,48\ s$$

b) Suponiendo un m.a.s., la función de velocidad será del tipo:

$v = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$ donde

$A = 0,5\,m$

$\varphi_0 = 0\ rad$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3,48} = 1,80\ \frac{rad}{s}$

Por tanto

$v = 0,5 \cdot 1,80 \cos(1,80t + 0)$

$v = 0,90 \cos 1,80t$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm
b) La aceleración para t= 2 s

$f = 10\,Hz$ Por tanto $\omega = 2\pi f = 20\pi\ rad/s = 62{,}83\ rad/s$

$A = 0{,}05m$

a) La función de la elongación será:

$x = 0{,}05\ sen(20\pi t + \varphi_0)$

Puesto que para $t = 0$ $x = +0{,}05\ cm$

$0{,}05 = 0{,}05\ sen\ \varphi$. $\varphi = arc\ sen\ 1 = \frac{\pi}{2}\ rad$

Las funciones serán.

$x = 0{,}05\ sen\left(20\pi t + \pi/2\right)$

$v = 20\pi \cdot 0{,}05\ cos\left(20\pi t + \pi/2\right) = \pi\ cos\left(20\pi t + \pi/2\right)$

b) derivando:

$a = \frac{dv}{dt} = -20\pi^2\ sen\left(20\pi t + \pi/2\right)$

si $t = 2s$: $a_2 = -20\pi^2\ sen\left(20\pi \cdot 2 + \pi/2\right) =$

$sen\left(40\pi + \pi/2\right) = 1 \Rightarrow a_2 = -20\pi^2 = -197{,}4\ m/s^2$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con un periodo de 2 s y una amplitud de 25 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +25 cm
b) La aceleración para t= 3 s

a) Al ser un m.a.s., la elongación vendrá dada por la función

$$x = A \text{ sen}(\omega t + \varphi_0)$$

Como T = 2 s y A = 0,25 m, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ rad/s

Para t = 0, x = 0,25 m, luego

$$0{,}25 = 0{,}25 \text{ sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0{,}25}{0{,}25} = 1 = \text{sen } \theta_0 \qquad \theta_0 = \text{arc sen } 1 = \pi/2 \text{ rad}$$

Las funciones de la elongación y la velocidad serán:

$$x = 0{,}25 \text{ sen}(\pi t + \pi/2)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}25\pi \cos(\pi t + \pi/2)$$

b) La aceleración será:

$$a = \frac{dv}{dt} = -0{,}25\pi^2 \text{sen}(\pi t + \pi/2)$$

Para t = 3 s

$$a_3 = -0{,}25\pi^2 \text{ sen}(\pi \cdot 3 + \pi/2) = -0{,}25\pi^2 \text{sen}\left(\frac{7\pi}{2}\right) =$$

$$= -0{,}25\pi^2(-1) = +2{,}47 \text{ m/s}^2$$

Un niño se columpia con una amplitud de 0,5 m en un columpio de 3,0 m de longitud. Calcula:

a. El periodo con el que se columpia.
b. Supuesto un m.a.s., la función de la velocidad si la fase inicial es nula.

a/ Considerando un péndulo ideal: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{9,81}} = 3,47\,s$

b/ Suponiendo que tiene un m.a.s:

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1,808\ rad/s$ $A = 0,5m$ y nos dicen que $\varphi_0 = 0$

Por tanto:

$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) = 0,904\cos(1,808t)$

Una partícula de 5,0 g se mueve con m.a.s. Si su frecuencia es de 25 Hz y su amplitud 8 cm, calcula:

a. Su periodo.
b. La frecuencia angular.
c. Su velocidad máxima.
d. La constante recuperadora.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 9.

Cuestiones

a) Como $T = \frac{1}{f}$ $\quad T = \frac{1}{25}$ s

b) La frecuencia angular $w = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/25} = 50\pi$ rad/s

c) La velocidad máxima es $v_{max} = Aw$

$v_{max} = 0{,}080 \cdot 50\pi = 4\pi$ m/s $= 12{,}566$ m/s

d) La constante recuperadora es $k = w^2 m$

$k = (50\pi)^2 \cdot 0{,}005 = 123{,}37$ N/m

Hipótesis y modelo

- masa puntual
- no hay rozamiento
- modelo de m.a.s.

Funciones y parámetros

$x = A \operatorname{sen}(wt + \theta_0)$

$v = Aw \cos(wt + \theta_0)$

$w = \frac{2\pi}{T}$

$k = w^2 m$

$m = 5{,}0$ g $= 0{,}005$ kg

$f = 25$ Hz $\quad A = 8{,}0$ cm $= 0{,}080$ m

Una masa de 0,50 kg cuelga de un resorte de k=50 N/m. Si la desplazamos 5,0 cm y la soltamos calcula:

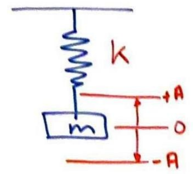
a. La frecuencia
b. La velocidad que tiene cuando pasa por la posición de equilibrio.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 10.

Hipótesis y modelo.

- masa puntual y sin rozamiento
- muelle elástico y sin masa
- modelo de m.a.s.

Esquema



Funciones y parámetros

$x = A\,\text{sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$F = -\omega^2 m x = -kx$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$

$m = 0{,}50\,kg$

$k = 50\,N/m$

$A = 5{,}0\,cm = 0{,}050\,m$

Cuestiones

a) Como la constante recuperadora k es $k = \omega^2 m$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0{,}50}} = 10{,}00\ rad/s$$

Como $\omega = 2\pi f$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10{,}00}{2\pi} = 1{,}59\ s^{-1}$$

b) La función de velocidad es:

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

En la posición de equilibrio $\omega t + \theta_0 = 0$

$$v = v_{max} = A\omega = 0{,}050\,(m) \cdot 10\left(\frac{rad}{s}\right) = 0{,}50\ m/s$$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm
b) La aceleración para t= 2 s

Hipótesis y modelo

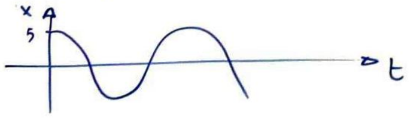
- modelo de movimiento armónico.
- partícula puntual

Funciones y parámetros

$x = A \operatorname{sen}(wt + \theta_0)$

$f = 10\ Hz \quad A = 0{,}05\ m$

Esquema



Cuestiones

- función de posición

$w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi\ rad/s$

Con la posición inicial $(x = 5cm, t = 0)$

$0{,}05 = 0{,}05 \operatorname{sen}(20\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$\frac{0{,}05}{0{,}05} = \operatorname{sen} \theta_0 \quad ; \theta_0 = \arcsin 1 = \pi/2\ rad$

La función de posición es

$x = 0{,}05 \operatorname{sen}(20\pi t + \pi/2)$

Cálculo de la velocidad de la partícula

$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}05 \cdot 20\pi \cos(20\pi t + \pi/2)$

$v = \pi \cos(20\pi t + \pi/2)$

b) Cálculo de la aceleración para t = 2 s

$a = -w^2 x = -20^2 \pi^2 \cdot 0{,}05 \operatorname{sen}(20\pi t + \pi/2)$

Para t = 2 s

$20\pi \cdot 2 + \pi/2 = 40\pi + \pi/2$

$\operatorname{sen}(40\pi + \pi/2) = \operatorname{sen} \pi/2 = 1$

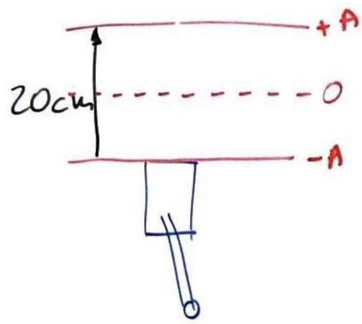
$a = -20^2 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}05 \cdot \operatorname{sen} \pi/2 = -197{,}39\ m/s^2$

El pistón del cilindro de un coche tiene una carrera (distancia desde abajo hasta arriba del movimiento) de 20 cm y el motor gira a 800 rpm. Calcular la velocidad máxima que alcanza. Resultado: V_{max}= ± 8.37 m/s

Hipótesis y modelo.

- Suponemos un movimiento vibratorio
- Modelo de m.a.s.

Esquema



Funciones y parámetros

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$A = 0{,}1\ m$

$\omega = 800\ rpm = 800 \frac{vueltas}{min} \cdot \frac{2\pi\ rad}{1\ Vuelta} \cdot \frac{1\ min}{60\ s} = \frac{80}{3}\pi\ \frac{rad}{s}$

$\theta_0 = 0$

Cuestiones

a) La velocidad máxima tiene lugar cuando $\omega t + \theta_0 = 0$ o vale $2n\pi$

por tanto para $\cos(\omega t + \theta_0) = \pm 1$

Por ello $V_{max} = \pm A\omega$

$V_{max} = \pm \frac{80}{3}\pi \cdot 0{,}1 = \pm 8{,}38\ m/s$

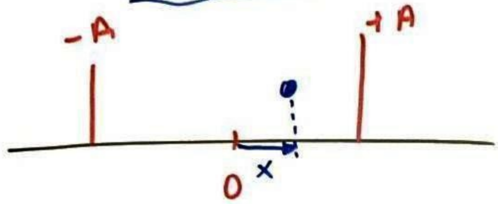
Una partícula vibra de tal modo que tarda 0,50 s en ir desde un extremo a la posición de equilibrio, distantes entre sí 0,80 cm. Si para t=0 la elongación de la partícula es 4,0 cm, halla la ecuación que define este movimiento. Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 3

Resultado: x= 8,0 10-2 sen (π t + π/6) (m)

Hipótesis y modelo.

- Suponemos movimiento vibratorio
- Modelo de m.a.s
- suponemos A constante

Esquema



Funciones y parámetros

$$x = A\,\text{sen}(wt + \theta_0)$$

- tarda 0,5 s en ir de +A a x=0 $\qquad T = 4 \cdot 0{,}5 = 2\,s$
- distancia 0 → +A = 8,0 cm $\qquad A = 0{,}08\ m$
- para t=0 x = 4,0 cm

$$W = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ \text{rad}/s$$

Cuestiones.

Sabemos que $A = 0{,}08\ m$ y $\omega = \pi\ rad/s$

Falta calcular θ_0

Sabemos que $x = 0{,}04\ m$ para $t = 0$

sustituyendo en la función de la elongación

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$$

$$0{,}04 = 0{,}08 \operatorname{sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0{,}04}{0{,}08} = \operatorname{sen}\theta_0$$

$$\theta_0 = \operatorname{arc\,sen}\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}\ rad$$

Con todo ello

$$x = 0{,}08 \operatorname{sen}\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \quad SI$$

Un muelle se alarga 25 cm al colgar de él una masa de 2,0 kg. Calcula la frecuencia y la velocidad máxima de oscilación de la masa sabiendo que la amplitud del movimiento es de 5,0 cm. Dato: $g_0 = 9,8$ m/s^2. Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 12

Resultado: $f = 1,0$ Hz ; $v_{max} = 0,31$ m/s

Hipótesis y modelo

- Suponemos mas no amortiguado

Funciones y parámetros

$v = A\omega\cos(\omega t + \theta_0)$

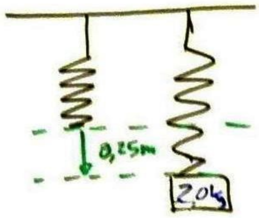
$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

$F = -kx \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Para $m = 2,0$ kg, $\Delta x = 0,25$ m

$A = 0,05$ m

Esquema



Cuestiones.

a) La velocidad máxima es $v_{max} = A\omega$

Cálculo de ω: $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Calculando k obtenemos T y de ahí obtenemos ω

Cálculo de k: aplicando la ley de Hooke:

$F = -k\Delta x$; $m \cdot g = -k\Delta x$; $2,0 \cdot 9,8 = -k \cdot (-0,25)$

$k = \frac{2,0 \cdot 9,8}{0,25} = 78,4$ N/m

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2,0}{78,4}} = 1,00$ s ; $\omega = \frac{2\pi}{1,00} = 6,28$ rad/s

$v_{max} = A\omega = 0,05 \cdot 6,28 = 0,314$ m/s

b) Frecuencia $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,00} = 1,00$ Hz

Una masa puntual de 10 g está sujeta a un muelle y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 mm. Si en el instante inicial la elongación de la partícula es cero, determina:

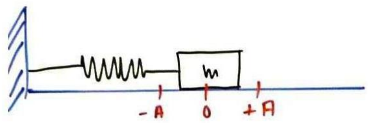
a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.
b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.
c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio.

(PAU ULL septiembre 2009)

Hipótesis y modelo

- muelle elástico y de masa despreciable.
- Suponemos un m.a.s. sin rozamiento (ni amortiguación)

Esquema



Funciones y parámetros

$x = A \,\text{sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$k = \omega^2 m \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2) \; ; \; U_e = \frac{1}{2} k x^2$

$m = 0{,}010 \text{ kg} \qquad A = 0{,}006 \text{ m}$

$f = 4 \text{ Hz} \qquad \text{para } t = 0,\ x = 0$

Cuestiones

a) Calculamos ω y θ_0

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ rad/s}$

Para $t=0$, $x=0$ luego $0 = 0{,}006 \,\text{sen}(8\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$0 = \text{sen}\,\theta_0 \; ; \; \theta_0 = \text{arcsen}\, 0 = 0$

Las funciones son:

$x = 0{,}006 \,\text{sen}(8\pi t)$

$v = 0{,}006 \cdot 8\pi \cos(8\pi t)$

b) periodo: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4}$ s

$a_{max} = A\omega^2 = 0{,}006 \cdot (8\pi)^2 = 3{,}80 \text{ m/s}^2$

Como $F = m \cdot a \Rightarrow F_{max} = 0{,}010 \cdot 3{,}80 = 0{,}038 \text{ N}$

c) **Cálculo de k**

Método 1

$k = \omega^2 m = (8\pi)^2 \cdot 0{,}010 = 6{,}31 \text{ N/m}$

Método 2

$F_{max} = k \cdot x_{max} \; ; \; 0{,}038 = k \cdot 0{,}006 \; ; \; k = \frac{0{,}038}{0{,}006} = 6{,}3 \text{ N/m}$

Cálculo de la energía

U_e en $x=0$ es nula

E_c en $x=0$ es $E_c = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 6{,}3 (0{,}006)^2 = 1{,}13 \cdot 10^{-4}$ J

Un cuerpo de 200 g está unido a un resorte horizontal, sin rozamiento, sobre una mesa y a lo largo del eje OX, con una frecuencia angular ω = 8,00 rad/s. En el instante t = 0 el alargamiento del resorte es de 4,0 cm respecto a la posición de equilibrio y el cuerpo lleva una velocidad de -20 cm/s. Determina:

a. La amplitud y la fase inicial del m.a.s. Realizado por el cuerpo.
b. La constante elástica del resorte y la energía mecánica del sistema.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 15

Resultado: A = 0,047 m; θ_0 = -1.01 rad; k = 12,8 N/m; E_{mec} = 0,014 J

Hipótesis y modelo

- Suponemos mas y resorte ideal.

Funciones y parámetros

$x = A\,\text{sen}(\omega t + \theta_0)$ $\qquad k = m\omega^2$

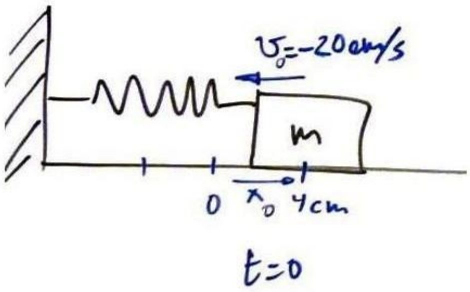
$v = A\omega\cos(\omega t + \theta_0)$ $\qquad E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

$m = 0{,}200$ kg

$\omega = 8{,}00$ rad/s

Para $t=0$ $\begin{cases} x = 0{,}040 \text{ m} \\ v = -0{,}20 \text{ m/s} \end{cases}$

Esquema



Cuestiones

a) Cálculo de A y θ_0

Para $t = 0$

$$\left.\begin{aligned} 0{,}040 &= A \operatorname{sen}(\cancel{8{,}00 \cdot 0}^{\,0} + \theta_0) \\ -0{,}20 &= A \cdot 8{,}00 \cos(\cancel{8{,}00 \cdot 0}^{\,0} + \theta_0) \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{0{,}040}{-0{,}20} = \frac{\cancel{A} \operatorname{sen} \theta_0}{\cancel{A} \cdot 8{,}00 \cdot \cos \theta_0} = \frac{\operatorname{tg} \theta}{8{,}00}$$

$$\frac{0{,}040}{-0{,}20} \cdot 8{,}00 = \operatorname{tg} \theta_0 = -1{,}6 \; ; \quad \theta_0 = \operatorname{arctg}(-1{,}6) = -57{,}99^\circ \simeq -58^\circ$$

$$\theta_0 = -1{,}01 \text{ rad}$$

Aplicándolo a la posición inicial:

$$0{,}040 = A \operatorname{sen}(-1{,}01) \qquad A = 0{,}047 \text{ m}$$

b) Cálculo de k: $k = m\omega^2 = 0{,}200 \cdot (8{,}00)^2 = 12{,}8 \text{ N/m}$

Energía mecánica:

Sol 1: para $t = 0$ $E_m = \frac{1}{2}\, 0{,}200\, (-0{,}20)^2 + \frac{1}{2} \cdot 12{,}8\,(0{,}040)^2 = 4 \cdot 10^{-3} + 1{,}024 \cdot 10^{-2} = 0{,}014 \text{ J}$

Sol 2: en el extremo

$$E_m = \frac{1}{2}\, \cancel{0{,}200 \cdot 0^2}^{\,0} + \frac{1}{2}\, 12{,}8\, (0{,}047)^2 = 0{,}014 \text{ J}$$

Tenemos colgado verticalmente un muelle con una constante k= 400 N/m y queremos colgarle una masa para que oscile con un período de 1 s. Calcula:

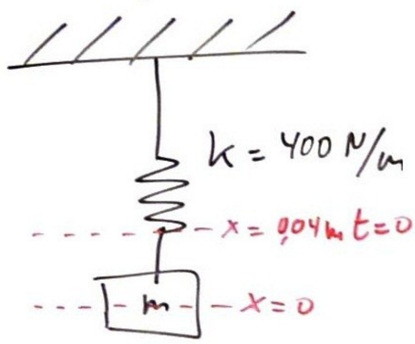
a. La masa que debemos colgarle para conseguir ese período.
b. Su posición para t = 1,5 s si, para que empiece a vibrar, levantamos la masa 4 cm por encima de su posición de equilibrio y contamos el tiempo desde que la soltamos.

Resultado: m = 10,13 kg $x_{1,5}$ = - 0.04 m = - A

Hipótesis y modelo.

- Muelle elástico ideal y sin masa
- Modelo de m.a.s.

Esquema



Funciones y parámetros

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$x = A\,\text{sen}(\omega t + \theta_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Para $t=0$ $x = +0{,}04\ m$

$k = 400\ N/m$

Cuestiones:

a) Para que $T = 1\ s$ $\quad 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{400}}$

$$1^2 = 4\pi^2\frac{m}{400}\ ; \qquad m = \frac{400}{4\pi^2} = 10{,}13\ kg$$

b) Debemos conocer A, ω, θ_0

$A = 0{,}04\ m$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\ rad/s$

Sabemos que $x = 0{,}04\ m$ cuando $t = 0$

$$x = A\ sen(\omega t + \theta_0)$$

$$0{,}04 = 0{,}04\ sen(2\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$\frac{0{,}04}{0{,}04} = sen\,\theta_0$; $\theta_0 = arc\ sen\ 1$; $\theta_0 = \pi/2\ rad$

Para $t = 1{,}5\ s$

$$x = 0{,}04\ sen\left(2\pi \cdot 1{,}5 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}04\,sen\left(\frac{7\pi}{2}\right) =$$

$$= 0{,}04(-1) = -0{,}04\ m\ ;\ x = -0{,}04\ m$$

Tenemos un péndulo de 224 cm de largo. Calcula.

a. Su periodo.
b. Si entre los dos extremos del movimiento recorre una distancia de 20 cm, y para t=0 está en el extremo positivo de la oscilación, calcula su posición para t=4.5 s

Resultado: L_{Tierra}= 0,993 m L_{Luna}= 0,162 m

Hipótesis y modelo

- Hilo inextensible y sin masa
- Masa puntual y pequeñas oscilaciones
- Modelo de m.a.s.

Funciones y parámetros

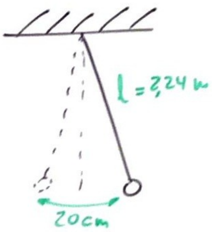
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \; ; \; w = \frac{2\pi}{T}$$

$$x = A \operatorname{sen}(wt + \theta_0)$$

$l = 2{,}24$ m $A = 0{,}1$ m

Para $t=0$, $x = +A$

Esquema



Cuestiones

a) Cálculo del periodo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}24}{9{,}8}} = 3{,}00 \text{ s}$$

b) Para calcular la posición 4,5 s necesitamos conocer A, w y θ_0

$A = 0{,}1$ m $w = \frac{2\pi}{3}$ rad/s

Cálculo de θ_0:

para $t=0$ $x = +A = 0{,}1$ m

$$0{,}1 = 0{,}1 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\cdot 0 + \theta_0\right)$$

$$\frac{0{,}1}{0{,}1} = \operatorname{sen}\theta_0 \; ; \; \theta_0 = \arcsen 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Por tanto, para $t = 4{,}5$ s

$$x = 0{,}1 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\cdot 4{,}5 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}1 \operatorname{sen}\left(3\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x = 0{,}1 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{2} \text{ rad}\right) = -0{,}1 \text{ m}$$

16) El péndulo de un reloj de pie realiza 5 oscilaciones en 10 segundos. Suponiendo que se trata de un péndulo simple, calcule su longitud.

Dato: g=9.81 m/s^2

(Resultado: L = 0,99 m)
(PAU ULL junio 2014)

Hipótesis y modelo

- Suponemos un péndulo simple

Funciones y parámetros

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = \frac{10\,(s)}{5\,(\text{oscilaciones})} = 2\,s$$

$$g = 9{,}81\ m/s^2$$

Cálculo de la longitud del péndulo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ ; \quad T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g}$$

$$l = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{2^2(s^2)\cdot 9{,}81\,(m/s^2)}{4\pi^2} = 0{,}99\ m$$

17) Un péndulo está formado por una partícula de masa M colgada de una cuerda ideal de longitud L. Obtén la relación entre los periodos de oscilación del péndulo cuando oscila en la Tierra y en la Luna (TT/TL). (dato: gL=gT/6).

(Resultado: $T_L = \sqrt{6}\ T_T$) (PAU ULL septiembre 2005)

Los periodos de oscilación serán:

En la Tierra $T_T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_T}}$

En la Luna $T_L = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_L}}$

Su relación es:

$$\frac{T_T}{T_L} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_T}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_L}}} = \sqrt{\frac{\frac{l}{g_T}}{\frac{l}{g_L}}} = \sqrt{\frac{\cancel{l}\, g_L}{\cancel{l}\, g_T}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{T_T}{T_L} = \sqrt{\dfrac{g_L}{g_T}} \\ \text{Como } g_L = \dfrac{g_T}{6} \end{array}\right\} \frac{T_T}{T_L} = \sqrt{\frac{g_T/6}{g_T}}$$

$$\frac{T_T}{T_L} = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$T_L = \sqrt{6}\ T_T$$

18) Una masa puntual está sujeta a un resorte elástico y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 0,5 Hz y una amplitud de 30 cm. Si en el instante inicial su elongación es de + 30 cm. determine:

a) Las funciones de la elongación, la velocidad y la aceleración.

Resultado: $x = 0{,}30 \text{ sen } (\pi t + \pi/2)$; $v = 0{,}30\pi \cos (\pi t + \pi/2)$; $a = -0{,}30\ \pi^2 \text{ sen } (\pi t + \pi/2)$

b) Su posición y velocidad cuando t = 2,5 s Resultado: x = 0 ; v = -0,94 m/s

c) Su aceleración cuando t = 3 s Resultado: a = + 2,96 m/s^2

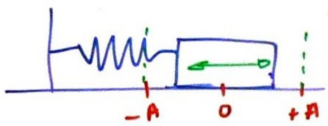
Suponemos que es un mas:

Funciones y parámetros

$x = A \text{ sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$a = -A\omega^2 \text{ sen}(\omega t + \theta_0)$



$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$f = 0{,}5 \text{ Hz}$

$A = 0{,}30 \text{ m}$

para $t = 0$, $x = +0{,}30\text{ m}$

Cálculo de los parámetros A, ω y θ_0

$A = 0{,}30 \text{ m}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 0{,}5 = \pi \text{ rad/s}$

Como $x = +0{,}30\text{ m}$ para $t = 0$, sustituimos en la función de x

$x = A \text{ sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$+0{,}30 = 0{,}30 \text{ sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$\frac{0{,}30}{0{,}30} = \text{sen } \theta_0$

$\theta_0 = \text{arc sen } 1 = \pi/2 \text{ rad}$

a) Las funciones son:

$x = 0{,}30 \text{ sen}(\pi \cdot t + \pi/2)$

$v = 0{,}30 \cdot \pi \cos(\pi \cdot t + \pi/2)$

$a = -0{,}30 \cdot \pi^2 \text{ sen}(\pi \cdot t + \pi/2)$

b) Cuando $t = 2,5$ s

$v = 0,30 \cdot \pi \cos\left(\pi \cdot 2,5 + \frac{\pi}{2}\right)$ $\qquad$ $x = 0,30 \;\; \mathrm{sen}\left(\pi \cdot 2,5 + \pi/2\right)$

$$\pi \cdot 2,5 + \frac{\pi}{2} = 3\pi$$

$$2,5\pi + 0,5\pi = 3\pi$$

$v = 0,30\pi \cos 3\pi$ $\qquad$ $x = 0,30 \; \mathrm{sen} \; 3\pi$

$v = 0,30\pi\,(-1) = -0,94$ m/s $\qquad$ $x = 0,30 \cdot 0 = 0$ m

c) Cuando $t = 3$ s

$$\left.\begin{array}{l} a = -0,30 \cdot \pi^2 \,\mathrm{sen}\left(\pi \cdot 3 + \pi/2\right) \\ 3\pi + \frac{\pi}{2} = 3,5\pi \end{array}\right\} \; a = -0,30\pi^2 \,\mathrm{sen}\,(3,5\pi) = -0,30\pi^2 \cdot (-1) = 2,96 \; m/s^2$$

PAU septiembre 2011

7) Una masa puntual de 10 g está sujeta a un muelle y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 mm.
Si en el instante inicial la elongación de la partícula es igual a la máxima elongación, determina:

a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.

b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.

c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio

Hipótesis

- oscilación no amortiguada (A es constante) $F_{roz} = 0$
- suponemos m.a.s.

Funciones

$x = A\,sen(\omega t + \varphi_0)$

$\dot{x} = v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$

$\ddot{x} = a = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi_0)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

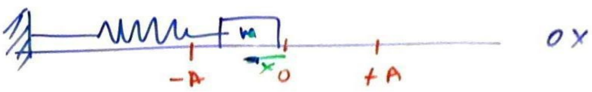
Parámetros

$m = 10 g = 0{,}010 kg$

$f = 4 Hz = 4 s^{-1}$

$A = 6 mm = 0{,}006 m$

para $t = 0$ $x = A$



a) ecuación de la elongación

$$x = 0{,}006\ sen\,(2\pi \cdot 4 \cdot t + \varphi_0)$$

Cálculo de φ_0:

$$0{,}006 = 0{,}006\ sen\,(\cancel{2\pi \cdot 4 \cdot 0}^{\,0} + \varphi_0)$$

$$\frac{0{,}006}{0{,}006} = 1 = sen\,\varphi_0$$

$$\varphi_0 = arc\,sen\,1 = \frac{\pi}{2}\ rad$$

$$\boxed{x = 0{,}006\ sen\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

a) función de la velocidad

por sustitución : $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$

$$v = 0{,}006 \cdot 8\pi \cos\left(8\pi t + \pi/2\right)$$

por derivación

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\left[0{,}006 \operatorname{sen}\left(8\pi t + \pi/2\right)\right]}{dt} = 0{,}006 \cos\left(8\pi t + \pi/2\right) \cdot 8\pi$$

Por terminar.

37) Considere una partícula de 100 g de masa, cuya posición respecto del origen de coordenadas, viene dada por la función x(t)=A sen(ωt+3π/5), donde x se mide en metros y t en segundos (MAS a lo largo del eje X en torno del origen de coordenadas). La partícula completa 3 oscilaciones o ciclos cada 6 s. En el instante inicial (t=0 s), la partícula se encuentra a +3 cm del origen de coordenadas.

a) ¿Cuánto valen la frecuencia angular y la amplitud de las oscilaciones? Exprese la posición de la partícula en un instante de tiempo cualquiera, esto es, la función x(t).

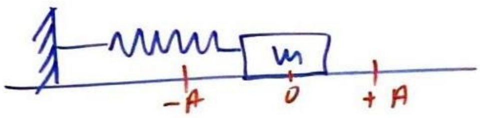
b) Calcule la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en el instante de tiempo t=0.4 s.

c) ¿Cuánto vale la constante elástica asociada al muelle que origina este movimiento armónico? Calcule la energía total, la energía potencial y la energía cinética de la partícula en el instante de tiempo t=0.4 s.

(PAU ULL junio 2014)

Hipótesis y modelo

Suponemos un mas sin amortiguación (no hay rozamiento)



Funciones y parámetros

$x(t) = A \,\text{sen}\left(\omega t + 3\pi/5\right)$

$f = \dfrac{3 \text{ oscilaciones}}{6 s} = 0{,}5 \, s^{-1} = 0{,}5 \, Hz$

para $t = 0$ $x = +3cm = +0{,}03 \, m$

$m = 100g = 0{,}1 kg$

a) Frecuencia angular ω $\omega = 2\pi f = 2\pi (rad) \cdot 0{,}5 (s^{-1}) = \pi \; rad/s$

Para calcular A, sustituimos en la función de posición y despejamos:

$$\left. \begin{array}{l} x(t) = A \,\text{sen}\left(\pi t + 3\pi/5\right) \\ \text{para } t=0 \quad x = +0{,}03 m \end{array} \right\} +0{,}03 = A \,\text{sen}\left(\pi \cdot 0 + \frac{3\pi}{5}\right)$$

$$A = \frac{0{,}03}{\text{sen}\left(3\pi/5 \text{ rad}\right)} = \frac{0{,}03}{0{,}951} = +0{,}031 \, m$$

función de la posición respecto al tiempo $x(t) = 0{,}031 \,\text{sen}\left(\pi t + \frac{3\pi}{5}\right)$

b) posición para $t = 0{,}4\ s$ $\qquad \left(0{,}4\ s = \frac{2}{5}\ s\right)$

$$x(t) = 0{,}031\ \text{sen}\left(\pi \cdot t + \frac{3\pi}{5}\right) = 0{,}031\ \text{sen}\left(\pi \cdot 0{,}4 + \frac{3\pi}{5}\right) =$$

$$= 0{,}031\ \text{sen}\left(\pi \cdot \frac{2}{5} + \frac{3\pi}{5}\right) = 0{,}031\ \overset{0}{\text{sen}\left(\frac{5}{5}\pi\right)} = 0$$

Velocidad para $t = 0{,}4\ s$

$$v(t) = 0{,}031 \cdot \pi \cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{5}\right) = 0{,}031\,\pi \cos\left(\pi \cdot 0{,}4 + \frac{3\pi}{5}\right) = 0{,}031\pi\ \overset{-1}{\cos \pi} =$$

$$= -0{,}031\,\pi\ (m/s) = -0{,}097\ m/s$$

aceleración para $t = 0{,}4\ s$

$$a(t) = -\omega^2 x = -\pi^2 \cdot 0 = 0\ m/s^2$$

c) Cálculo de la constante elástica

$$k = \omega^2 m = \pi^2 \left(\text{rad}/s\right)^2 \cdot 0{,}1 (kg) = 0{,}986\ N/m$$

c) Cálculo de E_{P_x}, E_c y E_T

$E_{P_x} = \frac{1}{2} k x^2$; Sabemos que $k = 0{,}986\ N/m$ y que para $t = 0{,}4\ s$, $x = 0$

$$E_{P_x} = \frac{1}{2}\, 0{,}986 (N/m) \cdot 0 = 0\ J$$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$; Sabemos que para $t = 0{,}4 s$, $v = -0{,}097\ m/s$

$$E_c = \frac{1}{2}\, 0{,}1 (kg) \cdot (-0{,}097)^2 (m/s^2) = 4{,}70 \cdot 10^{-4}\ J$$

$$E_T = E_c + E_{P_x} = 4{,}70 \cdot 10^{-4}\ J$$

También podemos calcular las energías a partir de sus funciones generales:

$$E_T = E_c + E_{p_x} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Aplicando funciones de un mas

$$E_T = \frac{1}{2}m\left[-Aw\cos(wt+\varphi)\right]^2 + \frac{1}{2}k\left[A\,\text{sen}(wt+\varphi)\right]^2 = \frac{1}{2}m\,A^2w^2\cos^2(wt+\varphi_0) + \frac{1}{2}kA^2\,\text{sen}^2(wt+\varphi)$$

Como estamos en $x = 0$ para $t = 0{,}4\,s$ $\text{sen}^2(wt+\varphi_0) = 0$ y $\cos^2(wt+\varphi_0) = +1$

$$E_T = \frac{1}{2}m\,A^2w^2 = \frac{1}{2}\,0{,}1\,(kg)\cdot\left(0{,}031\,(m)\right)^2\cdot\left(\pi\,(rad/s)\right)^2 = 4{,}74\cdot10^{-4}\,J$$

38) Un objeto de masa 30 g se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal y sujeto a un muelle. Se observa que oscila sobre la superficie, en la dirección del eje OX, siguiendo un MAS de frecuencia 5 s con una amplitud de 10 cm. Si en el instante inicial, la elongación de la partícula es igual a la mitad de la máxima elongación o amplitud, determine:

a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.

b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.

c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total del objeto cuando pasa por uno de sus puntos de máxima elongación.

(PAU ULL junio 2012)

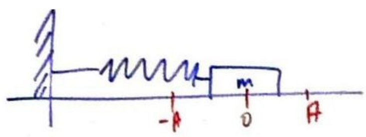
Hipótesis y modelo.

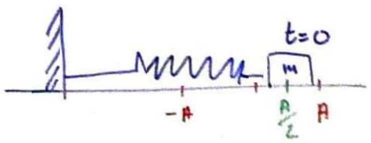
- Suponemos un mas sin rozamiento

Funciones y parámetros

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$





$m = 30\,g = 0{,}030\,kg$

$A = 10\,cm = 0{,}1\,m$

$f = 5\,s^{-1}$

Para $t = 0$, $x = \frac{A}{2}$

a) Ecuaciones de x y de v

Calculamos ω: $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 5 (s^{-1}) = 10\pi\ rad/s$

Calculamos φ:

Para $t=0$, $x = A/2$, sustituimos en x:

$\frac{A}{2} = A \operatorname{sen}(10\pi \cdot 0 + \varphi)$; $\frac{1}{2} = \operatorname{sen}\varphi$

$\varphi = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{2}$ $\quad \varphi = \frac{\pi}{6}\ rad$

Funciones de x y de v:

$x = 0{,}1 \operatorname{sen}(10\pi t + \pi/6)$

$v = 0{,}1 \cdot 10\pi \cos(10\pi t + \pi/6) = \pi \cos(10\pi t + \pi/6)$

b) Periodo de oscilación:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0,2\ s$$

$$a_{max} = \left|-A w^2\right| = 0,1 \cdot (10\pi)^2 = 98,69\ m/s^2$$

$$F_{max} = \left|-k\, a_{max}\right|$$

Calculamos k: $k = w^2 m = (10\pi)^2 \cdot 0,030$

$$k = 29,6\ N/m$$

$$F_{max} = \left|-29,6 \cdot 98,69\right| = 2921\ N$$

c) Constante elástica del muelle

$$k = w^2 m = (10\pi)^2 \cdot 0,030 = 29,6\ N/m$$

Cálculo de E_c, E_p y E_T $\quad x = \pm A$

$$E_c = \frac{1}{2} m A^2 w^2 \cancel{\cos^2(wt + \varphi_0)}^{\,0} = 0$$

Si $x = \pm A$, $v = 0$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (\pm A)^2 = \frac{1}{2}\, 29,6 \cdot 0,1^2 = 0,148\ J$$

$$E_T = E_p + E_c = 0,148\ J$$

39) Una partícula de 100 g de masa sujeta a un muelle, se desplaza hacia la derecha de su posición de equilibrio 2 cm. A continuación se suelta y comienza a oscilar armónicamente a lo largo del eje OX con una frecuencia de 4 s^{-1} . Determine:

a) Las ecuaciones de la posición y de la velocidad de la partícula, en cualquier instante de tiempo.

Resultado: x = 0,02 sen (8π t + π/2); v = 0,02π cos (8π t + π/2)

b) El período de oscilación de la partícula, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma. Resultado: T = 0,25 s; a_{max} = ± 12,63 m/s^2 ; F = ± 1,26 N

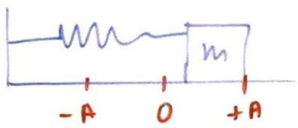
c) La constante elástica del muelle así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por la posición de equilibrio.

PAU ULL junio 2016

Suponemos un mas

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$



$m = 100\ g = 0{,}10\ kg$

$A = 2\ cm = 0{,}02\ m$

$f = 4\ s^{-1} = 4\ Hz$

$x = 2\ cm$ si $t = 0$

Cálculo de los parámetros A, ω y θ₀

$A = 0{,}02\ m$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi\ rad/s$

Como $x = +0{,}02\ m$ para $t = 0$, sustituimos en la función de x

$x = A \operatorname{sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$+0{,}02 = 0{,}02 \operatorname{sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$\frac{0{,}02}{0{,}02} = \operatorname{sen} \theta_0$

$\theta_0 = \operatorname{arc\,sen} 1 = \pi/2\ rad$

a) Las funciones son:

$x = 0{,}02 \operatorname{sen}(8\pi t + \pi/2)$

$v = 0{,}02 \cdot \pi \cos(8\pi \cdot t + \pi/2)$

b) Como $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} = 0{,}25\ s$

Como $a = -0{,}02\pi^2 \operatorname{sen}\left(8\pi t + \pi/2\right)$

$a_{máxima}$ cuando $\operatorname{sen}\left(8\pi t + \pi/2\right) = \pm 1$

$a_{max} = -0{,}02\,(8\pi)^2 \cdot (\pm 1) = \pm 12{,}63\ m/s^2$

Por la 2ª ley de Newton, $F = m \cdot a$

$F_{max} = m \cdot a_{max} = 0{,}10\,(kg) \cdot (\pm 12{,}63) = \pm 1{,}26\ N$