Ejercicio 1 (2 puntos)

Sean A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio tales que
$P(A) = 0{,}25,\ \ P(B/A) = 0{,}5\ \ y\ \ P(A/B) = 0{,}25$

a) Calcula $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$
b) ¿Son A y B incompatibles?
c) ¿Son A y B independientes?

a)

$$P(B/A) = \frac{P(B\cap A)}{P(A)} \Rightarrow 0'5 = \frac{P(B\cap A)}{0'25} \Rightarrow P(A\cap B) = 0'125$$

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \Rightarrow 0'25 = \frac{0'125}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 0'5$$

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0'25 + 0'5 - 0'125 = 0'625$$

b) Para que sean incompatibles $P(A\cap B) = 0$ **NO** son incompatibles

c) Para que sean independientes $P(A) \cdot P(B) = P(A\cap B)$

$$0'25 \cdot 0'5 = 0'125$$

SÍ son independientes

Ejercicio 2 (2 puntos)

Una empresa de transporte público de una determinada ciudad tiene asignado el servicio de tres líneas A, B y C. La empresa asigna el 50% de sus autobuses a la línea A, el 30% a la línea B y el resto a la línea C.

Por las características de los trayectos, el porcentaje diario de averías es el 3% en la línea A, el 1% en la B y el 2% en la C.

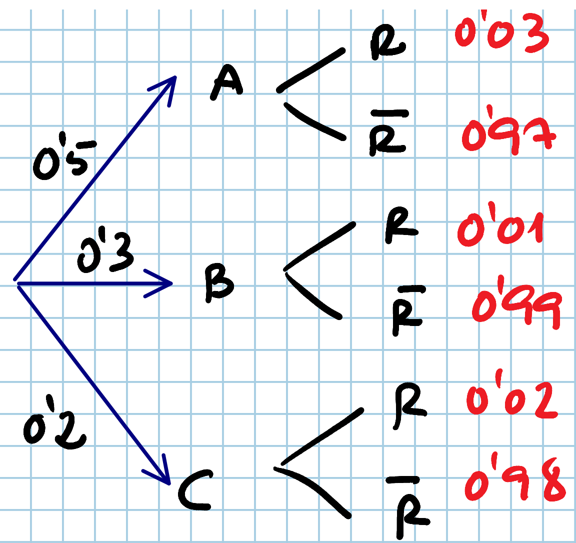
Calcula la probabilidad de que, en un día elegido al azar:

a) Un autobús de esta empresa tenga una avería

b) Si un autobús se ha averiado, sea de la línea A.

c) Si un autobús se ha averiado, sea de la línea A o la C.

R = Probabilidad de avería



a) $P(R) = P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B) + P(C) \cdot P(R/C) =$

$= 0'5 \cdot 0'03 + 0'3 \cdot 0'01 + 0'2 \cdot 0'02 = \underline{\underline{0'022}}$

b) $P(A/R) = \dfrac{P(A \cap R)}{P(R)} = \dfrac{0'5 \cdot 0'03}{0'022} = \underline{\underline{0'68}}$

c) $P(\overline{B}/R) = \dfrac{P(\overline{B} \cap R)}{P(R)} = \dfrac{P(R) - P(B \cap R)}{P(R)} = \dfrac{0'022 - (0'3 \cdot 0'01)}{0'022} = \underline{\underline{0'86}}$

Ejercicio 3 (2 puntos)

Un sistema eléctrico está formado por 6 componentes independientes. La probabilidad de que falle uno cualquiera de ellos es 0,15. Calcula la probabilidad de que:

a) No falle ninguno de ellos
b) Fallen exactamente 3 componentes
c) Fallen como mucho 2 componentes.
d) Fallen al menos dos componentes si se sabe que ya ha fallado al menos uno.

$p(\text{fallo}) = 0'15 = p$

$q = 1 - p = 0'85$

$n = 6$

$p(F=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$

a) $P(F=0) = \binom{6}{0} \cdot 0'15^0 \cdot 0'85^6 = 0'377$

b) $P(F=3) = \binom{6}{3} \cdot 0'15^3 \cdot 0'85^3 = 0'041$

c) $P(F \leq 2) = P(F=2) + P(F=1) + P(F=0)$

$P(F=2) = \binom{6}{2} \cdot 0'15^2 \cdot 0'85^4 = 0'176$

$P(F=1) = \binom{6}{1} \cdot 0'15 \cdot 0'85^5 = 0'399$

$\rightarrow P(F \leq 2) = 0'377 + 0'399 + 0'176 = 0'952$

Ejercicio 4 (2 puntos) El consumo medio de gasolina de un determinado modelo de vehículo es de 6,5 litros por cada 100 km. Se sabe que el consumo de este modelo sigue una distribución normal de desviación típica 2 litros.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un vehículo de este modelo, elegido al azar, consuma más de 7 litros por cada 100 km?

b) ¿Cuál es el porcentaje de estos vehículos que consumen entre 5 y 6 litros?

c) Si se seleccionan 200 vehículos de este modelo, ¿Cuántos de ellos consumen menos de 6 litros por cada 100 km?

$\mu = 6'5$

$\sigma = 2$

$X =$ Consumo

a) $P(X>7) = P\left(Z > \frac{7-6'5}{2}\right) = P(Z>0'25) = 1 - P(Z<0'25) = 1 - 0'5987$

$= \underline{\underline{0'4013}}$

b) $P(5<X<6) = P\left(\frac{5-6'5}{2} < Z < \frac{6-6'5}{2}\right) = P(-0'75 < Z < -0'25)$

$= P(Z<-0'25) - P(Z<-0'75) = P(Z>0'25) - P(Z>0'75)$

$= (1-P(Z<0'25)) - (1-P(Z<0'75)) =$

$= (1-0'5987) - (1-0'7734) = 0'1747$

El porcentaje de vehículos que consumen entre 5 y 6 litros es del $\underline{\underline{17'47}}$ %

c) $P(X<6) = P\left(Z < \frac{6-6'5}{2}\right) = P(Z<-0'25) = P(Z>0'25)$

$= 1 - P(Z<0'25) = 1 - 0'5987 = \underline{\underline{0'4013}}$

Para los 200 vehículos será $200 \cdot 0'4013 = 80'26$

Es decir, unos 80 vehículos consumirán menos de 6 l/100 km

Ejercicio 5 (2 puntos) Según datos del organismo correspondiente, el 80% de los incendios que se producen en veráno son provocados. Si este verano se han producido 150 incendios en una determinada región, calcula la probabilidad de que:

a) Más de 100 hayan sido provocados.

b) Como mucho 30 hayan sido accidentales

c) El número de incendios provocados supere el 80% del total de incendios.

Observación: Utiliza la aproximación de la binomial por una normal

$p = 0'8$

$q = 0'2$

$n = 150$

x = provocado

$B(100, 0'8)$

$N(120, 4'899)$

$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0'8 = 120$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{150 \cdot 0'8 \cdot 0'2} = 4'899$

a) $P(x > 100) = P\left(z \geq \frac{100'5 - 120}{4'899}\right) = P(z \geq -3'980) = P(z \leq 3'98)$

$= \underline{\underline{1}}$

b) 30 accidentales es decir que sean intencionados 120 o más

$P(x \geq 120) = P\left(z \geq \frac{119'5 - 120}{4'899}\right) = P(z \geq -0'10) =$

$P(z \leq 0'10) = \underline{\underline{0'5398}}$

c) 80% de 150 = 120 incendios

$P(x > 120) = P\left(z \geq \frac{120'5 - 120}{4'899}\right) = P(z \geq 0'1) = 1 - P(z \leq 0'1)$

$= 1 - 0'5398 = \underline{\underline{0'4602}}$